教师资格考试初中数学真题及答案近年合集

2012下半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]有5个编号为1、2、3、4,5的红球和5个编号为1、2、3、4,5的黑球，从这10个球中取出4个，则取出的球的编号互不相同的概率为( )。

A)5/21

B)2/7

C)1/3

D)8/21

答案:D

解析:把从10个不同的球中取出4个球的组合看成基本事件，总方法数为

C_{10}^{4}

取出的4个球的编号互不相同的方法数，分两步：先确定选哪4个编号，确

C_{5}^{4}

方法：再确定各编号球的颜色的方法有2x2x2x2=16种．即取出的4个球的编号互不相同的基本事件数为 因此．取出的4个球的编号互不相同的概率为

$$\frac{C_5^4\times 16}{C_{10}^4}=\frac{8}{21}$$

故选D，

2.[单选题]下列关于反证法的认识，错误的是( )。

A)反证法是一种间接证明命题的方法

B)反证法的逻辑依据之一是排中律

C)反证法的逻辑依据之一是矛盾律

D)反证法就是证明一个命题的逆否命题

答案:D

解析:反证法是假设结论的反面成立，在已知条件和“否定结论”这个新条件下，通过逻辑推理，得出与公理、定理、题设、临时假定相矛盾的结论或自相矛盾，从而断定结论的反面不能成立，并不是证明它的逆否命题成立。

3.[单选题]函数

$$f(x)=1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

的图象与x轴交点的个数是( )。

A)0

B)1

C)2

D)3

答案:B

解析:

$\because f'(x)=0+1+x+x^2=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 单调递增。又 $f(0)=1$，$f(-2)=-\frac{5}{3}$，$\therefore$ 函数

f(x)的图象与x轴有且只有一个交点。故选B。

4.[问答题]案例：阅读下列3个教师有关“代数式概念”的教学片段。 教师甲的情境创设： “一隧道长Z米，一列火车长180米，如果该列火车穿过隧道所花的时间为t分钟．则列车的速度怎么表示 ”学生计算得出

$\frac{l+180}{t}$，教师指出：“$\frac{l+180}{t}$”、“$10a+2b$”

这类表达式称为代数式。 教师乙的教学过程： 复习上节内容后，教师在黑板上写下代数式的定义：“由运算符号、括号把数和字母连接而 成的表达式称为代数式”，特别指出“单独一个数或字母也称为代数式”；然后判断哪些是代数式．哪些不是；接着通过“由文字题列代数式”及“说出代数式所表示的意义”进一步解释代数式的概念：最后让学生练习与例题类似的题目。 教师丙的教学过程： 让学生自学教材，但是教材并没有说“代数式”是怎么来的，有什么作用。接着教师大胆地 提出开放式问题：“我们怎样用字母表示一个奇数 ”当时教室里静极了，学生们都在思考。 先有一位男生举手回答：“2a-1”。 “不对，若a=1．5呢 ”一位男生说。 沉默之后又有一位学生大声地说：“77,应该取整数!” 有些学生不大相信：“奇数77能用这个式子表示吗 ” 不久，许多学生算出来：“a取39”。 此时，教师趁势作了一个简单的点拔：“只要。取整数，2a-1一定是奇数，对吗 那么偶数呢 ”他并没有作更多的解说，点到为止，最后的课堂小结也很简单：“数和式有什么不同 ”“式中的字母有约束吗 ”“前面一节学过的式子很多都是代数式!……”从师生们自如的沟通来看，他们都已成竹在胸。 问题： (1)你认可教师甲的情境创设吗 说明理由。(6分) (2)你认可教师乙的教学过程吗 说明理由。(7分) (3)你认可教师丙的教学过程吗 说明理由。(7分)
答案:(1)甲教师情境创设的优点在于运用学生熟悉的物理背景来进行情境导入，降低了认知的难度。 缺点在于看似联系实际，其实脱离学生的现有认知水平，使学生的认知起点与数学逻辑起点失调，无法引起学生的思维共鸣，使问题情境中隐含的数学问题与数学方法不能与教学目标相衔接，不能形成学生原有认知水平及生活经验的正迁移。 (2)乙教师的教学过程存在优点也存在缺陷。优点是一开始复习了上节内容，进行了薪旧知识间的过渡，降低了学生对新知识的认知难度；采取了直接导入的方法，开门见山的介绍本节课题，引起学生的注意，使学生迅速进入学习状态，对本节内容的基本轮廓有了大致了解；整个教学过程条理清楚、重难点突出；最后进行巩固练习，加深了学生对新知识的识记和掌握。 缺点在于没有进行合适的情境创设，将知识全盘塞给学生，剥夺了学生研究问题的权利，无法激发学生学习新知识的兴趣，学生只能机械地配合老师的教学，整个过程中，缺乏师生间的互动，忽了学生的主体地位。 (3)丙教师的教学过程存在优点也存在缺陷。优点是充分发挥了学生的主体地位，开放性问题激发了学生自主探究的兴趣，有利于培养他们的独立思考能力和创新意识。 缺点在于首先教师没有给出学生自主探究的准备时间，没有提供丰富的自学素材；另外教师导入的开放式 问题并不能充分突出代数式这节的核心“数”与“式”的区别；在探究过程中，教师没有科学合理地发挥自己的主导作用，小结也显得过于潦草和模糊。
解析:

