

2024 年湖南省长沙市望城区中考数学一模试卷

一、选择题：本题共 9 小题，每小题 3 分，共 27 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列实数是无理数的是()

- A. $\frac{22}{7}$ B. $\sqrt{6}$ C. 28 D. 3.14

2. 如图所示是第19届杭州亚运会的运动图标，属于轴对称图形的是()



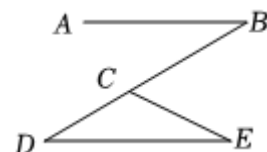
3. 下列计算正确的是()

- A. $(xy)^2 = xy^2$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $x^5 \div x^3 = x^2$

4. 著名的数学苏步青被誉为“数学大王”.为纪念其卓越贡献，国际上将一颗距地球约218000000公里的行星命名为“苏步青星”，数据218000000用科学记数法表示为()

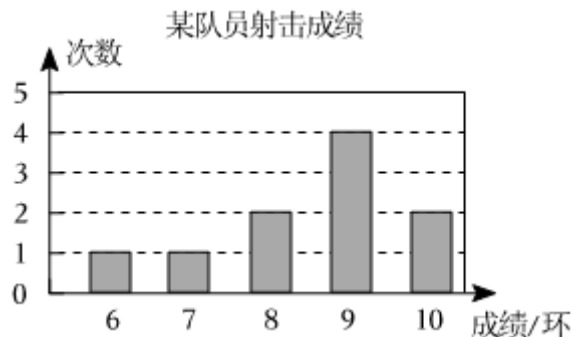
- A. 0.218×10^9 B. 2.18×10^8 C. 2.18×10^9 D. 218×10^6

5. 如图， $AB \parallel DE$ ，点B, C, D在同一直线上，若 $\angle BCE = 55^\circ$ ， $\angle E = 25^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是()



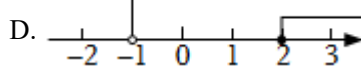
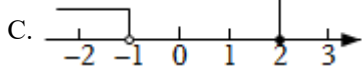
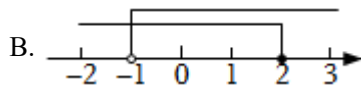
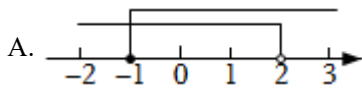
- A. 55° B. 30° C. 25° D. 20°

6. 射击比赛中，某队员10次射击成绩如图所示，则该队员成绩(单位：环)的中位数为()



- A. 2 B. 8 C. 8.5 D. 9

7. 不等式组 $\begin{cases} -x < 1 \\ x-1 \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为()



8. 在一次函数 $y = (2m + 2)x + 4$ 中, y 随 x 的增大而增大, 那么 m 的值可以是()

- A. 0 B. -1 C. -1.5 D. -2

9. 不透明的盒子放有三张大小、形状及质地相同的卡片, 卡片上分别写有李白《峨眉山月歌》, 李白《渡荆门送别》和王维《寄荆州张丞相》三首诗, 小明从盒子中随机抽取两张卡片, 卡片上诗的作者都是李白的概率是()

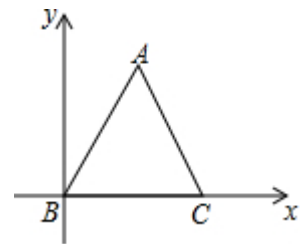
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。

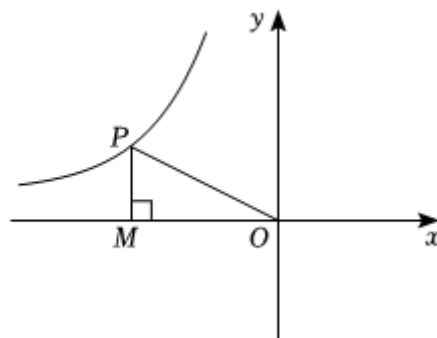
10. 分解因式: $a^2 - \frac{1}{4} =$ _____;

11. 若一组数据 3, 4, 3, 6, 7 的众数是 3, 则这组数据的中位数为_____.

