信号与系统知识点复习

一、信号的运算

信号的运算主要包括：加法、乘法、反转、平移、尺度变换。信号运算的本质：就是不断用新的变量代替原来的变量t的过程，代换一次，波形就变换一次。

常见的运算有两种形式：一种是从f(t)开始求其它形式(称其为正推)，另一种是从其它形式求f(t)〔称其为反推〕。

对于信号的运算大多情况下信号均为有始有终的信号〔当然也有例另，如反转〕。

例：f(t)画出f(1-2t)的波形

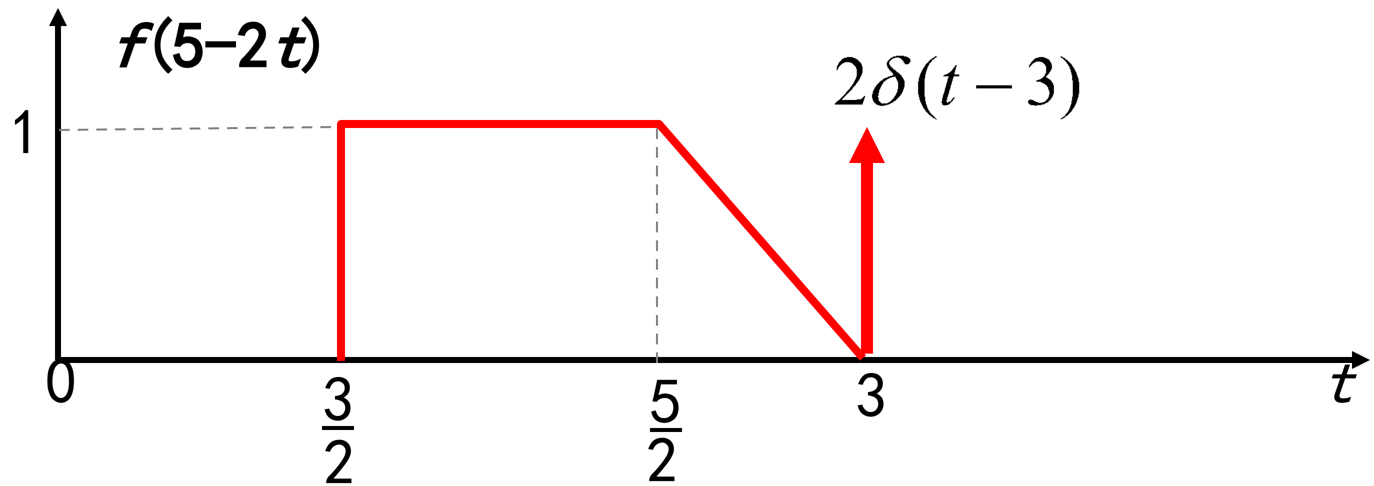
解：先作数学形式上的变化

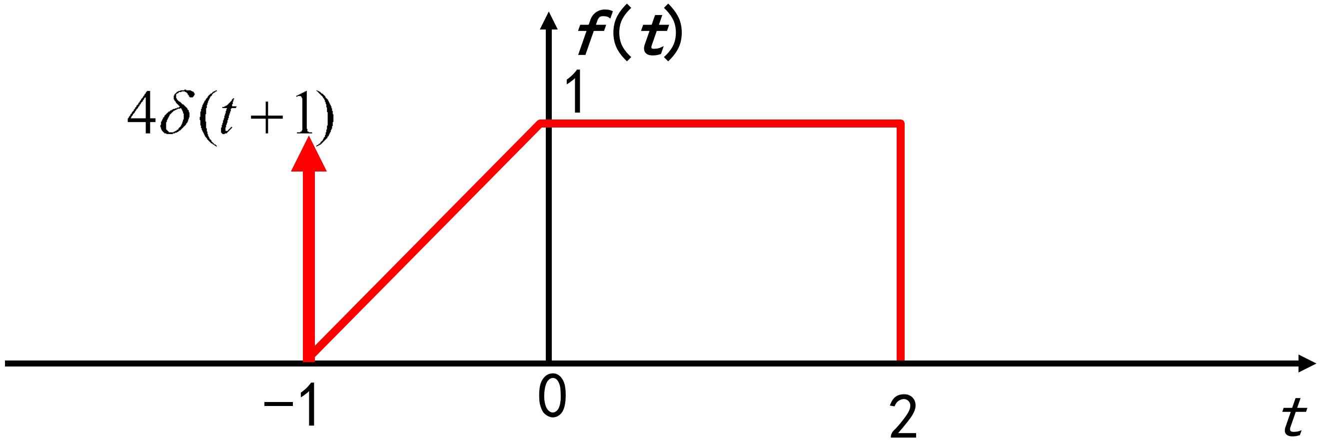
$$f(t) \xrightarrow[\text{反转}]{t=-t} f(-t) \xrightarrow[\text{尺度变换}]{t=2t} f(-2t) \xrightarrow[\text{平移（右移 1/2）}]{t=t-1/2\quad[-2(t-1/2)=-2t+1]} f(-t)$$

(压缩 1/2)

例：f(5-2t) 画出f(t)的波形
解：先作数学形式上的变化

$f(5-2t) \longrightarrow f(-2t) \longrightarrow f(2t) \longrightarrow f(t)$



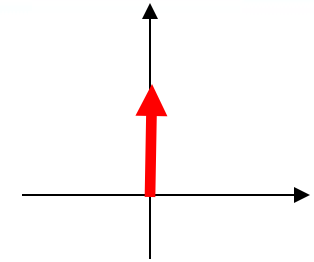

$f(t)$
1
$4\delta(t+1)$
−1
0
2
t

二、冲激函数与阶跃函数

冲激函数的定义

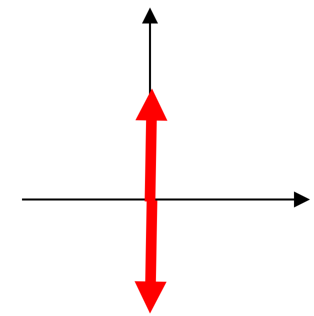
$$\delta(t)=0,\ t\neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1$$



冲激偶函数

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(t)dt=0$$



冲激函数的性质：

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t)dt=f(0)$$

$$\int f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$

冲激偶函数的性质：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta'(t)dt=-f'(0)$$

$$\int f(t)\delta'(t-t_0)dt=-f'(t_0)$$

练习题：

1、 函数$\frac{d}{dt}[\sqrt{2}\cos(2t+\frac{\pi}{4})\delta(t)]$等于：

（A）$-2\delta(t)$ （B）$-2\delta'(t)$ （C）$\delta(t)$

（D）$\delta'(t)$ （E）$\delta'(t)-2\delta'(t)$

2、序列的乘积$\varepsilon(k-1)\delta(k)$等于

（A）0 （B）$\delta(k)$ （C）$\delta(k-1)$ （D）$\varepsilon(k)$ （E）$\varepsilon(k-1)$

3、积分$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-2)\varepsilon(\tau-1)d\tau$等于：

