2024~2025 学年度第一学期高三年级期初抽测

数　学　试　题

注意事项:

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上.用 2B 铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{y\mid y=\sqrt{4-x^2},y\in N\right\}$，$B=\left\{x\mid y=\log_2(x+1)(2-x)\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x\mid 0\le x<2\}$　　B. $\{x\mid 0\le x\le 2\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【答案】C

【解析】

【分析】对于集合A，先求出定义域，再求出 $y=\sqrt{4-x^2}$ 的范围，结合 $y\in N$，得到集合A；对于集合 B，令真数大于0，求出 x 得范围，然后求集合A 和集合 B 的交集即可.

【详解】对于集合A，令 $4-x^2\ge 0$，解得 $-2\le x\le 2$，

所以 $0\le 4-x^2\le 4$，所以 $0\le y=\sqrt{4-x^2}\le 2$，

又因为 $y\in N$，所以 $A=\{0,1,2\}$；

对于集合 B，$(x+1)(2-x)>0$，解得 $-1<x<2$，

所以 $B=\{x\mid -1<x<2\}$，

故 $A\cap B=\{0,1\}$.

故选：C

【点睛】本题主要考查求解函数的定义域和值域，以及集合的基本运算，注意求解值域时要优先求解函数的定义域，属于基础题.

2. 已知非零实数a，b满足$a>b$，则下列不等式中正确的是（　　）

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $a^3>b^3$

C. $b-a+\frac{1}{b-a}<-2$　　D. $3^a<3^b$

【答案】B

【解析】

【分析】取特值可判断A和C，由函数的单调性可判断B和D.

【详解】对于选项A：取$a=2$，$b=-1$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，故A错误；

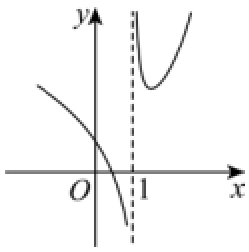
对于选项B：因为$f\left(x\right)=x^3$在R上单调递增，所以当$a>b$时，$a^3>b^3$，故B正确；

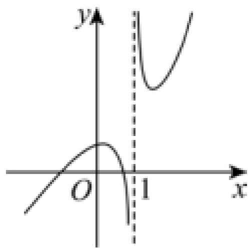
对于选项C：取$a=2$，$b=1$，则$b-a+\frac{1}{b-a}=-2$，故C错误；

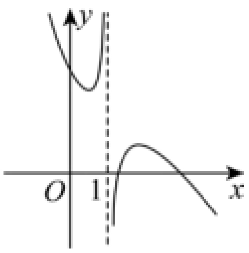
对于选项D：因为$g\left(x\right)=3^x$在R上单调递增，所以当$a>b$时，$3^a>3^b$，故D错误.

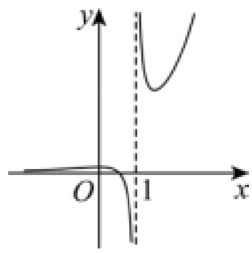
故选：B.

3. 函数$f\left(x\right)=\frac{e^x\left(2x-1\right)}{x-1}$的大致图象是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，利用函数$f\left(x\right)$的定义域$f(\frac{1}{2})=0$，以及$x\to-\infty$时，$f\left(x\right)>0$且$f\left(x\right)\to 0$，结合选项，即可求解.

【详解】由函数 $f(x)=\dfrac{e^x(2x-1)}{x-1}$，可得函数$f(x)$ 的定义域为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，且 $f(\frac{1}{2})=0$，

故排除 B,C,当$x\to-\infty$ 时，$f(x)>0$ 且$f(x)\to 0$，排除 A.

故选：D.

4. 已知函数$f(x)$的图象向左平移 1 个单位后关于y 轴对称，当$x_1<x_2<1$时，

$[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)>0$恒成立，设$a=f\left(\dfrac{1}{\ln 2}\right)$，$b=f(\log_2 3)$，$c=f\left(\dfrac{3}{2}\right)$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $c>a>b$　　B. $c>b>a$　　C. $a>c>b$　　D. $b>a>c$

【答案】C

【解析】

【分析】先结合条件判断函数$f(x)$ 的对称性质和单调性，再分别界定三个自变量的值或者范围，利用函数对称性和单调性即得.