5.[问答题]求过点A(1，-2)的所有直线被圆x2+y2=5截得线段中点的轨迹方程。
答案:占A存网卜．根据垂径定理可知．被圆截得线段中点
B 与圆 $x^2+y^2=5$
的圆心O(0，0)连线必然垂直于直线AB,所以B点在以OA为直径的圆上 （盲角所对的弦为直径)。所以B在以
$(\frac{1}{2},-1)$为圆心，以$\frac{1}{2}|OA|=\frac{\sqrt{5}}{2}$
为半径的圆上。故B点的轨迹方程为
:$(x-\frac{1}{2})^2+(y+1)^2=\frac{5}{4}$。
解析:

6.[问答题]数学教学中如何贯彻严谨性与量力性相结合的原则
答案:(1)认真了解学生的心理特点与接受能力，是贯彻严谨性和量力性相结合的原则的前提。“备课先备学生”的经验之谈，就出于此。也就是说，只有全面地了解学生情况，才能使制订的教学计划与内容安排真正做到有的放矢、因材施教，才能真正贯彻好这一原则。 (2)在教学中，应设法安排使学生逐步适应的过程与机会，逐步提高其严谨程度，做到立论有据。例如初学平面几何的学生，对严格论证很不适应，教学时应先由教师给出证明步骤，让学生只填每一步的理由，鼓励学生发扬“跳一跳够得到，，的精神，合情合理地提出教学要求，逐步过渡到学生自己给出严格证明，最后要求达到立论有据．论证简明。但绝不能消极适应学生，人为地降低教材理论要求，必须在符合内容科学性的前提下，结合学生实际组织教学。 (3)在数学教学中，注意从准确的数学基础知识和语言出发培养严谨性。这就要求教师备好教材，达到熟练准确．不出毛病。另外要严防忽公式、法则、定理成立的条件，还要注意逐步养成学生的语言精确习惯。这就要求教师有较高的教学语言素养，使自己的语言精确、简练、规范，对教学术语要求准确、得当。 (4)在数学教学中，注意培养全面周密的思维习惯，逐步提高严谨程度。一般数学中所研究的是一类事物昕具有的性质或它们元素之间的关系．而不仅仅是个别事物。于是要求教师思考问题全面周密。 总之，数学的严谨性与量力性要很好地结合，在教学中要注意教学的“分寸”，即注意教材的深广度，从严谨着眼，从量力着手；另外，要注意阶段性，使前者为后者作准备，后者为前者的发展，前后呼应。通过对学生严谨性的培养使学生养成良好的思考习惯。

解析:

7.[问答题]对学生数学学习的评价，既要关注学习结果，也要关注学习过程，你认为对学生数学学习过程的评价应关注哪些方面 试举例说明。

答案:数学学习评价，既要关注学生数学知识与技能的理解和掌握，也要关注学生学习数学的情感与态度；既要关注学生数学学习的结果，更要关注他们在学习数学过程中的变化和发展；另外评价是与教学过程并行的同等重要的过程，评价提供的是学生强有力的信息，教师要及时给予学生指导和反馈，促进学生改进。评价还应体现以人为本的思想，构建个体的发展。具体地说，对学生数学学习过程评价应关注以下几个方面：（1)评价学生在学习过程中表现出来的对数学的认识、数学思想的感受、数学学习态度、动机和兴趣等方面的变化．评价学生在学习过程中的自信心、勤奋、刻苦以及克服困难的毅力等意志品质方面的变化。注重学生数学学习的积极情感和良好学习品质的形成过程。（2)评价学生能否理解并有条理地表达数学内容，是否积极主动地参与数学学习活动，是否愿意和能够与同伴交流、与他人合作探究数学问题。注重学生参与数学学习，和同伴交流、合作的过程。（3)评价学生在学习过程中是否肯于思考、善于思考，能否不断反思自己的数学学习过程，并改进学习方法。注重学生思考方法和思维习惯的养成过程。（4)评价学生从实际情境中抽象出来的数学知识以及应用数学知识解决问题的意识和能力。（举例。)

解析:

2013下半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]定积分

$$\int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx$$

的值是( )。
A)25π/4
B)25π/2
C)25π/6
D)9π/4
答案:A
解析:

运用定积分换元法。$\because \int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx=\int_{-2}^{3}\sqrt{5^2-(x-3)^2}\,dx$,

$\therefore$ 令 $x-3=5\sin t\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant t\leqslant 0\right)$,则 $t=\arcsin\frac{x-3}{5}$。$\sqrt{5^2-(x-3)^2}=\sqrt{5^2-5^2\sin^2 t}=5\sqrt{\cos^2 t}=5\cos t$,$dx=5\cos t\,dt$,

$\therefore \int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx=\int_{-2}^{3}\sqrt{5^2-(x-3)^2}\,dx=5^2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\cos^2 t\,dt=\frac{5^2}{2}\left[t+\frac{\sin 2t}{2}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}=\frac{25\pi}{4}$,故选 A。

2.[单选题]下面哪位不是数学家 ( )
A)祖冲之
B)秦九韶
C)孙思邈
D)杨辉
答案:C
解析:孙思邈是医学家和药物学家，故选C。

3.[问答题]案例：下面是“零指数幂”教学片段的描述，阅读并回答问题。 片段一：观察下列式子，指数有什么变化规律 相应的幂有什么变化规律 猜测20- 24=16 23=8 22=4 21=2 20= 上面算式中，从上向下每一项指数减1，幂减半，猜测20=1。 片段二：用细胞分裂作为情境，验证上面的猜测：一个细胞分裂一次变为2个，分裂2次变为4个，分裂3次变为8个……那么，一个细胞没有分裂时呢 片段三：应用同底数幂的运算性质：2m÷2n=2m-n(m，n为正整数，m>n)，我们可以尝试m=n的情况，有23÷23=23-3=20。根据23÷23=8÷8=1，得出：20-1。 片段四：在学生感受“20-1”的合理性的基础上，做出零指数幂的“规定”，即a0=1(a≠0)。验证这个规定与原有“幂的运算性质”是无矛盾的，即原有的幂的运算性质可以扩展到零指数幂。 问题： (1)请确定这四个片段的整体教学目标；(6分) (2)验证运算法则

$$a^{m+n}=a^m\cdot a^n(m,n\in\mathbf{Z}^+)$$

可以拓展到自然数集；(5分) (3)这四个片段对数学运算法则的教学有哪些启示 (9分)
答案:(1)知识与技能目标：掌握整数指数幂的运算性质，理解零指数幂的意义，掌握数学中归纳总结的能力。 过程与方法目标：通过探索，让学生体会从特殊到一般的数学研究方法。 情感态度与价值观目标：培养学生的观察分析和根据规律探究问题的能力，加深对类比、找规律、严密的推理等数学方法的认识。培养学生的数学思维能力。 (2)当m．n中有一个为零时

不妨设 $m=0$,则左边$=a^{0+n}=a^n$,右边$=a^0\cdot a^n=1\times a^n=a^n$,由于左边=右边,所以 $a^{m+n}=a^m\cdot a^n$ 成立;当 $m=n=0$ 时,左边$=a^{0+0}=a^0=1$,右边$=a^0\cdot a^0=1\times 1=1$,由于左边=右边,所以 $a^{m+n}=a^m\cdot a^n$ 成立。综上所述,$a^{m+n}=a^m\cdot a^n(m,n\in\mathbf{N})$。

