

动力学中的九类常见问题

滑块木板模型

【模型精讲】

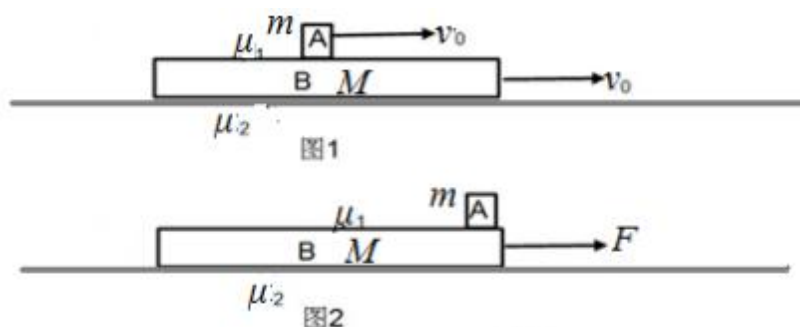
“滑块 - 木板模型”一般涉及两个物体的受力分析 (整体与隔离法) 和多个运动过程的过程, 而且涉及相对运动, 是必修 1 牛顿定律和受力分析的重点应用, 也是高考的重点和难点问题。为了系统地研究这个模型, 我们将此模型分作四类:

- 1、滑块以一定的初速度滑上木板。
- 2、木板瞬间获得一个初速度。
- 3、滑块水平方向受力。
- 4、木板水平方向受力。

【方法归纳】

在滑块 - 木板模型中, 经常需判断滑块和木板共速后, 之后的运动二者是否会发生相对滑动。

图 1 和图 2 是典型的滑块与木板共速瞬间的情况, 图 1 两者都不受力, 图 2 中木板 B 受力, 且 F 大于 B 的最大静摩擦力。



1. 分析图 1, A 受滑动摩擦力一定做减速运动, A 减速后, B 有相对于 A 向右运动的趋势, 所以 A 也会受到向左的摩擦力, 所以 A 也减速。但问题是: A 受的是静摩擦力还是滑动摩擦力? 如果 A 受静摩擦力, 说明 AB 相对无滑动, 二者加速度相同; 如果 A 收滑动摩擦力, 则说明 AB 有相对滑动, 二者加速度不同。

判断要点: 滑块 A 由摩擦力提供加速度, 所以滑块 A 的最大加速度 $a_{A\max} = \mu_1 g$

判断方法: 假定 AB 无相对滑动, 二者加速度相同, 则可以用整体法求出共同的加速 $a_{\text{共}} = \mu_2 g$ 。若 $a_{\text{共}} \leq a_{A\max}$ (等效于 $\mu_2 \leq \mu_1$), 二者将以共同的加速度 $\mu_2 g$ 做匀减速运动;

若 $a_{\text{共}} > a_{A\max}$ (等效于 $\mu_2 > \mu_1$), 二者将以不同的加速度做匀减速运动, 其中 $a_A = \mu_1 g$,

$$a_B = \frac{\mu_2(m+M)g - \mu_1 mg}{M}$$

2. 分析图 2, 题设 F 大于 B 的最大静摩擦力, 则 B 受滑动摩擦力, 加速向右运动, A 受到的摩擦力水平向右, A 也会加速向右。仍然需要判断二者是否发生相对滑动。

判断要点: 滑块 A 由摩擦力提供加速度, 所以滑块 A 的最大加速度 $a_{A\max} = \mu_1 g$ 。

判断方法：假定AB无相对滑动，二者加速度相同，则可以用整体法求出共同的加速度

$$a_{\text{共}} = \frac{F - \mu_2(m+M)g}{m+M}。$$

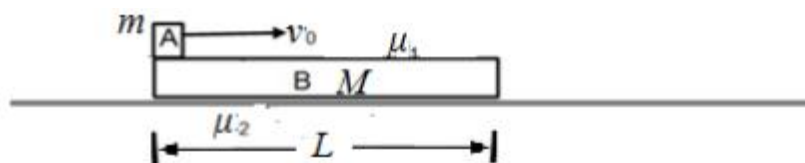
若 $a_{\text{共}} \leq a_{A\text{max}} = \mu_1 g$ ，二者将以共同的加速度 $a_{\text{共}}$ 做匀加速运动；若 $a_{\text{共}} > a_{A\text{max}} = \mu_1 g$ ，二者将以不同的加速度做匀加速运动，其中 $a_A = \mu_1 g$ ，