【详解】依题可知函数$f(x)$的图象关于直线$x=1$对称，且在区间$(-\infty,1)$ 上单调递增,则在区间$(1,+\infty)$ 上单调递减.

因$\dfrac{2}{3}=\ln\sqrt[3]{e}<\ln 2<1$，则$1<\dfrac{1}{\ln 2}<\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{3}{2}<\log_2 3<2$，故$f(\dfrac{1}{\ln 2})>f(\dfrac{3}{2})>f(\log_2 3)$，即$a>c>b$.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：解题的关键在于，得知了函数在$(1,+\infty)$ 上的单调性之后，如何判断三个自变量的大小范围，考虑到三个都是大于 1 的，且有一个是$\dfrac{3}{2}$，故对于$\log_2 3$ 和$\dfrac{1}{\ln 2}$，就必然先考虑它们与$\dfrac{3}{2}$ 的大小，而这需要利用对数函数的单调性得到.

5. 已知函数$f(x)=e^x+e^{-x}-\sin^2 x$，则“$x_1>|x_2|$”是“$f(x_1)>f(x_2)$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】先推导函数的奇偶性和单调性，再根据充分必要条件的规定进行判断即得.

【详解】易知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$．由$f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-\sin^{2}x$可得$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$,

所以函数$f\left(x\right)$是偶函数．易得$f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}-\sin 2x$，令$g\left(x\right)=f'\left(x\right)$，

则$g'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2\cos 2x\geq 2-2\cos 2x\geq 0$，当且仅当$x=0$时取等号，

所以$f'\left(x\right)$是增函数，又$f'\left(0\right)=0$，故当$x>0$时，$f'\left(x\right)>0$，即$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增.

由上分析知，当$x_1>\left|x_2\right|\geq 0$时，$f\left(x_1\right)>f\left(\left|x_2\right|\right)$，因$f\left(\left|x\right|\right)=f\left(x\right)$，

故当$x_1>\left|x_2\right|$时，$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，即“$x_1>\left|x_2\right|$”是“$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$”的充分条件；

当$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$时，$f\left(\left|x_1\right|\right)>f\left(\left|x_2\right|\right)$，可得$\left|x_1\right|>\left|x_2\right|$，所以$x_1>\left|x_2\right|$或$x_1<-\left|x_2\right|$，

即“$x_1>\left|x_2\right|$”不是“$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$”的必要条件.

故选：A．

6. 函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\mathrm{e}^{x}+x-4, & x<1\\ \ln x, & x\geq 1\end{cases}$，若$f\left(a^2+1\right)\leq f\left(-10a\right)-f\left(5\right)$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $\left\{-1\right\}$

B. $\left(-\infty,-1\right]$

C. $\left[-1,+\infty\right)$

D. $\left[-1,-\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】原不等式变形为$f\left[5\left(a^2+1\right)\right]\leq f\left(-10a\right)$，再利用分段函数的单调性即可得到不等式，解出即可.

【详解】当$x<1$时，$f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}+x-4$，因为$y=\mathrm{e}^{x},y=x-4$在$\left(-\infty,1\right)$上单调递增，此时$f\left(x\right)$单调递增，

当$x\geq 1$时，易知$f\left(x\right)=\ln x$单调递增，且当$x=1$时，$\mathrm{e}^{1}+1-4=\mathrm{e}-3<0=\ln 1$，

则$f\left(x\right)$在$\mathbf{R}$上单调递增，

因为$a^2+1\geq 1$，则$f\left(a^2+1\right)+f\left(5\right)=\ln\left(a^2+1\right)+\ln 5=\ln 5\left(a^2+1\right)=f\left[5\left(a^2+1\right)\right]$，

所以由$f\left(a^2+1\right)\leq f\left(-10a\right)-f\left(5\right)$得$f\left[5\left(a^2+1\right)\right]\leq f\left(-10a\right)$，

所以$5\left(a^2+1\right)\leq -10a$，解得$a=-1$.