（A）0 （B）1 （C）$\varepsilon(t)$ （D）$\varepsilon(t-1)$ （E）$\varepsilon(t-2)$

4、周期信号$\cos(2\pi t)+\sin(5\pi t)$的周期等于：

（A）1S （B）2S （C）4S （D）π S （E）2π S

5、积分$\int_{-5}^{5} t^2\delta'(t+1)dt$等于：

（A）-2 （B）-1 （C）0 （D）1 （E）2

6、积分$\int_{-5}^{5} \varepsilon(t-3)\delta(t-5)dt$等于：

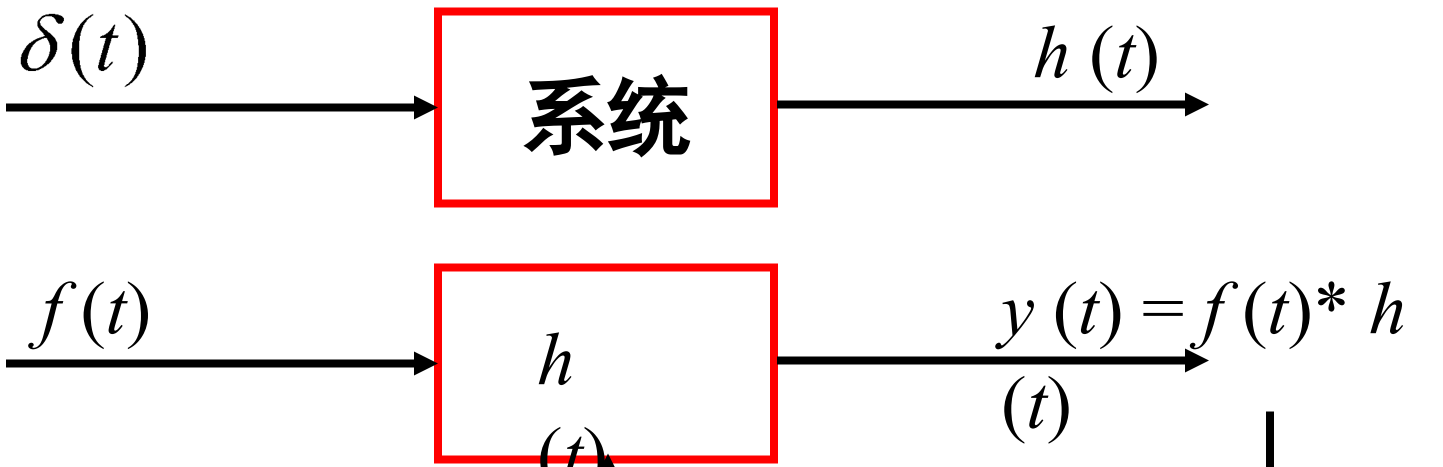
（A）1（B）2（C）3（D）4（E）5

三、冲激响应及阶跃响应
〔单位样值响应及单位阶跃序列响应〕

冲激响应及阶跃响应是对系统特性的研究，是系统特性的时域表现。

在求冲激响应及阶跃响应时，一般是系统。

系统一般可以是多种形式给出。



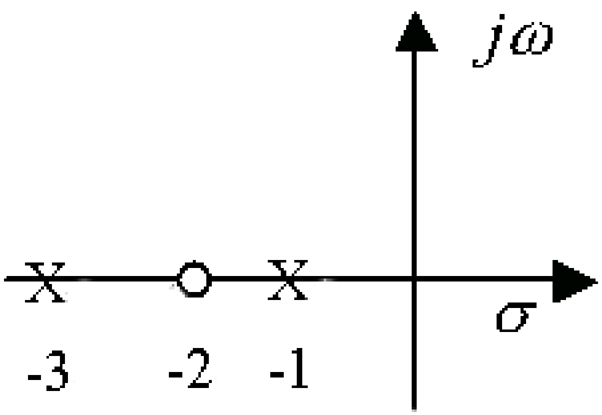
$H(s)=Y(s)/F(s)$　　　　$Y(s)=F(s)\cdot H(s)$

1、连续系统函数 H(S)的零极点分布如图，且已知其冲激响应的初值为 2，则 $h(t)$ 等于：

(A) $(e^{-t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$　(B) $(e^{-t}-e^{-3t})\varepsilon(t)$

(C) $(-e^{-t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$　(D) $(-2e^{-t}+4e^{-3t})\varepsilon(t)$