$$a_B = \frac{F - \mu_2(m+M)g - \mu_1 mg}{M}$$

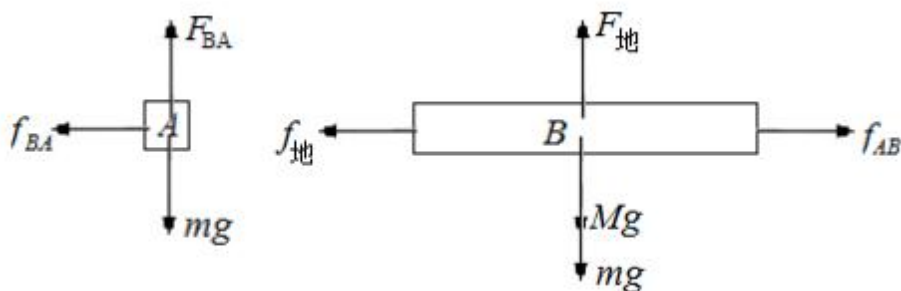
【滑块 - 木板模型分类讨论】

一、滑块以一定的初速度滑上木板。

如图，木板上的滑块A突然获得一个初速度 v_0 ，一般题设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。



初始时刻受力分析是基础，但也是关键。



如上图所示，滑块A的受力十分明确，木板B的所受摩擦力不明确（可能为静摩擦力，也可能为滑动摩擦力），需要根据不平衡力与最大静摩擦力的关系分类讨论。

1. 若 $f_{AB} \leq f_{\text{地静max}}$ ，即 $\mu_1 mg \leq \mu_2(m+M)g$ ，滑块A将向右以加速度 $a_A = \mu_1 g$ 做匀减速直线运动，木板B将保持静止。

下一步需要判定滑块A是否会滑出木板。滑块减速到0时的位移， $x_{A1} = \frac{v_0^2}{2\mu_1 g}$ 。

若 $x_{A1} \geq L$ ，滑块A将滑出木板B，滑出时的速度 $v_A' = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_1 gL}$ ，时间 $t = \frac{v_0 - v_A'}{\mu_1 g}$ 。

若 $x_{A1} < L$ ，滑块A将一直做匀减速运动，直到停在木板B上，位移 $x_{A1} = \frac{v_0^2}{2\mu_1 g}$ ，时间 $t = \frac{v_0}{\mu_1 g}$ 。

2. 若 $f_{AB} > f_{\text{地静max}}$ ，即 $\mu_1 mg > \mu_2(m+M)g$ ，二者发生相对滑动。滑块A仍然向右以加速度 $a_A = \mu_1 g$ 做匀减速直线运动，木板B将向右做匀加速运动，加速度

$$a_B = \frac{\mu_1 mg - \mu_2(m+M)g}{M}$$

此后的运动过程需要判断滑块A 和木板B 是否保持以上运动状态，直至A 滑出木板右端 (木板是否足够长) 的问题。以A 与B 共速时的相对位移判断。

设时刻 t_1 时，A 与B 速度相同，为 v_1 。

$$v_0 - a_A t_1 = a_B t_1 = v_1$$

$$x_A = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_A t_1^2$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t_1^2$$

