

2024 年初中学业水平检测第三次模拟考试

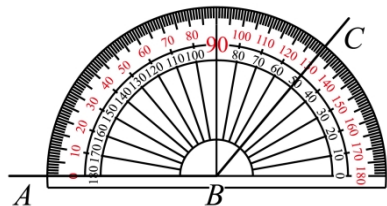
数 学

考生须知：

1. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.
2. 本试卷分为试卷和答题卡两部分.
3. 试卷共 4 页，答题卡共 2 页，所有答案必须写在答题卡上，写在试卷上无效.
4. 答题前，考生必须在答题卡规定位置认真填写姓名、准考证号、座位号，并按照考试要求粘贴条形码.

一、选择题（本大题共 9 小题，每小题 4 分，共 36 分）

1. 下图中用量角器测得 $\angle ABC$ 的度数是（ ）

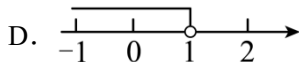
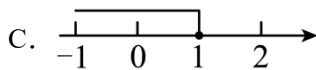
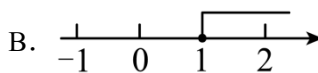
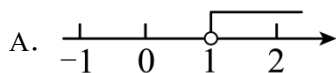


- A. 50° B. 80° C. 130° D. 150°

2. 在下列长度的四条线段中，能与长 6cm, 8cm 的两条线段围成一个三角形的是（ ）

- A. 1cm B. 2cm C. 13cm D. 14cm

3. 二次根式 $\sqrt{1-x}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围在数轴上表示为（ ）



4. 下列运算正确的是（ ）

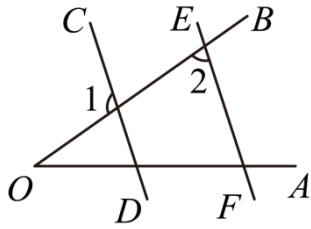
A. $a + a = a^2$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $(ab)^2 = ab^2$

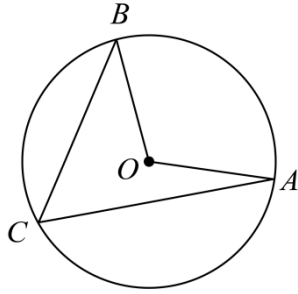
D. $(a^2)^3 = a^5$

5. 如图，直线 CD, EF 被射线 OA, OB 所截， $CD \parallel EF$ ，若 $\angle 1 = 108^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



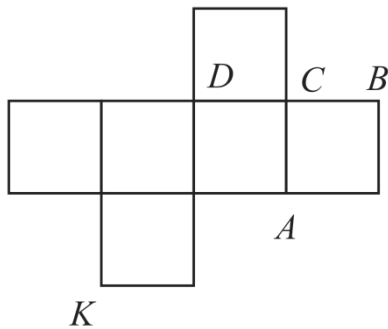
- A. 52° B. 62° C. 72° D. 82°

6. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle C = 55^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为 ()



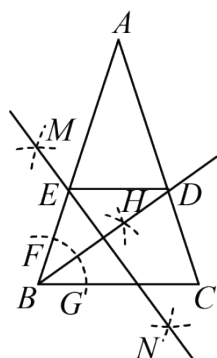
- A. 95° B. 100° C. 105° D. 110°

7. 如图是一正方体的表面展开图. 将其折叠成正方体后, 与顶点 K 距离最远的顶点是 ()



- A. A 点 B. B 点 C. C 点 D. D 点

8. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$. 以点 B 为圆心, 任意长为半径作弧, 交 AB 于点 F , 交 BC 于点 G , 分别以点 F 和点 G 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}FG$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 H , 作射线 BH 交 AC 于点 D ; 分别以点 B 和点 D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M, N 两点, 作直线 MN 交 AB 于点 E , 连接 DE . 下列四个结论: ① $\angle AED = \angle ABC$; ② $BC = AE$; ③ $ED = \frac{1}{2}BC$; ④ 当 $AC = 2$ 时, $AD = \sqrt{5} - 1$. 其中正确结论的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

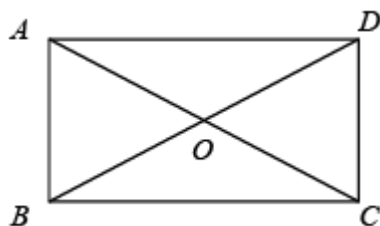
9. 抛物线 $y = ax^2 - a (a \neq 0)$ 与直线 $y = kx$ 交于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 两点, 若 $x_1 + x_2 < 0$, 则直线 $y = ax + k$ 一定经过 ().