(E) $(-3e^{-t}+5e^{-3t})\varepsilon(t)$

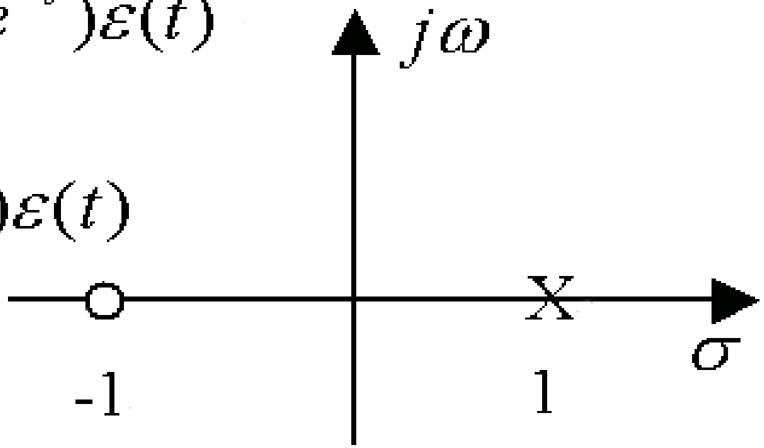


2、 连续系统函数 H(S)的零极点分布如图，且已知 H(∞)=1，则系统的单位阶跃响应 $g(t)$等于：

(A) $(-1+2e^{t})\varepsilon(t)$ (B) $(-1+2e^{-t})\varepsilon(t)$

(C) $(2-e^{t})\varepsilon(t)$ (D) $(2-e^{-t})\varepsilon(t)$

(E) $(-2+3e^{-t})\varepsilon(t)$

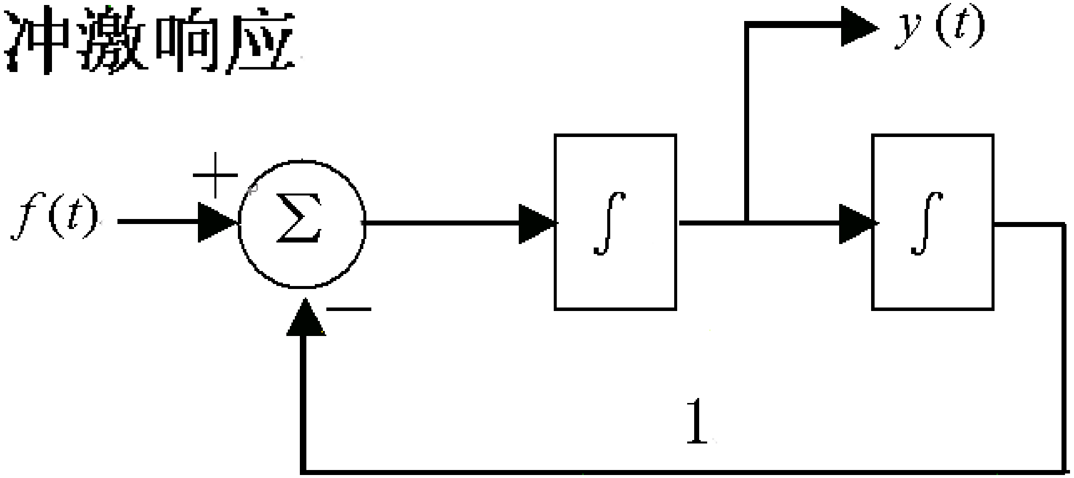


3、 描述线性时不变系统的微分方程为：

$$y'(t)-3y(t)=2f'(t)-f(t)$$

其冲激响应 $h(t)$ =__________。

4、 求图示系统的单位冲激响应



5、若连续系统的系统函数 $H(S)$为 $\dfrac{2(S+2)}{(S+3)(S+1)}$,则$h(t)$等于:

(A) $(e^{-t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$ (B) $(3e^{-t}-e^{-3t})\varepsilon(t)$

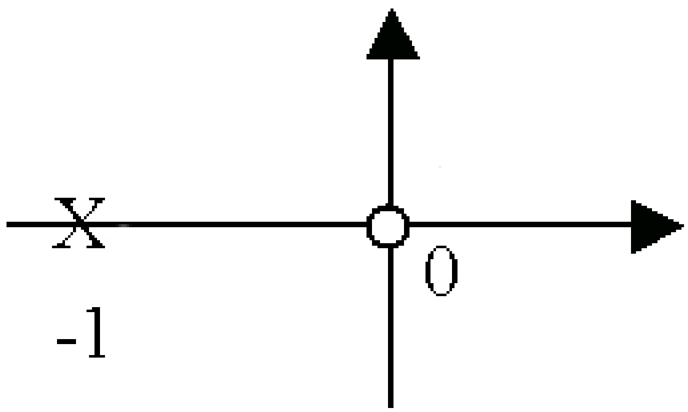
(C) $(-e^{-t}+3e^{-3t})\varepsilon(t)$ (D) $(-2e^{-t}+4e^{-3t})\varepsilon(t)$

6、连续系统的系统函数 $H(S)$的零极点分布如图，

且已知 H(∞)=1,则系统的单位冲激响应为：

（A） $\delta(t)$　　（B） $\varepsilon(t)$

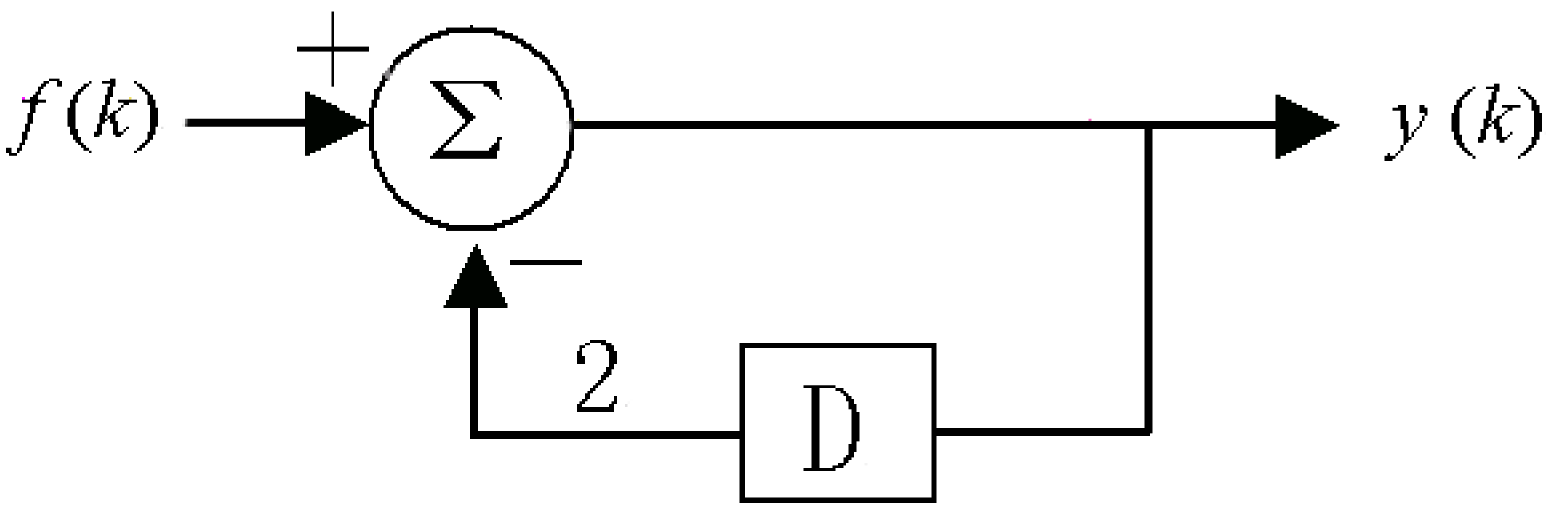
（C） $\delta(t)+\varepsilon(t)$　　（D） $\delta(t)-\varepsilon(t)$