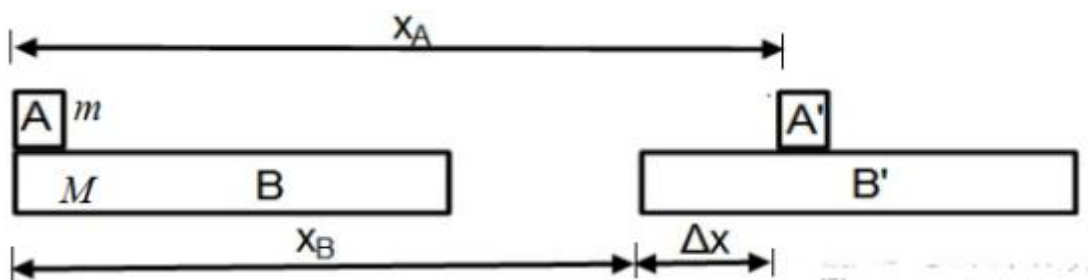
此时A 相对于B 的位移 $\Delta x = x_A - x_B$ 。

A) 若木板不够长， $\Delta x > L$ 时，则AB 还没达到共速时，滑块A 就从B 木板上滑下，设 t 时刻滑落，速度分别为 v_A ， v_B 。

$$v_0 - a_A t = v_A, \quad a_B t = v_B,$$

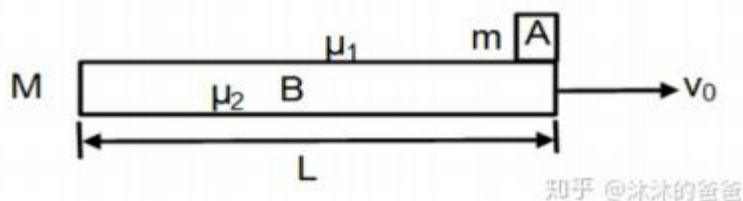
$$x_A = v_0 t - \frac{1}{2} a_A t^2, \quad x_B = \frac{1}{2} a_B t^2, \quad x_A - x_B = L$$

B)、若木板足够长， $\Delta x \leq L$ 时，二者共速时，滑块A 没有滑下木板B，如下图所示。

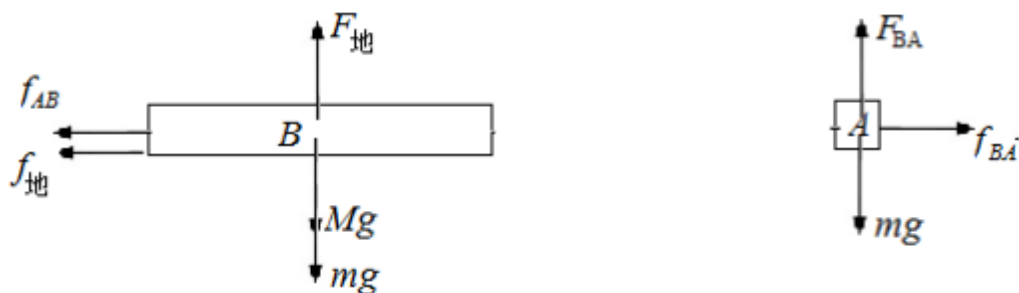


AB 共速后，因为题设 $\mu_1 mg > \mu_2 (m + M)g$ ，则 $\mu_1 > \mu_2$ ，参考背景知识，可知A 和B 共同以加速度 $a_{\text{共}} = \mu_2 g$ 做匀减速运动，直到静止。

二、木板瞬间获得一个初速度



初始时刻，二者受力分析如下图。



滑块A 将向右作匀加速运动，加速度 $a_A = \mu_1 g$ ，木板B 将向右作匀减速运动，加速度

$$a_B = \frac{\mu_1 mg + \mu_2 (m + M)g}{M}$$

此后的运动过程需要判断滑块A 和木板B 是够保持以上运动状态，直至A 滑出木板左端。以A 与B 共速时的相对位移判断。

设时刻 t_1 时，A 与B 速度相同，为 v_1 。

$$a_A t_1 = v_0 - a_B t_1 = v_1,$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t_1^2, x_B = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_B t_1^2,$$