(3)从特殊到一般是研究数学的一个重要方法；可以在已有知识的基础上推导运算法则；观察分析和根据规律是数学运算法则教学中的一种方法；要注意学科之间的交叉性，可以用学生比较熟悉的其他学科的知识进行教学。

解析：

4.[问答题]已知矩阵

$$M=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix},$$

求曲线y2=x+y=0在矩阵M-1对应的线性变换作用下得到的曲线方程。
答案：

矩阵 M 的逆矩阵 $M^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}$，设 (x,y) 是曲线 $y^2-x+y=0$ 上任意一点，点 (x,y) 在 $M^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}$ 变换作用下变为 (x',y')，则有 $\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$，所以 $\begin{cases}x=x'+y'\\y=y'\end{cases}$，因为点 (x,y) 在曲线 $y^2-x+y=0$ 上，所以 $(y')^2-(x'+y')+y'=0$，即 $(y')^2-x'=0$。

所以曲线 $y^2-x+y=0$ 在矩阵 M^{-1} 对应的线性变换作用下得到的曲线方程为 $y^2-x=0$。

解析：

5.[单选题]定积分

$$\int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx$$

的值是( )。
A)25π/4
B)25π/2
C)25π/6
D)9π/4
答案:A
解析：

运用定积分换元法。$\because \int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx=\int_{-2}^{3}\sqrt{5^2-(x-3)^2}\,dx$，

$\therefore$ 令 $x-3=5\sin t\left(-\frac{\pi}{2}\leqslant t\leqslant 0\right)$，则 $t=\arcsin\frac{x-3}{5}$。$\sqrt{5^2-(x-3)^2}=\sqrt{5^2-5^2\sin^2t}=5\sqrt{\cos^2t}=5\cos t$，$dx=5\cos t\,dt$，

$\therefore \int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}\,dx=\int_{-2}^{3}\sqrt{5^2-(x-3)^2}\,dx=5^2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\cos^2t\,dt=\frac{5^2}{2}\left[t+\frac{\sin 2t}{2}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}=\frac{25\pi}{4}$，故选 A。

6.[问答题]简述义务教育数学课程中设置“综合与实践”内容的必要性，并举例说明“综合与实践” 的教学特点。
答案:(1)必要性：我国学生实践能力和综合运用能力相对薄弱，为此《基础教育课程改革纲要(试行)》在规划新的课程体系时，规定“从小学到高中设置综合实践活动并作为必修课程”，强调通过学生实践，增强探究和创新意识．学习科学研究的方法，发展综合运用知识的能力。增进学校与社会的密切联系，培养学生的社会责任感。 同时《基础教育课程改革纲要(试行)》又指出综合实践活动与各学科领域应形成一个有机整体，二者既有其相对独立性，又存在紧密的联系，在某些情况下，综合实践活动也可和某些学科教学打通进行，同时，各学科课程中亦应注重培养学生的实践和综合应用能力。为此，课程标准调整了数学学科的结构，在“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”这些知识性的领域之外，设置了“综合与实践”这一数学学习领域。 教学特点： (1)综合性：对任何主题的探究都必须体现个人、社会、自然的内在整合，体现科学、艺术、道德的内在整合。 (2)实践性：综合实践活动课程的展开往往以各种活动为载体，强调学生通过活动或亲身体验来进行学习，但不是为“活动”而“活动”。 (3)开放性：综合实践活动课程面向学生整个的生活世界，其内容与学生个人的生活或现实社会紧密相连，往往表现为一个没有固定答案的开放性问题，要解决这样的开放性问题，学生不可能到书本上去找现成的答案，只能通过自己的努力去探索、去发现，才能找到可能的答案。 (4)生成性：综合实践活动课程的展开很少从预定的课程目标人手，它常常围绕某个开放性的主题或问题来展开。随着活动的不断展开，新的目标、新的问题、新的主题不断生成，学生的认识和体验不断加深，创造性的火花不断迸发，这便是综合实践活动课程具有“生成性”的集中体现。 (5)自主性：综合实践活动课程的实施十分注重从学生现有的兴趣与经验出发，强调学生的自主选择与探究。学生不仅可以选择学习的内容、进度与方式，还可以自己对自己的学习