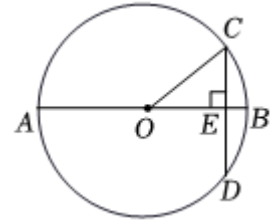
12. 已知: 如图所示, 边长为 6 的等边 $\triangle ABC$, 以 BC 边所在直线为 x 轴, 过 B 点且垂直于 BC 的直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系, 则 A 点坐标为_____.



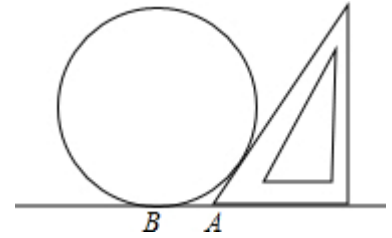
13. 如图, P 是反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上任意一点, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴, 垂足为 M , 若 $\triangle POM$ 的面积等于 4, 则 k 的值为_____.



14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 且 $AB = 10\text{cm}$, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $CD = 8\text{cm}$, 连接 OC , 则 $BE =$ _____ cm .



15. 为了测量一个圆形铁环的半径, 小华采用了如下方法: 将铁环平放在水平桌面上, 用一个锐角为 30° 的直角三角板和一个刻度尺, 按如图所示的方法得到有关数据, 进而求得铁环的半径, 若测得 $AB = 10\text{cm}$, 则铁环的半径是_____.



三、解答题: 本题共 9 小题, 共 72 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

16. (本小题6分)

计算: $|\sqrt{3}| + (\frac{1}{2})^{-1} + (\pi + 1)^0 - \tan 60^\circ$.

17. (本小题6分)

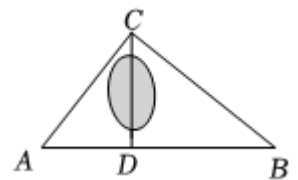
先化简, 再求值: $(-2ab + 3a^2) - 2b^2 - (a^2 - 2ab)$, 其中 $a = 1$, $b = -2$.

18. (本小题6分)

如图, 在笔直的公路 AB 旁有一座山, 从山另一边的 C 处到公路上的停靠站 A 的距离为 $AC = 15\text{km}$, 与公路上另一停靠站 B 的距离为 $BC = 20\text{km}$, 停靠站 A 、 B 之间的距离为 $AB = 25\text{km}$, 为方便运输货物现要从公路 AB 上的 D 处开凿隧道修通一条公路到 C 处, 且 $CD \perp AB$.

(1) 请判断 $\triangle ABC$ 的形状?

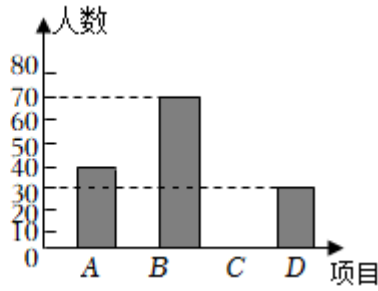
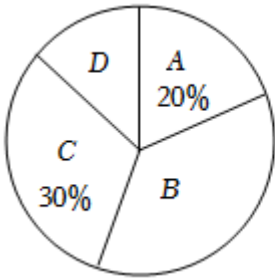
(2) 求修建的公路 CD 的长.



19. (本小题8分)

为落实“双减”政策, 某校利用课后服务开展了“书香校园”的读书活动, 活动中, 为了解学生对书籍种类 (A : 艺术类, B : 科技类, C : 文学类, D : 体育类) 的喜欢情况, 在全校范围内随机抽取若干名学生, 进行问卷调查(每个被调查的学生必须选择而且只能在这四种类型中选择一项)将数据进行整理并绘制成两

幅不完整的统计图.