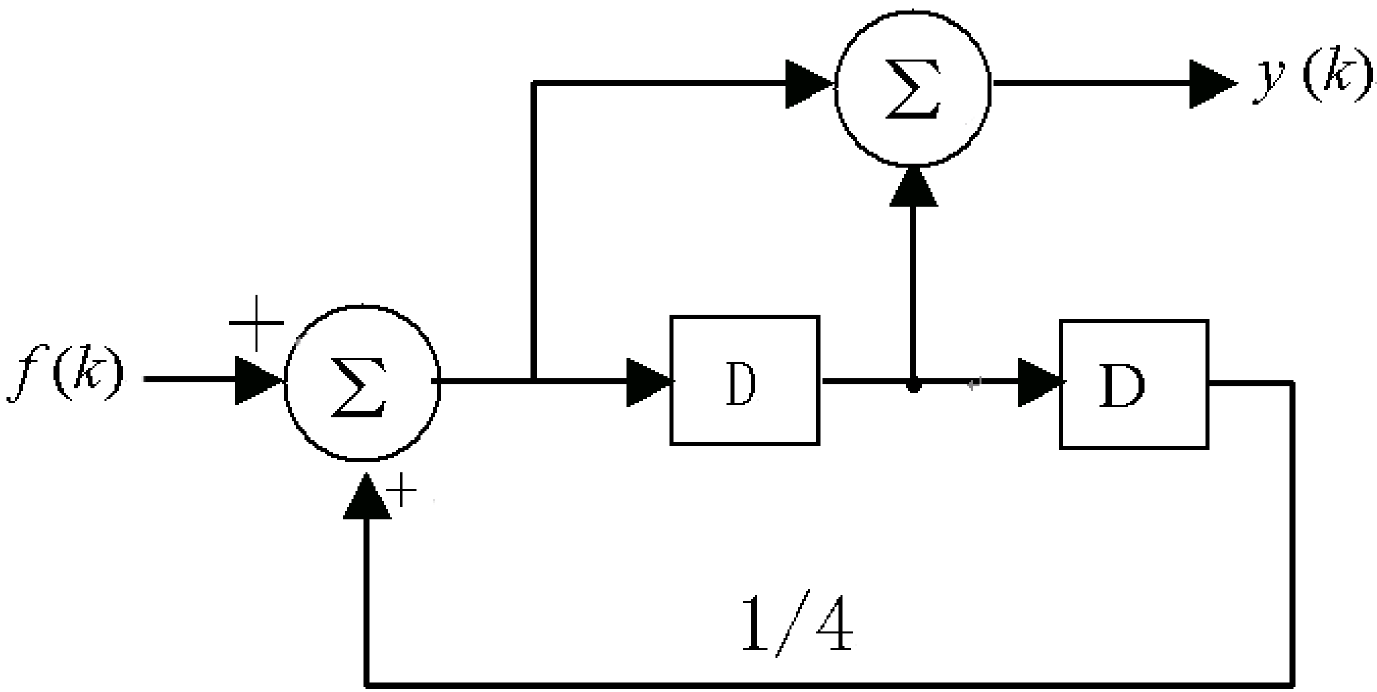
7、如图所示离散系统，其单位样值响应：

(A) $2^k\varepsilon(k)$　　(B) 2^k

(C) $(-2)^k\varepsilon(k)$　　(D) $(-2)^k$



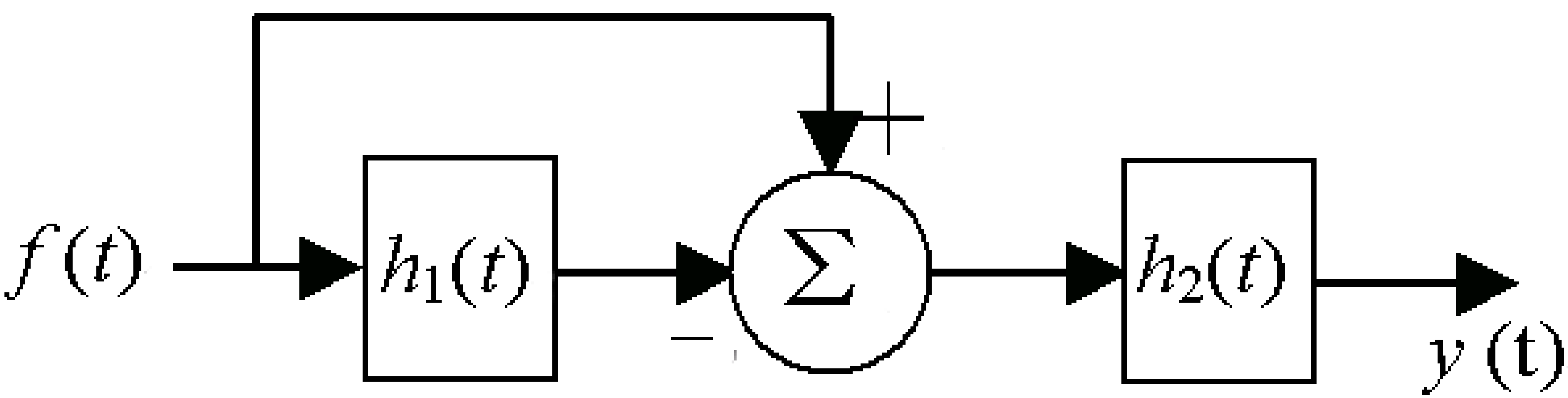
8、图示离散系统，求系统的单位样值响应：



9、如图所示系统，各子系统的单位响应为

$$h_1(t)=\delta(t-1) \qquad h_2(t)=\varepsilon(t-1)$$

则系统的单位冲激响应 $h(t)$=______________。



10、已知系统的单位阶跃响应 $g(k)=[(\frac{1}{3})^k-3(0.5)^k+3]\varepsilon(k)$，

求系统的单位样值响应　$h(k)=$________________。

四、卷积运算

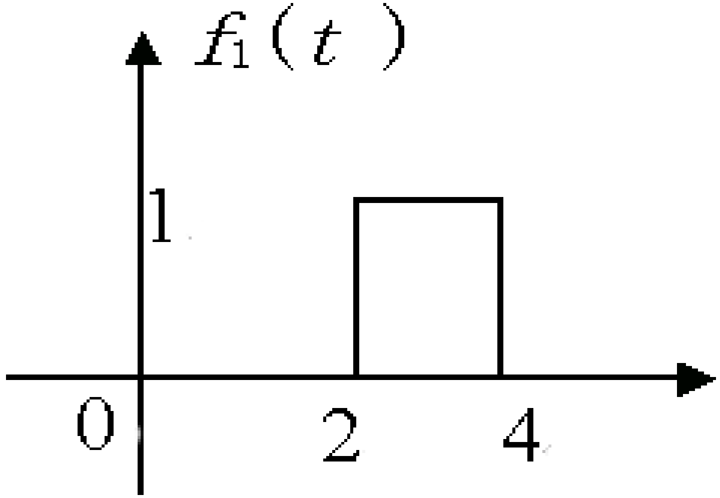
分为连续信号的卷积与离散信号的卷积

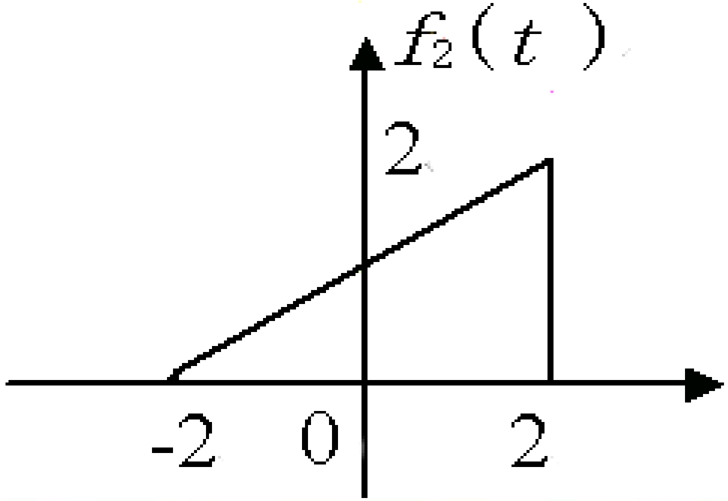
运算规那么：先变t，后积τ

1、 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图所示，

设 $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$，则 $f(4)$ 等于：

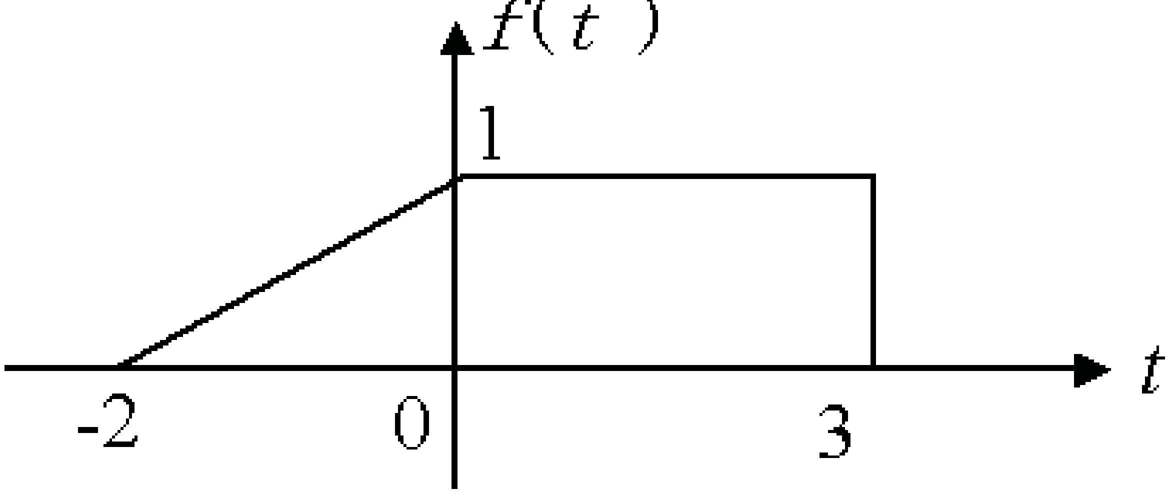
（A）0 （B）1 （C）2 （D）3 （E）4





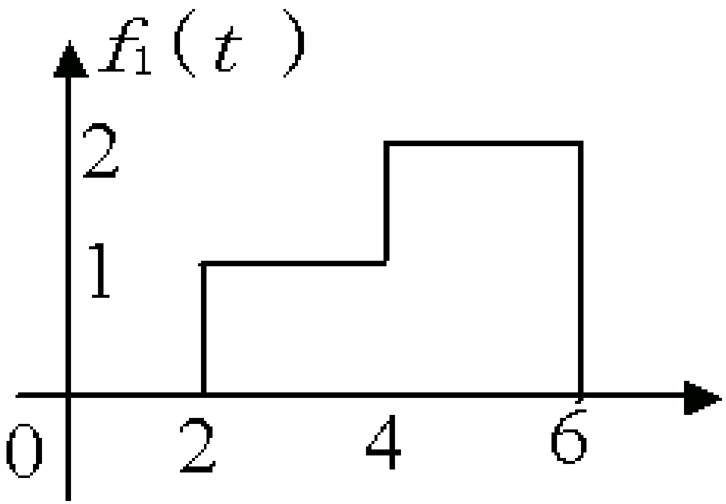
2、信号 $f(t)$ 的波形如图所示，

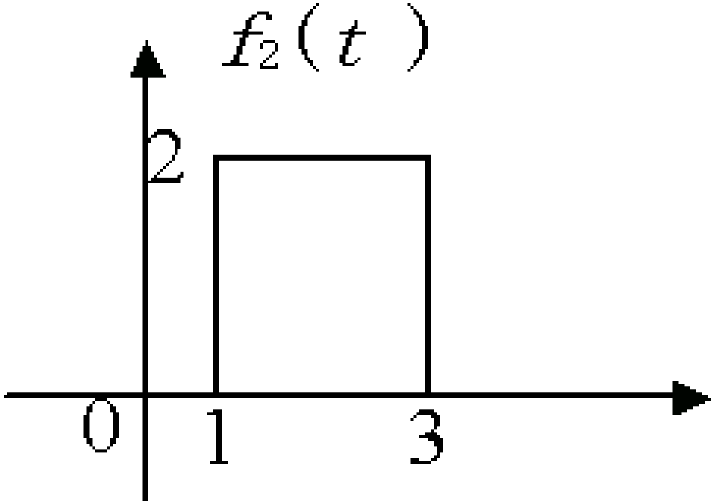
画出的波形 $y(t)=f\left(\frac{1}{2}t+1\right)*\delta(4-t)$



3、信号 $f_1(t)$和 $f_2(t)$的波形如图所示，

设 $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$,则 $f(6)$等于:





4、序列$f_1(k)=\{\quad\}$ $f_2(k)=\{\quad\}$ $f(k)=f_1(k)*f_2(k)$