- A. 第一、二象限 B. 第二、三象限 C. 第三、四象限 D. 第一、四象限

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

10. 分解因式: $x^3y - xy^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 在不添加任何辅助线的情况下, 请你添加一个条件 $\underline{\hspace{2cm}}$, 使矩形 $ABCD$ 是正方形.



12. 一个袋子中装有两个标号为“1”“2”的球. 从中任意摸出一个球, 记下标号后放回并再次摸出一个球, 记下标号后放回. 则两次标号之和为 3 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

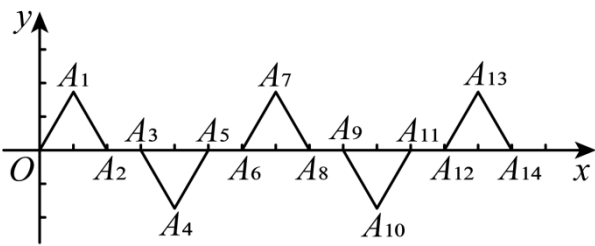
14. 小明利用学习函数获得的经验研究函数 $y = x^2 + \frac{2}{x}$ 的性质, 得到如下结论:

- ①当 $x < -1$ 时, x 越小, 函数值越小;
- ②当 $-1 < x < 0$ 时, x 越大, 函数值越小;
- ③当 $0 < x < 1$ 时, x 越小, 函数值越大;
- ④当 $x > 1$ 时, x 越大, 函数值越大.

其中正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (只填写序号).

15. 已知, $\triangle OA_1A_2$, $\triangle A_3A_4A_5$, $\triangle A_6A_7A_8$, 都是边长为 2 的等边三角形, 按下图所示

摆放. 点 $A_2, A_3, A_5, \dots$ 都在 x 轴正半轴上, 且 $A_2A_3 = A_5A_6 = A_8A_9 = \dots = 1$, 则点 A_{2024} 的坐标是_____.



三、解答题（本大题共 8 小题，共 90 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

16. （1）计算： $\sqrt{27} \div \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$.

（2）解方程组：
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ \frac{x - 2}{3} - \frac{2y - 1}{2} = 1 \end{cases}$$

17. （1）先化简，再求值： $\left(\frac{2x - 2}{x} - 1\right) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x}$ ，其中 $x = 4$.

（2）某学校准备组织部分学生到少年宫参加活动，刘老师从少年宫带回来两条信息：信息一：按原来报名参加的人数，共需交费 340 元，如果参加的人数能够增加到原来人数的 2 倍，就可以享受优惠，此时只需交费 480 元；

信息二：如果能享受优惠，那么参加活动的每位同学平均分摊的费用会比原来少 5 元.

根据以上信息，求原来报名参加活动的学生有多少人？在没有享受优惠的情况下每人需交费多少元？

18. 某服装店的某款衣服最近销售火爆. 现有 A, B 两家供应商到该服装店推销服装，两家服装价格相同，品质相近. 服装店决定通过检查材料的纯度来确定选购哪家供应商的服装. 检查人员从两家供应商提供的材料样品中分别随机抽取 15 块相同的材料，通过特殊操作检验出其纯度（单位：%），并对数据进行了整理、描述和分析. 部分信息如下：

I. A 供应商供应材料的纯度如下：

A	72	73	74	75	76	78	79
频数	1	1	5	3	3	1	1

II. B 供应商供应材料的纯度如下：

72 75 72 75 78 77 73 75 76 77 71 78 79 72 75

III. A, B 两家供应商供应材料纯度的平均数、中位数、众数和方差如下：

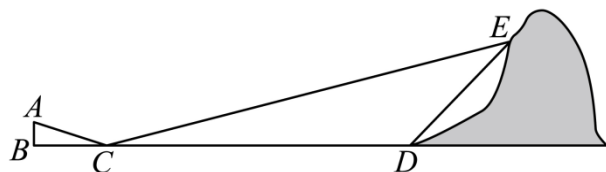
	平均数	中位数	众数	方差
A	75	75	74	3.07
B	a	75	b	c

根据以上信息，回答下列问题：

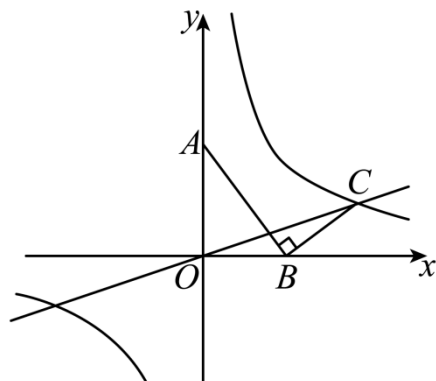
(1) 表格中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 你认为服装店应选择哪家供应商供应服装？为什么？