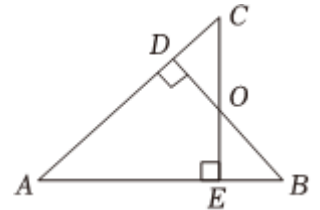


- (1)这次调查中,一共调查了_____名学生;
- (2)在扇形统计图中,“D”部分所对应的圆心角的度数为_____度;并补全条形统计图.
- (3)若全校有4800名学生,请估计喜欢B(科技类)的学生有多少名?

20. (本小题8分)

如图, $BD \perp AC$ 于点D, $CE \perp AB$ 于点E, $BE = CD$, BD 与 CE 交于点O.

- (1)求证: $\triangle COD \cong \triangle BOE$;
- (2)若 $CD = 2$, $AE = 5$, 求AC的长.



21. (本小题9分)

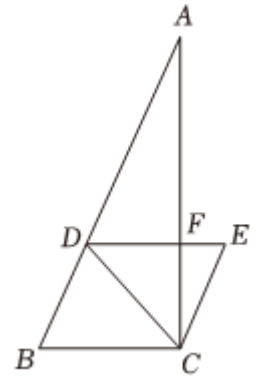
为进一步落实“德智体美劳”五育并举,某中学开展球类比赛,准备从体育用品商场一次性购买若干个足球和篮球.已知购买2个足球和1个篮球共需210元,购买3个足球和2个篮球共需360元.

- (1)足球和篮球的单价各多少元?
- (2)根据学校实际情况,需一次性购买足球和篮球共100个,且足球和篮球的总费用不超过7200元,学校最多可以购买多少个篮球?

22. (本小题9分)

如图,在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D是AB上一点, $CD = BC$, 过点D作 $DF \perp AC$ 于点F, 过点C作 $CE \parallel AB$ 交DF的延长线于点E.

- (1)求证: 四边形DBCE是平行四边形.
- (2)若 $BD = 6$, $\sin A = \frac{1}{3}$, 求DE的长.



23. (本小题10分)

如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，点 M 是线段 DC 延长线上的一点，连结 MA 交 $\odot O$ 于点 F ，连结 DF 交 AB 于点 G ，连结 AD ， BD ， CF 。

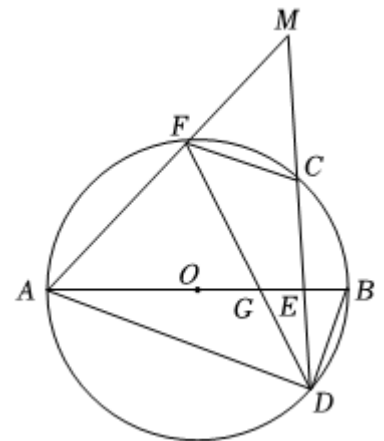
(1) 求证： $\triangle MAD \sim \triangle DAF$ 。