求$f(k)=\{\quad\}$ 或 $f(2)=$

五、频域分析

内容
- 信号
  - 周期
  - 非周期
  - 取样信号
- 系统 $H(j\omega)$

1、周期信号的傅里叶级数:

信号 → 分解 → 叠加 → 信号

$f(t)$ $\qquad$ $\cos(n\Omega t)$, $\sin(n\Omega t)$, $e^{jn\Omega t}$ $\qquad$ $\sum$ $\qquad$ $f(t)$

双函数形式：

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\Omega t)+b_n\sin(n\Omega t)]$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos(n\Omega t)dt,\qquad n=0,1,2,3\ldots$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin(n\Omega t)dt,\qquad n=1,2,3\ldots$$

$$\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)dt$$ 直流

单正弦函数形式：

$$f(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\Omega t+\varphi_n)$$

$$A_0=a_0$$

$$An=\sqrt{a_n^{\ 2}+b_n^{\ 2}},\qquad n=1,2,3\ldots.$$

$$\varphi_n=-\arctan(\frac{b_n}{a_n})$$

$$a_0=A_0$$

$$a_n=A_n\cos\varphi_n,\qquad n=1,2,3..$$

$$b_n=A_n\sin\varphi_n$$

指数函数形式：

$$f(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}F_n e^{jn\Omega t}$$

$$Fn=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{jn\Omega t}dt, \qquad n=0,\pm1,\pm2$$