过程或结果进行评价与反思。
解析：

2014上半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]积分

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$$

的值是( )。

A)1

B)Π/4

C)Π/2

D)1/2

答案:B

解析:@jin

2.[单选题]下列不属于《义务教育数学课程标准(2011年版)》规定的第三学段“图形与几何”领域内容的是( )。

A)图形的性质

B)图形的变化

C)图形与位置

D)图形与坐标

答案:C

解析:选项c图形与位置是《义务教育数学课程标准(2011年版)》规定的第二学段“图形与几何”领域内容。

3.[单选题]欧式平面R2上的下列变换不是保距变换的是( )。

A)平移变换

B)轴对称变换

C)旋转变换

D)投影变换

答案:D

解析:投影变换是对图形整体进行缩放变换，不一定是保距变换。

4.[问答题]案例： 下面是某位同学用开方法解方程的过程。

求方程中的值$(3x+1)^2-4=0$

解：$(3x+1)^2-4=0$

移项$(3x+1)^2=4$

开平方 $3x+1=2$

移项 $3x=1$

所以 $x=\frac{1}{3}$

问题： (1)该同学的解题过程哪步错了 分析其原因。(8分) (2)针对该生情况．请你设计一个辅导教学片段(可以为师生问答形式)，并说明设计意图。 (8分) (3)除了开方法外，本题还可以用哪些方法解答(至少列举两种) (4分)

答案:(1)该同学在开平方3x+1=2这一步出现了错误．原因是对平方根的概念没有掌握：其次在最后得出根z=1/3这一步也出现了错误，原因是对一元二次方程根的个数及写法没有掌握。 (2)师：32= (-3)2= 生：9 师：根据平方根的定义。9的平方根为多少 生：±3 师：a(a≥0)的平方根为多少

师：非常好。步骤也很完整。以后注意细节，继续努力。(由易到难，由浅入深，让学生能运用开平方法解方程) 在整个辅导教学片段中，通过师生问答形式，根据学生已有的知识提出问题，启发学生反思自己做题中的错误以及错误的原因所在，帮助学生真正领悟开平方法解方程的正确解题方法，并通过巩固练习的方式，一步一步，由易到难，由具体到

生：当 $a>0$ 时，平方根有两个 $\pm\sqrt{a}$

当 $a=0$ 时，平方根为 0

（由数字到字母，由具体到抽象，让学生理解平方根的概念及掌握开平方运算）

师：$x^2=16$，$x=?$

生：±4

师：本题中 $(3x+1)^2-4=0$，开平方那一步怎么运算，可以得到几个答案，也就是有几个根？

生：$3x+1=2$ 或 $3x+1=-2$，可以得到两个答案，本题有两个不相等的实数根。

师：$(2x+3)^2-16=0$ 这个题目请写出完整的步骤。

生：解：$(2x+3)^2-16=0$

移项 $(2x+3)^2=16$

开平方 $2x+3=4$ 或 $2x+3=-4$

移项 $2x=1$ 或 $2x=-7$

所以方程的两根为

$$x_1=\frac{1}{2},x_2=-\frac{7}{2}$$

抽象促进能力的提高。 (3)①公式法：

解：$(3x+1)^2-4=0$

$3x^2+2x-1=0$

$a=3,b=2,c=-1$

$\Delta=b^2-4ac=16>0$

方程有两个不相等的实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm4}{6}$$

即 $x_1=-1,x_2=\frac{1}{3}$

②因式分解法

：$(3x+1)^2-4=0$，因式分解得：$(3x+3)(3x-1)=0$，于是得：$3x+3=0$ 或 $3x-1=0$

$$x_1=-1,x_2=\frac{1}{3}$$

解析：

5.[问答题]求方程x4+x2+x+1=0的四个复根中落在第一象限的那个根，要求用根式表达。(提示： 作变量替换 $z=x+\dfrac{1}{x}$)

答案：

$x^4+x^3+x^2+x+1=0$ 有 $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0$。

令 $z=x+\frac{1}{x}$，则 $z^2+z-1=0$，解得 $z=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