(2) 若 $AD = 2\sqrt{5}BE$ ，求 $\tan \angle AFD$ 的值。

(3) 在(2)的条件下，设 $\tan \angle M = x$ ， $\frac{AG}{GB} = y$ 。

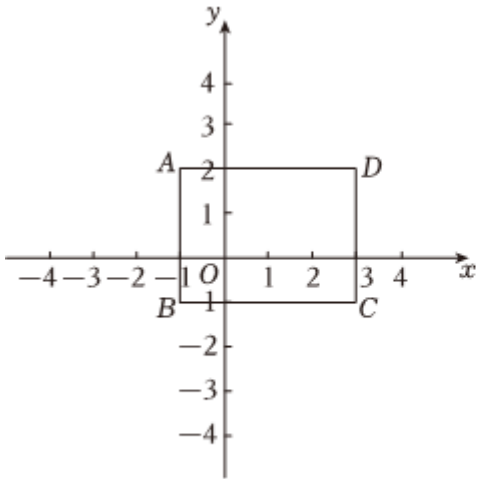
① 求 y 关于 x 的函数表达式；

② 若 E 为 BG 的中点，求 $\frac{S_{\triangle CFD}}{S_{\triangle AFD}}$ 的值。

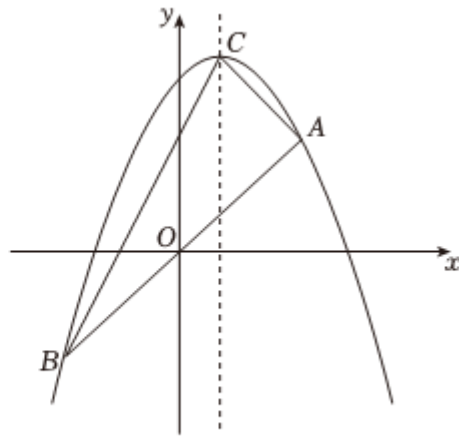


24. (本小题10分)

定义：在平面直角坐标系 xOy 中，当点 N 在图形 M 的内部，或在图形 M 上，且点 N 的横坐标和纵坐标相等时，则称点 N 为图形 M 的“梦之点”。



图①



图②

(1)如图①，矩形 $ABCD$ 的顶点坐标分别是 $A(-1,2)$ ， $B(-1,-1)$ ， $C(3,-1)$ ， $D(3,2)$ ，在点 $N_1(1,1)$ ， $N_2(2,2)$ ， $N_3(3,3)$ 中，是矩形 $ABCD$ “梦之点”的是_____；

(2)如图②，已知点 A ， B 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2}$ 上的“梦之点”，点 C 是抛物线的顶点.连接 AC ， AB ， BC ，判断 $\triangle ABC$ 的形状并说明理由.

(3)在(2)的条件下，点 P 为抛物线上一点，点 Q 为平面内一点，是否存在点 P 、 Q ，使得以 AB 为对角线，以 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，求出 P 点坐标；若不存在，请说明理由.

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：A. $\frac{22}{7}$ 是分数，属于有理数，不符合题意；

B. $\sqrt{6}$ 是无理数，符合题意；

C. 28是整数，属于有理数，不符合题意；

D. 3.14是有限小数，属于有理数，不符合题意。

故选：B.

无理数即无限不循环小数，据此进行判断即可。

本题考查无理数的识别，熟练掌握其定义是解题的关键。

2. 【答案】A

【解析】解：B, C, D选项中的图形都不能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

A选项中的图形能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形。

故选：A.

根据轴对称图形的定义进行逐一判断即可。

本题主要考查了轴对称图形，如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形。

3. 【答案】D

【解析】[分析]

分别根据积的乘方运算法则，同底数幂的乘法法则，幂的乘方运算法则以及同底数幂的除法法则进行计算，再逐一判断即可。

本题主要考查了同底数幂的乘除法以及幂的乘方与积的乘方，熟记幂的运算法则是解答本题的关键。

[详解]

解： $(xy)^2 = x^2y^2$ ，故选项A错误；

$x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故选项B错误；

$(x^2)^3 = x^6$ ，故选项C错误；

$x^5 \div x^3 = x^2$, 故选项 D 正确.

故选 D .

4. 【答案】 B

【解析】解: $218000000 = 2.18 \times 10^8$.

故选: B .

科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值大于等于 10 时, n 是正整数, 当原数绝对值小于 1 时, n 是负整数; 由此进行求解即可得到答案.

本题主要考查了科学记数法的表示方法, 熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键.

5. 【答案】 B

【解析】解: $\because \angle BCE = 55^\circ, \angle E = 25^\circ, \angle BCE = \angle E + \angle D,$

$$\therefore \angle D = \angle BCE - \angle E = 55^\circ - 25^\circ = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

故选: B .

根据三角形外角和内角的关系, 可以得到 $\angle D$ 的度数, 再根据平行线的性质, 可以得到 $\angle D = \angle B$, 从而可以得到 $\angle B$ 的度数.

本题考查平行线的性质、三角形外角和内角的关系, 解答本题的关键是求出 $\angle D$ 的度数.

6. 【答案】 D

【解析】解: 由条形统计图可得该队员 10 次射击成绩(单位: 环)为: 6, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10,

$$\therefore \text{该队员成绩(单位: 环)的中位数为 } (9 + 9) \div 2 = 9.$$

故选: D .