19. 如图，小华和同伴秋游时，发现在某地小山坡的点 E 处有一棵小树，他们想利用皮尺、倾角器和平面镜测量小树到山脚下的距离（即 DE 的长度），昌昌站在点 B 处，让同伴移动平面镜至点 C 处，此时小华在平面镜内可以看到点 E 。且测得 $BC=3$ 米， $CD=28$ 米， $\angle CDE=127^\circ$ 。已知小华的眼睛到地面的距离 $AB=1.5$ 米，请根据以上数据，求 DE 的长度。（参考数据： $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$ ）



20. 如图，已知坐标轴上两点 $A(0,4), B(2,0)$ ，连接 AB ，过点 B 作 $BC \perp AB$ ，交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象于点 $C(a,1)$ 。

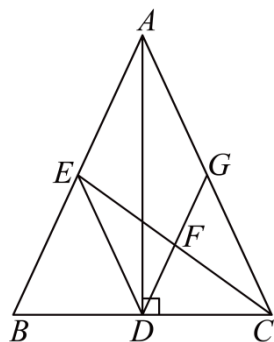


(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 和直线 OC 的表达式；

(2) 将直线 OC 向上平移 $\frac{3}{2}$ 个单位，得到直线 l ，求直线 l 与反比例函数图象的交点坐标。

21. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，点 E, F, G 分别是 AB, CE, AC 中

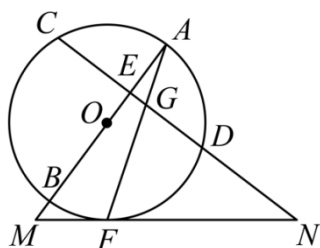
点，直线 DF 交 AC 点 G 。



(1) 求证：四边形 $AEDG$ 是菱形；

(2) 若 $DG \perp CE$ ，求 $\angle BCE$ 的度数。

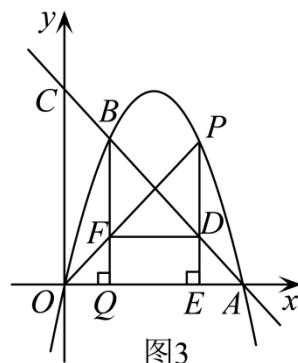
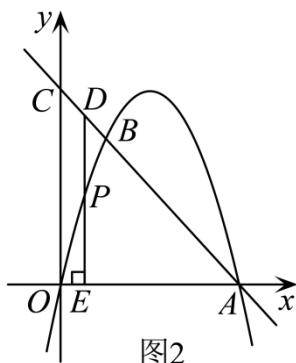
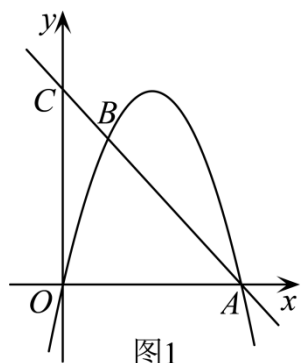
22. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于 E ，与弦 AF 交于 G ，过点 F 的直线分别与 AB ， CD 的延长线交于 M ， N ， $FN = GN$ 。



(1) 求证： MN 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $BM = 1$ ， $\sin M = \frac{4}{5}$ ，求 AF 的长。

23. 如图，二次函数 $y = -x^2 + 4x$ 的图象与 x 轴的正半轴交于点 A ，经过点 A 的直线与该函数图象交于点 $B(1, 3)$ ，与 y 轴交于点 C 。



(1) 求直线 AB 的函数表达式及点 C 的坐标；

(2) 点 P 是第一象限内二次函数图象上的一个动点，过点 P 作直线 $PE \perp x$ 轴于点 E ，与直线 AB 交于点 D ，设点 P 的横坐标为 m 。

①当 $PD = \frac{1}{2}OC$ 时，求 m 的值；

②当点 P 在直线 AB 上方时，连接 OP ，过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴于点 Q ， BQ 与 OP 交于点 F ，连接 DF ．设四边形 $FQED$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数表达式，并求出 S 的最大值．

1. C

【分析】由图形可直接得出.

【详解】解：由题意，可得 $\angle ABC = 130^\circ$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查角的度量，量角器的使用方法，正确使用量角器是解题的关键.

2. C

【分析】根据三角形三边的关系求出第三边的取值范围，再判断即可.

【详解】解：设第三边长度为 $x\text{cm}$ ，

则第三边的取值范围是 $2 < x < 14$ ，

只有选项 C 符合，

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形三边的关系，能熟练求出第三边的取值范围是本题的关键.

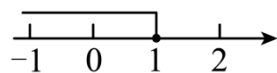
3. C

【分析】根据被开方数大于等于 0 列不等式计算即可得到 x 的取值范围，然后在数轴上表示即可得解.