又 $z=x+\frac{1}{x}$，即 $x^2-zx+1=0$，解得 $x=\frac{z\pm\sqrt{z^2-4}}{2}$。

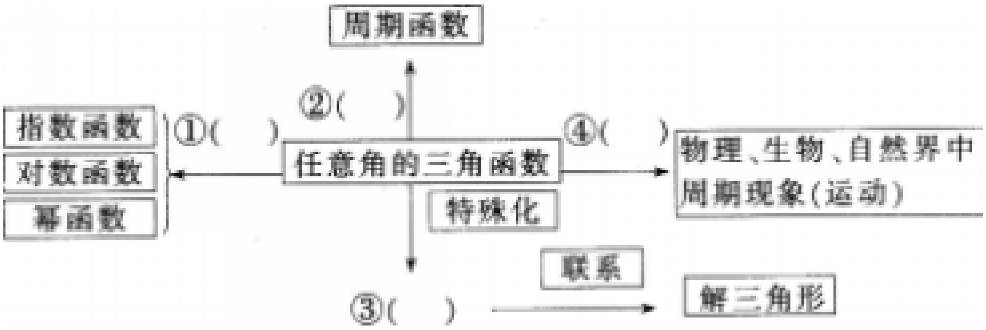
带入 z 可得 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_3=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}i$，$x_4=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}i$，

则第一象限的根为 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}i$。

@jin

解析：

6.[问答题]下列框图反应了三角函数与其他数学内容之间的关系，请用恰当词语补充完整。



答案:①基本初等函数； ②性质； ③锐角三角函数； ④应用。
解析:

7.[问答题]如何认识数学的抽象性(7分) 在数学教学中如何处理抽象与具体之间的关系，请结合实例谈谈你的看法。(8分)
答案:(1)数学的抽象性可以归纳为以下几类： ①不仅数学概念是抽象的，而且数学方法也是抽象的，并且大量使用抽象的符号。 ②数学的抽象是逐级抽象的，下一次的抽象是以前一次的抽象材料为其具体背景。 ③高度的抽象必然有高度的概括。 (2)首先要着重培养学生的抽象思维能力。所谓抽象思维能力，是指脱离具体形象、运用概念、判断、推理等进行思维的能力。按抽象思维不同的程度，可分为经验型抽象思维和理论型抽象思维。在教学中，我们应着重发展理论型抽象思维．因为只有理论型抽象思维得到充分发展的人，才能很好地分析和综合各种事物，才有能力去解决问题。其次要培养学生观察能力和提高抽象、概括能力。在教学中，可通过实物教具，利用数形结合，以形代数等手段。例如，讲对数函数有关性质时，可先画出图象，观察图象抽象出有关性质就是一例。
解析:

2014下半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]《义务教育数学课程标准(2011年版)》中课程内容的四个部分是( )。
A)数与代数，图形与几何，统计与概率，综合与实践
B)数与代数，图形与几何，统计与概率，数学实验
C)数与代数，图形与几何，统计与概率，数学建模
D)数与代数，图形与几何，统计与概率，数学文化
答案:A
解析:《义务教育数学课程标准(2011年版)》中规定了课程内容的四个部分是：数与代数，图形与几何，统计与概率，综合与实践。

2.[问答题]在空间直角坐标系下。试判定直线

$$l:\begin{cases}2x+y+z-1=0\\x+2y-z-2=0\end{cases}$$

与平面π：3x-y+2z+1=0的位置关系，并求出直线Z与平面π的夹角的正弦值。
答案:平面π的法向量为n=(3，一1，2)； 平面2x+γ+z=0的法向量为n1=(2，1，1)，平面x+2y一2=0的法向量为n2=(1，2，一1)，则直线1的方向向量为

$$m=n_1\times n_2=\begin{vmatrix}i & j & k\\2 & 1 & 1\\1 & 2 & -1\end{vmatrix}=-3i+3j+3k \text{ 可取 } m=(-3,3,3)。$$

mn=一9-3+6-6，可知直线f与平面π相交。设直线Z与平面π的夹角为θ，则

$$\sin\theta=|\cos\langle m,n\rangle|=\left|\frac{m\cdot n}{|m||n|}\right|=\left|\frac{-6}{\sqrt{14}\times\sqrt{27}}\right|=\frac{\sqrt{42}}{21}。$$