由条形统计图可得该队员 10 次射击成绩, 再根据中位数的定义即可求解.

本题主要考查中位数、条形统计图, 读懂条形统计图, 从图上获取解题所需信息是解题关键. 中位数: 将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列, 若数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 若这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

7. 【答案】 B

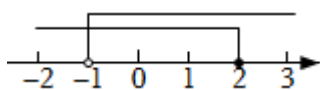
【解析】解： $\begin{cases} -x < 1 \text{ ①} \\ x-1 \leq 1 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得 $x > -1$,

解不等式②得 $x \leq 2$,

\therefore 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$,

表示在数轴上如图：



故选：B.

先解出每个不等式，从而可得不等式组的解集，再表示在数轴上，即可得答案.

本题考查解一元一次不等式组，解题的关键是掌握取不等式公共解的方法.

8. 【答案】A

【解析】 【分析】

本题考查了一次函数的性质：对于一次函数 $y = kx + b$, $k > 0$, y 随 x 的增大而增大，函数图象从左到右上升； $k < 0$, y 随 x 的增大而减小，函数图象从左到右下降。

根据一次函数的性质得到 $2m + 2 > 0$, 然后解不等式得到 m 的取值范围，再对各选项进行判断。

【解答】

解： $\because y$ 随 x 的增大而增大

$$\therefore 2m + 2 > 0$$

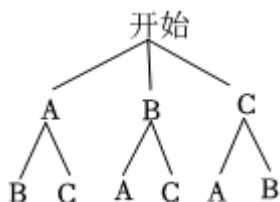
解得 $m > -1$

故选 A.

9. 【答案】A

【解析】解：把分别写有李白《峨眉山月歌》，李白《渡荆门送别》和王维《寄荆州张丞相》三首诗的卡片分别记为A、B、C，

画树状图如下：



共有6种等可能的结果，其中卡片上诗的的作者都是李白的结果有2种，即AB、BA，

\therefore 卡片上诗的的作者都是李白的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故选：A.

画树状图，共有6种等可能的结果，其中卡片上诗的的作者都是李白的结果有2种，再由概率公式求解即可.

本题考查的是用树状图法求概率. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为：概率所求情况数与总情况数之比.

10. 【答案】 $(a + \frac{1}{2})(a - \frac{1}{2})$

【解析】解： $a^2 - \frac{1}{4} = (a + \frac{1}{2})(a - \frac{1}{2})$.

故答案为： $(a + \frac{1}{2})(a - \frac{1}{2})$.

直接利用平方差公式分解因式得出答案.

此题主要考查了公式法分解因式，正确应用平方差公式是解题关键.

11. 【答案】4

【解析】解：将数据3，4，3，6，7排序后处在第3位的数是4，因此中位数是4.

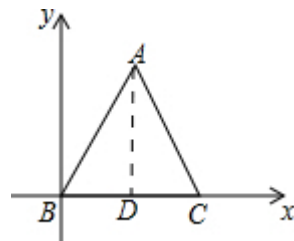
故答案为：4.

根据中位数的意义，从小到大排序后，找出处在第3位的数即可.

本题考查中位数的求法，中位数是将一组数据排序后处在中间位置的一个数或两个数的平均数，理解中位数的意义是正确解答的前提.

12. 【答案】 $(3, 3\sqrt{3})$

【解析】解：过A作 $AD \perp BC$,



$\because BC = 6$ ，等边三角形 ABC ，

$\therefore AD = 3\sqrt{3}$ ，

\therefore 点A的坐标为 $(3, 3\sqrt{3})$ ，

故答案为： $(3, 3\sqrt{3})$

根据等边三角形的性质解答即可.

此题考查等边三角形的性质，关键是根据等边三角形的性质解答.