2、 函数的奇偶性与系数的关系

偶函数 $\rightarrow$ $a_0, a_n, b_n=0$ $\rightarrow$ $\cos(n\Omega t)$

奇函数 $\rightarrow$ $b_n, a_n=0$ $\rightarrow$ $\sin(n\Omega t)$

3、典型信号的傅里叶级数

周期矩形脉冲（幅度为 E）

$$f(t)=\frac{E\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa(\frac{n\pi\tau}{T})e^{jn\Omega t}$$

$$Fn=\frac{E\tau}{T}Sa(\frac{n\pi\tau}{T})=\frac{E\tau}{T}Sa(\frac{n\Omega\tau}{2}),\quad n=0,\pm1,\pm2\ldots$$

习题:

(1) 如图所示周期信号 $f(t)$,其傅里叶系数中 F_0 等于:

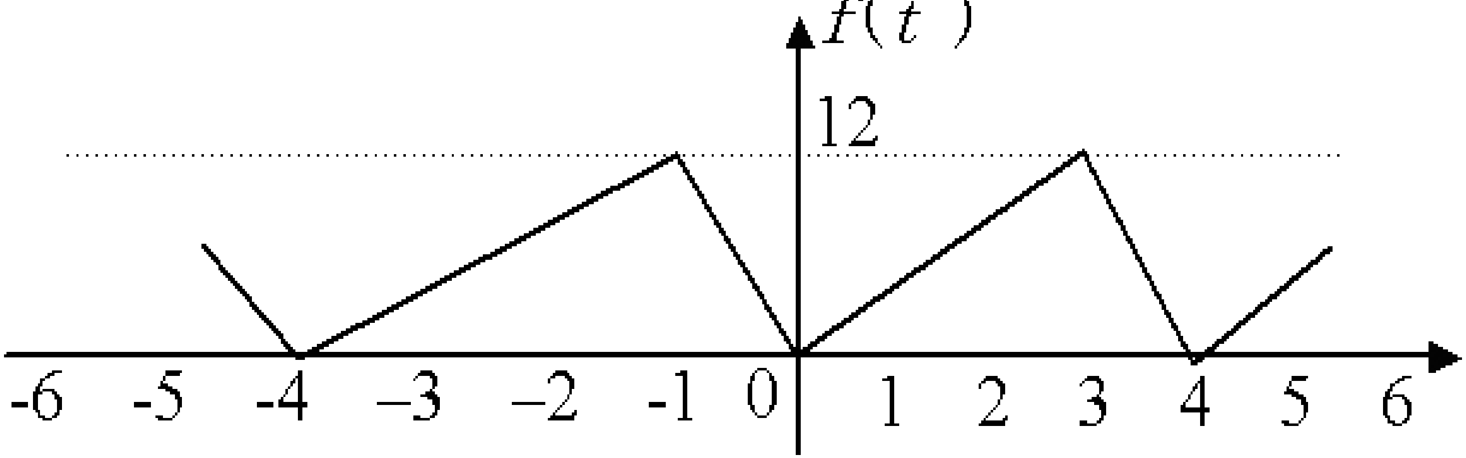
(A) 0

(B) 2

(C) 4

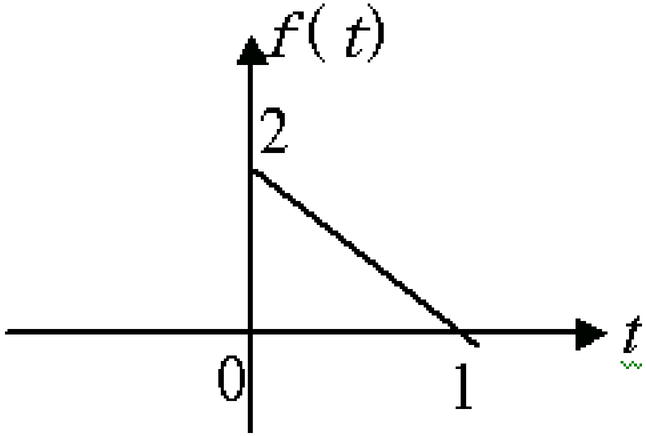
(D) <u>6</u>

(E) 8

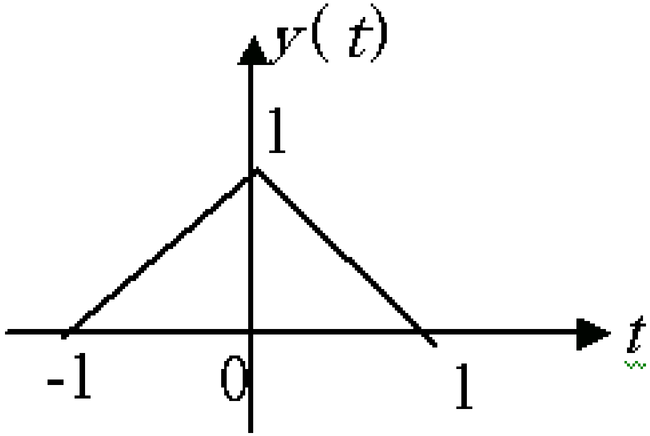


知识点：周期信号的直流分量

(2) 设图 a 所示信号 f(t)的傅里叶变换 $F(j\omega)=R(\omega)+jX(\omega)$ **为已知，则图 b 信号 y(t)的傅里叶变换** $Y(j\omega)$ **等于：**