【详解】解：根据题意得， $1 - x \geq 0$ ，

解得 $x \leq 1$ ，

在数轴上表示如下：



故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，不等式的解法，以及在数轴上表示不等式的解集，理解二次根式有意义的条件是解题关键.

4. B

【分析】按照合并同类项、幂的运算法则逐项判断即可.

【详解】解：A 选项， $a + a = 2a$ ，故错误；

B 选项， $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故正确；

C 选项， $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故错误；

D 选项， $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故错误；

故选：B.

【点睛】本题考查了合并同类项、和幂的运算，掌握相关法则，熟练进行运算是解题关键.

5. C

【分析】由对顶角相等及平行线的性质即可求得结果.

【详解】解：∵ $\angle 1 = 108^\circ$,

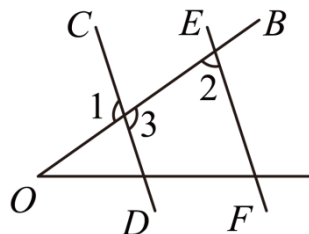
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 108^\circ;$$

$$\because CD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 72^\circ,$$

故选：C.



【点睛】本题考查了平行线的性质、对顶角的性质，掌握这两个性质是关键.

6. D

【分析】直接根据圆周角定理即可得.

【详解】解：∵ $\angle C = 55^\circ$,

$$\therefore \text{由圆周角定理得：} \angle AOB = 2\angle C = 110^\circ,$$

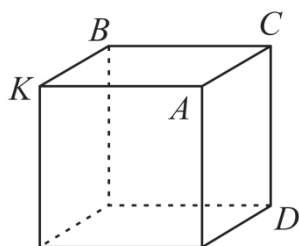
故选：D.

【点睛】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题关键.

7. D

【分析】根据题意画出立体图形，即可求解.

【详解】解：折叠之后如图所示，



则 K 与点 D 的距离最远,

故选 D.

【点睛】本题考查了正方体的展开与折叠, 学生需要有一定的空间想象能力.

8. C

【分析】根据等腰三角形两底角相等与 $\angle A = 36^\circ$, 得到 $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$, 根据角平分线定义得到 $\angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$, 根据线段垂直平分线性质的得到 $EB = ED$, 得到

$\angle EBD = \angle EDB$, 推出 $\angle EDB = \angle CBD$, 得到 $DE \parallel BC$, 推出 $\angle AED = \angle ABC$, ①正确; 根据等角对等边得到 $AD = AE$, $AD = BD$, 根据三角形外角性质得到 $\angle BDC = 72^\circ = \angle C$, 得

到 $BC = BD$, 推出 $BC = AE$, ②正确; 根据 $\triangle AED \sim \triangle ABC$, 得到 $\frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{AD+DC}$,

推出 $ED = \frac{\sqrt{5}-1}{2} BC$, ③错误; 根据 $AC = 2$ 时, $CD = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AD$, 得到

$\frac{\sqrt{5}-1}{2} AD = 2 - AD$, 推出 $AD = \sqrt{5} - 1$, ④正确.

【详解】 $\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 72^\circ,$$

由作图知, BD 平分 $\angle ABC$, MN 垂直平分 BD ,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ, \quad EB = ED,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC, \quad \text{①正确};$$

$$\angle ADE = \angle C,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ADE,$$

$$\therefore AD = AE,$$

$$\because \angle A = \angle ABD,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\because \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle C,$$

$$\therefore BC = BD,$$

$$\therefore BC = AE, \quad \text{②正确};$$

设 $ED = x$, $BC = a$,

则 $AD = a$, $BE = x$,

$\therefore CD = BE = x$,

$\because \triangle AED \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{AD+DC} ,$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{a}{a+x} ,$$

$$\therefore x^2 + ax - a^2 = 0 ,$$

$\because x > 0$,

$$\therefore x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} a ,$$

即 $ED = \frac{\sqrt{5}-1}{2} BC$, ③错误;

当 $AC = 2$ 时, $CD = 2 - AD$,

$$\because CD = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AD ,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} AD = 2 - AD ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{5} - 1 , \text{ ④正确}$$

$\therefore$ 正确的有①②④, 共 3 个.

故选: C.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形, 相似三角形, 解决问题的关键是熟练掌握等腰三角形判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 角平分线的定义和线段垂直平分线的性质.

9. D

【分析】根据已知条件可得出 $ax^2 - kx - a = 0$, 再利用根与系数的关系, 分情况讨论即可求出答案.

【详解】解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - a (a \neq 0)$ 与直线 $y = kx$ 交于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 两点,

$$\therefore kx = ax^2 - a ,$$

$$\therefore ax^2 - kx - a = 0 .$$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{k}{a} ,$$

$$\because x_1 + x_2 < 0 ,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/20701414400006116>