13. 【答案】-8

【解析】解：根据题意可知： $S_{\triangle PMO} = \frac{1}{2}|k| = 4$ ，即 $k = \pm 8$ 。

又 \because 反比例函数的图象位于第二象限，

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore k = -8.$$

故答案为：-8.

过双曲线上任意一点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 是个定值，

$$\text{即 } S = \frac{1}{2}|k|.$$

本题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义。

14. 【答案】2

【解析】解： \because 弦 $CD \perp AB$ ， $CD = 8\text{cm}$ ，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 4\text{cm},$$

在 $Rt \triangle OEC$ 中， $OC = \frac{1}{2}AB = 5\text{cm}$ ，

$$\therefore OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = 3\text{cm},$$

$$\therefore BE = OB - OE = 2(\text{cm}),$$

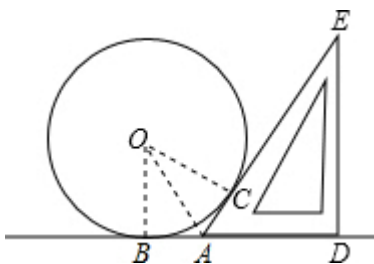
故答案为：2.

根据垂径定理求出 CE ，根据勾股定理及线段的和差计算即可。

本题考查的是垂径定理，勾股定理，掌握垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧是解题的关键。

15. 【答案】 $10\sqrt{3}\text{cm}$

【解析】解：如图所示：连接 OB ， OC ， OA ，



$\because AB$ 为圆 O 的切线，

$\therefore OB \perp AB$ ，即 $\angle OBA = 90^\circ$ ，

又 AC 为圆 O 的切线，

$\therefore OC \perp AC$ ，即 $\angle OCA = 90^\circ$ ，

在 $Rt \triangle ADE$ 中， $\angle E = 30^\circ$ ， $\angle ADE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EAD = 60^\circ$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ，

$\because AC$ 及 AB 为圆 O 的切线，

$\therefore OA$ 为 $\angle BOC$ 的平分线，

则 $\angle BAO = \angle OAC$ ，

可得 $\angle BOA = \angle COA$ ，

又 $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OAB = \angle OAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ$ ，

在 $Rt \triangle OBA$ 中， $\angle OBA = 90^\circ$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ， $AB = 10cm$ ，

$\therefore \tan 60^\circ = \frac{OB}{AB}$ ，即 $\sqrt{3} = \frac{OB}{10}$ ，

则圆的半径 $OB = 10\sqrt{3}cm$ 。

故答案为： $10\sqrt{3}cm$

由铁环与桌面及 AE 边相切，根据切线的性质得到 OB 与 AB 垂直， OC 与 AC 垂直，再由 AB 与 AC 都为圆 O 的切线，根据切线长定理得到 OA 为角平分线，可得出 $\angle AOB = \angle AOC$ ，再由一对直角相等，根据三角形的内角和定理得出 $\angle OAB = \angle OAC$ ，由直角三角形 AED 中 $\angle E = 30^\circ$ ，根据直角三角形的两锐角互余得到求出 $\angle EAD$ 的度数，进而得出邻补角 $\angle BAC$ 的度数，确定出 $\angle OAB$ 的度数，在直角三角形 OAB 中，由 AB 的长及 $\tan \angle OAB$ 的值，利用锐角三角函数定义求出 OB 的长，即为圆 O 的半径。

此题考查了切线的性质，切线长定理，锐角三角函数定义，以及三角形的内角和定理，是一道与实际生活密切相关的题型，熟练掌握切线的性质是解本题的关键。

16. 【答案】解：原式 $= \sqrt{3} + 2 + 1 - \sqrt{3}$
 $= 3$ 。

【解析】利用绝对值的性质，负整数指数幂，零指数幂及特殊三角函数值计算即可。

本题考查实数的运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

17. 【答案】解： $(-2ab + 3a^2) - 2b^2 - (a^2 - 2ab)$
 $= -2ab + 3a^2 - 2b^2 - a^2 + 2ab$
 $= 2a^2 - 2b^2$ ；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/207152003034006055>