此时A 相对于B 的位移 $\Delta x = x_B - x_A$ 。

1. 若木板不够长， $\Delta x > L$ 时，则AB 还没达到共速时，滑块A 就从B 木板上滑下，设 t 时刻滑落，速度分别为

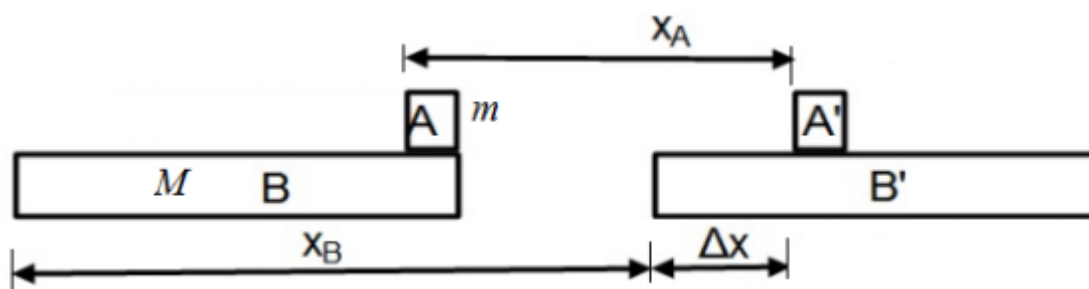
v_A, v_B 。

$$a_A t = v_A, v_0 - a_B t = v_B,$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2, x_B = v_0 t - \frac{1}{2} a_B t^2$$

$$x_A - x_B = L$$

2. 若木板足够长， $\Delta x \leq L$ ，二者共速时，滑块A 没有滑下木板B，如下图所示。



AB 共速后，参考背景知识，二者的运动需要分类讨论。

A)、若 $\mu_2 \leq \mu_1$ ，二者将以共同的加速度 $\mu_2 g$ 作匀减速运动。

B)、若 $\mu_2 > \mu_1$ ，二者将以不同的加速度做匀减速运动，其中 $a_A = \mu_1 g$ ，

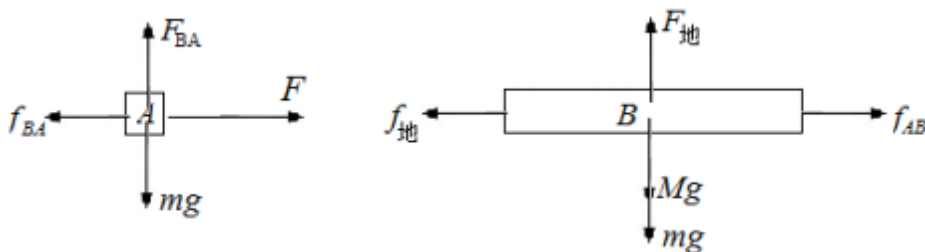
$$a_B = \frac{\mu_2 (m + M)g - \mu_1 mg}{M}, a_A < a_B, \text{ 所以 } B \text{ 减速得快, } A \text{ 相对 } B \text{ 向右运动。}$$

下阶段： B 减速到 0 后， A 继续向右做匀减速运动，直到静止。

三、滑块受水平向右的外力



滑块 A 和木板 B 的受力分别如下图。



逐步分析，先看 A 。

1. 当 $F \leq f_{A\text{静max}} = \mu_1 mg$ 时， A 与 B 之间无相对滑动，此时静摩擦力 $f_{BA} = F$ ，根据 B 的受力再分类讨论。

A) 若 $f_{BA} \leq f_{B\text{静max}}$ ，即 $F \leq \mu_2(m+M)g$ ， B 与地面相对静止，此时 A 和 B 都静止。

若 $f_{BA} > f_{B\text{静max}}$ ，即 $F > \mu_2(m+M)g$ ，则 B 相对地面运动，此时 A 和 B 一起向右作匀加速运动，整体法分析可得出二者共同的加速度

$$a_{\text{共}} = \frac{F - \mu_2(m+M)g}{M}$$

2. 当 $F > f_{A\text{静max}} = \mu_1 mg$ 时， A 与 B 之间发生相对滑动，此时滑动摩擦力 $f_1 = \mu_1 mg$ ， A 的加速度 $a_A =$

$$\frac{F - \mu_1 mg}{m}$$

根据 B 的受力分析再分类讨论。

A) 若 $f_1 \leq f_{B\text{静max}}$ ，即 $\mu_1 mg \leq \mu_2(m+M)g$ ， B 与地面相对静止。 A 向右匀加速。

B) 若 $f_1 > f_{B\text{静max}}$ ，即 $\mu_1 mg > \mu_2(m+M)g$ ，则 B 相对地面运动，此时 A 和 B 都向右作匀加速运动，但发生相对滑动，