a



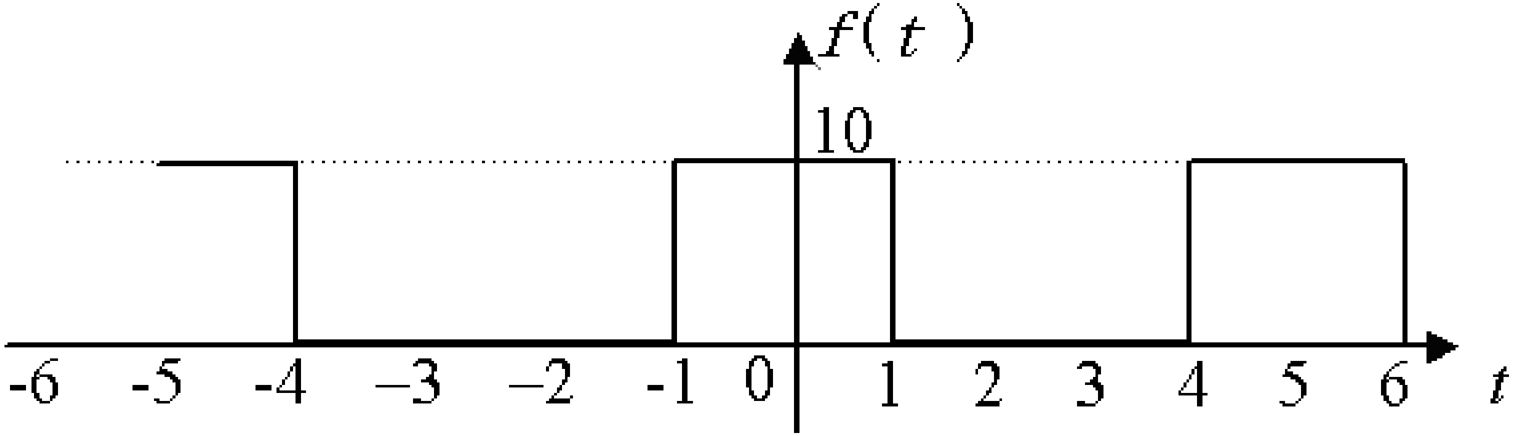
b

(A) $R(\omega)$ **(B)** $2R(\omega)$ **(C)** $2R(2\omega)$ **(D)** $R(\frac{\omega}{2})\cos(\frac{\omega}{2})$

(E) $2R(2\omega)\cos(\omega)$

知识点：函数的周期性与傅里叶变换的关系

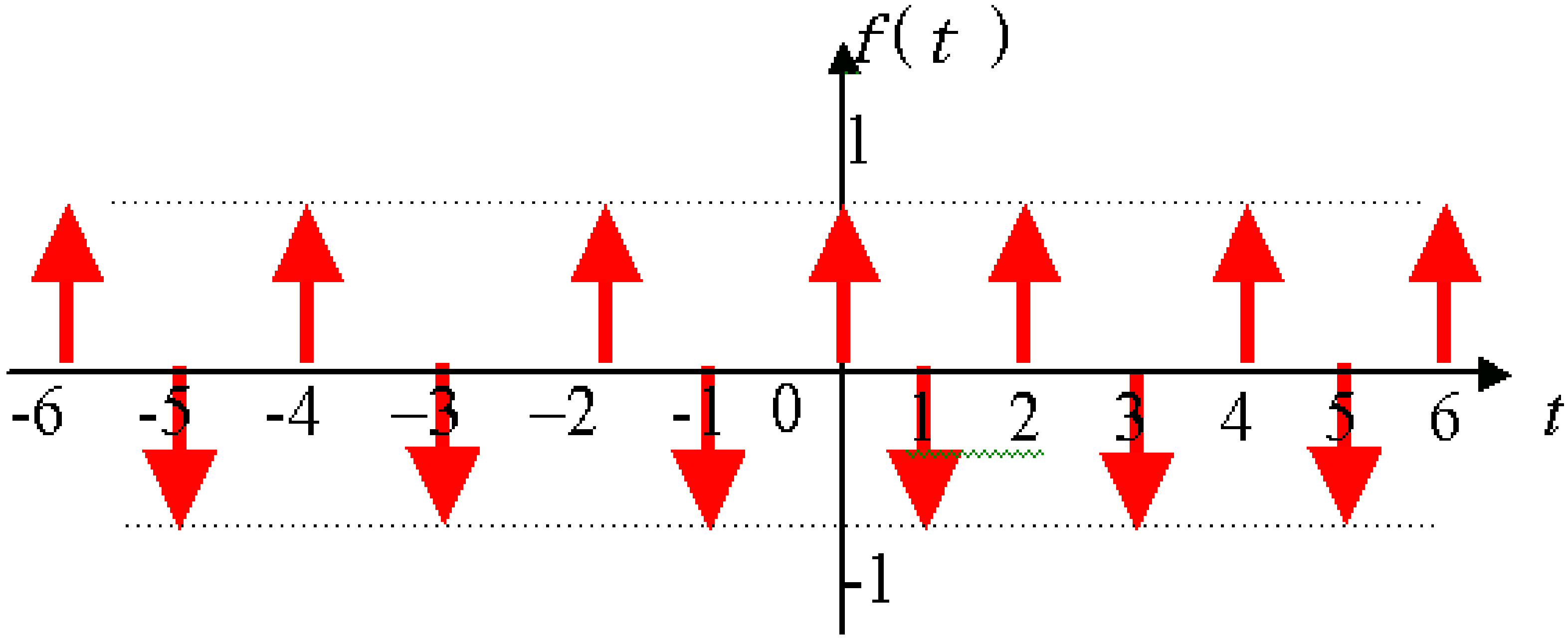
(3)如图所示周期信号，其复傅里叶系数中 F_0 等于:



(A) 0　(B) 2　(C) <u>4</u>　(D) 6　(E) 8

知识点：周期信号的直流分量

(4)如图所示周期信号 $f(t)$的复傅里叶系数 Fn=______。



$$\frac{1}{2}[1-\cos(n\pi)]$$

知识点：冲激序列的傅里叶基数系数

4、非周期信号的傅里叶变换

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad f(t)=F^{-1}[F(j\omega)]$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt \qquad F(j\omega)=F[f(t)]$$

5、典型非周期信号的付里叶变换

$$f(t)=e^{-at} \qquad \to F(j\omega)=\frac{1}{j\omega+a}$$

双边指数 $\to F(j\omega)=\dfrac{2a}{a^2+\omega^2}$

门函数 $\to F(j\omega)=E\tau Sa(\dfrac{\omega\tau}{2})$

冲激函数 $\rightarrow F(j\omega)=1$

冲激偶 $\rightarrow F(j\omega)=j\omega$

阶跃函数 $\rightarrow F(j\omega)=\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}$

符号函数 $\rightarrow F(j\omega)=\dfrac{2}{j\omega}$

$\cos(\omega_0 t) \rightarrow \pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$

$\sin(\omega_0 t) \rightarrow j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

6、傅叶变换的性质：

（十分重要，必须记住）

7、周期信号的傅里叶变换及傅里叶系数与傅里叶变换的关系

周期信号的傅里叶变换是一系列的离散冲激，其包络与周期信号对应的单周期信号的傅里叶变换相周。

$$F_n = \frac{1}{T} F_0(j\omega)\big|_{\omega = n\Omega}$$

习题:

(1)信号$e^{-jt}\delta(t-2)$的傅里叶变换等于:

(A)1 (B) $e^{j2\omega}$ (C) $e^{-j2\omega}$ (<u>D</u>) $e^{-j2(\omega+1)}$ (E) $e^{j2(\omega+1)}$

(2)信号$2t\delta'(t)$的傅里叶变换等于:

(<u>A</u>)-2 (B) $j(\omega-2)$ (C) $j(\omega+2)$ (D) $2+j\omega$

(E) $-2+j\omega$

知识点：冲激函数的特性

(5)设 f(t)的傅里叶变换为 F(jw)，则 *tf*(2*t*)的傅里叶变换等于：（D）

$$(A)\, j2\frac{d}{d\omega}F(j2\omega) \qquad (B) -j2\frac{d}{d\omega}F(j2\omega)$$

$$(C)\, j2\frac{d}{d\omega}F(j\frac{\omega}{2}) \qquad (D)\frac{j}{2}\frac{d}{d\omega}F(j\frac{\omega}{2})$$

$$(E)\frac{j}{2}\frac{d}{d\omega}F(j\frac{\omega}{2})$$

知识点：傅里叶变换性质

(6)信号 $e^{-3t}\varepsilon(t-1)$ **的傅里叶变换等于：** (c)

$(A)\dfrac{1}{3+j\omega}e^{j\omega}$ $(B)\dfrac{1}{3+j\omega}e^{3}$

$(C)\dfrac{1}{3+j\omega}e^{-(3+j\omega)}$ $(D)\pi\delta(\omega+3)+\dfrac{1}{j(\omega+3)}e^{-j\omega}$

$(E)\pi\delta(\omega+3)+\dfrac{1}{j(\omega+3)}e^{-j(\omega+3)}$

知识点：傅里叶变换性质

(7) 信号 $te^{-2t}\varepsilon(t)$ 的傅里叶变换等于：（B?）

$(A)-\dfrac{1}{(2+j\omega)^2}$　　$(B)\dfrac{1}{(2+j\omega)^2}$

$(C)\dfrac{j}{(2+j\omega)^2}$　　$(D)\dfrac{-1}{(2-j\omega)^2}$

$(E)\dfrac{j}{(2-j\omega)^2}$

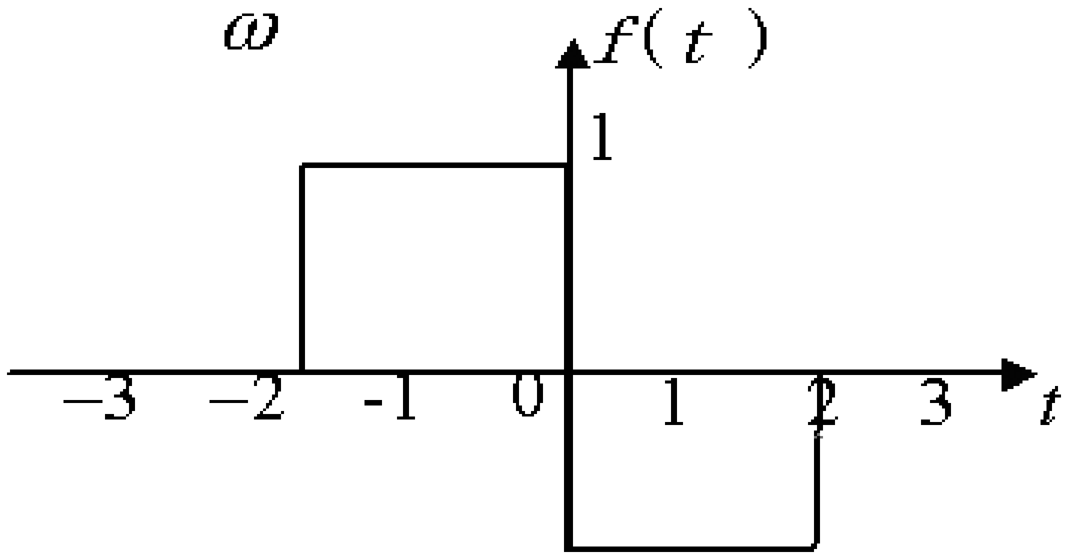
知识点：傅里叶变换性质

(8)如图所示信号的傅里叶变换等于：(B)

$$(A)\ j\frac{4\sin^2(\omega/2)}{\omega} \qquad (B)\ j\frac{4\sin^2(\omega)}{\omega}$$

$$(C)\ j\frac{4\sin^2(2\omega)}{\omega} \qquad (D)\ j\frac{4\sin\omega\sin(2\omega)}{\omega}$$

$$(E)\ \frac{4\sin\omega\cos 2\omega}{\omega}$$



知识点：门函数及傅里叶变换性质

(9)信号 $\frac{1}{2}(-\infty < t < \infty)$ **的傅里叶变换：(A)**

$(A)\pi\delta(\omega)$ $(B)2\pi\delta(\omega+3)$ $(C)2\pi\delta(\omega-3)$

$(D)\frac{1}{3}+j\omega$ (E)不存在

知识点：直流的傅里叶变换

(10)信号 $e^{j(t-2)}\delta(t-2)$ **的傅里叶变换：**

$(A)e^{j2\omega}$ $(B)e^{-j2\omega}$ $(C)e^{-j2(\omega+1)}$ $(D)e^{j2(\omega+1)}$

(11)信号（1-t）$f(1-t)$的傅里叶变换

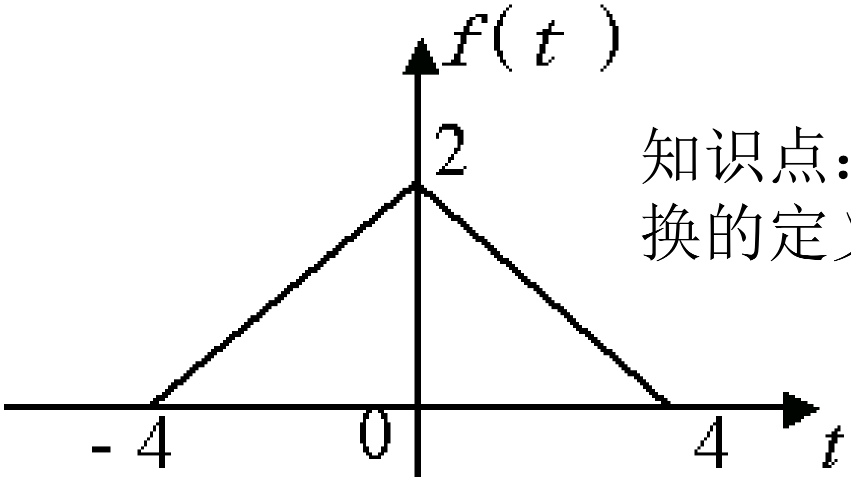
(12)如图所示信号 $f(t)$,则$\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)d\omega$ 等于:

(A) 8

(B) 4 π

(C)2 π

(D) 0



知识点：傅 里叶变换的定义

(13) 信号 $e^{3(t-1)}\delta'(t-1)$ 的傅里叶变换:

$(A) 3+j\omega$ $(B) 3+j(\omega+1)$ $(C)(1+j\omega)e^{-j3\omega}$

$(D)(3+j\omega)e^{-j\omega}$ $(E)(3+j\omega)e^{-(3+j\omega)}$