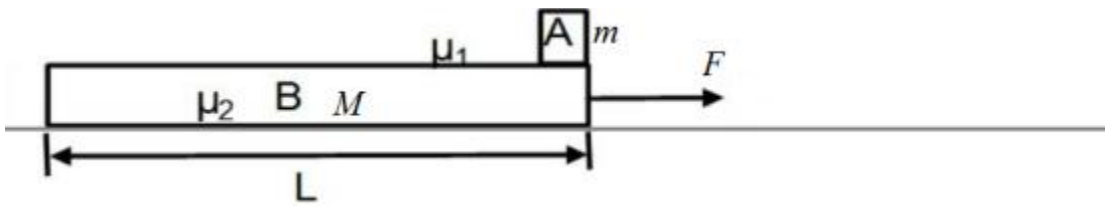
$$a_A = \frac{F - \mu_1 mg}{m}, a_B = \frac{\mu_1 mg - \mu_2(m+M)g}{M}$$

设滑出时二者速度分别为 v_A ， v_B ，时间为 t 。

$$a_A t = v_A, v_0 - a_B t = v_B,$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2, x_B = v_0 t - \frac{1}{2} a_B t^2, x_A - x_B = L$$

四、木板受水平向右的外力



参考背景知识, A 与 B 无相对滑动共同加速的最大加速度 $a = \mu_1 g$, 对应外力的临界值

$$F_{\text{临}} = (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g,$$

1、若 $F \leq f_{B\text{静max}} = \mu_2(m + M)g$, 则 B 静止不动, A 也静止不动。

2、 $\mu_2(m + M)g < F \leq (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g$, AB 以一个相同的加速度向右加速,

$$a_{\text{共}} = \frac{F - \mu_2(m + M)g}{M + m}$$

3、若 $F > (\mu_1 + \mu_2)(m + M)g$, 则 A 和 B 都向右加速, 但加速度不同, 其中 $a_A = \mu_1 g$,

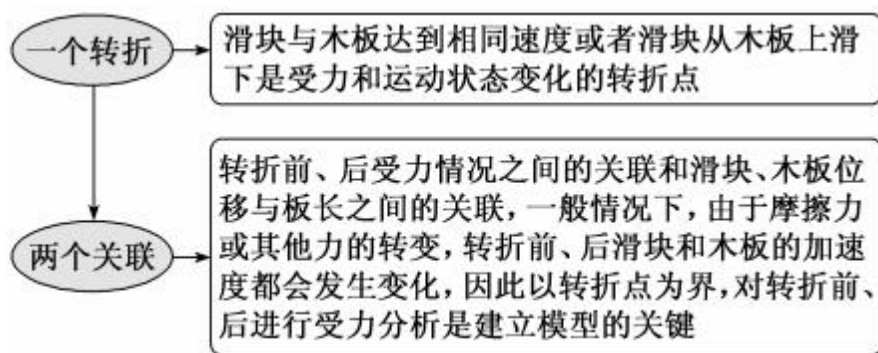
$$a_B = \frac{F - \mu_2(m + M)g - \mu_1 mg}{M}$$

设 t 时刻 A 从 B 最左端滑落, 滑落时 AB 速度分别 v_A , v_B 。

$$a_A t = v_A, \quad a_B t = v_B,$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2, \quad x_B = \frac{1}{2} a_B t^2, \quad x_A - x_B = L$$

【解题关键】. 分析“板块”模型时要抓住一个转折和两个关联



【典例精析】

1 (2024 河北强基联盟联考) 如图甲所示, 质量为 $M = 0.5\text{kg}$ 的木板静止在光滑水平面上, 质量为 $m = 1\text{kg}$ 的物块以初速度 $v_0 = 4\text{m/s}$ 滑上木板的左端, 物块与木板之间的动摩擦因数为 $\mu = 0.2$, 在物块滑上木板的同时, 给木板施加一个水平向右的恒力 F 。当恒力 F 取某一值时, 物块在木板上相对于木板滑动的路程为 s ,

给木板施加不同大小的恒力 F , 得到 $\frac{1}{s} - F$ 的关系如图乙所示, 其中 AB 与横轴平行, 且 AB 段的纵坐标为

1m^1 。将物块视为质点，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ 。则下列说法正确的是

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/207153065104006143>