解析:

3.[问答题]袋子中有70个红球，30个黑球，从袋中任意摸出一个球，观察颜色后放回袋中，再摸第二个球，观察颜色后也放回袋中。 (1)求两次摸球均为红球的概率；(3分) (2)求两次摸球颜色不同的概率。(4分)
答案:(1)每次摸到红球的概率均为

$$P=\frac{70}{70+30}=\frac{7}{10}=0.7.$$

两次摸球相互独立．所以两次摸球均为红球的概率为P=-0．7x0．7=0．49。 (2)两次摸球均为黑球的概率为0．3x0．3=0．09，所以两次摸球颜色不同的概率为1-0．49-0．09=0．42。
解析:

4.[问答题]《义务教育数学课程标准(2011年版)》中强调培养学生“符号意识”。简要回答“符号意识”表现为哪些方面，并举例说明。
答案:符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理．得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。
解析:

5.[问答题]请列举数学课堂教学导人的两种方法，并举例说明。
答案:(1)直接导入法 直接导人法就是开f-1见山紧扣教学目标要求直接给出本节课的教学目的，以引起学生的有意注意，诱发探求新知识的兴趣。使学生直接进入学习状态。这种导入能使学生迅速定向，对本节课的学习有一个总的概念和基本轮廓。他能提高学生自学的效率和质量，适合条理性强的教学内容。如在讲切割定理时，先将定理内容写在黑板上。让学生分清已知、求证后，师生共同证明。 (2)复习导入法 复习导入法即所谓“温故而知新”，主要是利用新旧知识间的逻辑联系，即旧知识是新知识的基础，新知识是旧知识的发展与延伸，从而找出新旧知识联接的交点，由旧知识的复习迁移到新知识的学习上来导人新课。通过这种方法导入新课，可以淡化学生对新知识的陌生感，使学生迅速将新

知识纳入原有的知识结构中，能有效降低学生对新知识的认知难度。使用这种导入方法，教师一定要摸清学生原有的知识水平；要精选复习、提问时新旧知识联系的“支点”。例如在学习勾股定理逆定理时，可先复习勾股定理的内容，再求以线段Ⅱ，b为直角边的直角三角形，求斜边c的长，再提出“以上述三边长为边的三角形是什么样 ”的问题，引出勾股定理逆定理。 (3)类比导入法 类比就是当两个对象都有某些相同或类似属性，而且已经了解其中一个对象的某些性质时，推测另一个对象也有相同或类似性质的思维形式。所谓联想，就是由一事物想到与之相似的另一事物。采用类比联想导入简洁明快，同时能高效地调动学生思维的积极性。 例如讲相似三角形性质时，可以与全等三角形性质类比。 (4)趣味导人法 趣味导人法就是把与课堂内容相关的趣味知识，如数学家的故事、数学典故、数学史、游戏、谜语等传授给学生来导入新课。俄国教育学家乌申斯基认为：“没有丝毫兴趣的强制性学习将会扼杀学生探求真理的欲望。” 美国著名心理学家布鲁诺也说过：“学习的最好刺激乃是对所学知识的兴趣。”趣味导人可以避免平铺直叙之弊．可以创设引人人胜的学习情境，有利于学生从无意注意迅速过渡到有意注意。 例如讲一元二次方程根与系数关系时．可提出问题：“方程3x2-x=0的一个根为X1=-1，不解方程求出另一根x2。”，解决这个问题使学生感到困难，教师给出答案。

$x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{-4}{3}$，所以 $x_2=-\frac{4}{3}\div(-1)=\frac{4}{3}$

，请同学们验算。激发同学们兴趣。

解析:

6.[问答题]数学教育家弗赖登塔尔(Hans．Freudenthal)"：认为人们在观察、认识和改造客观世界的过程中．运用数学的思想和方法来分析和研究客观世界的种种现象，从客观世界的对象及其关系中抽象并形成数学的概念、法则和定理，以及为解决实际问题而构造出数学模型的过程，就是一种数学化的过程。 (1)请举出一个实例，并简述其“数学化”的过程； (2)分析经历上述“数学化”过程对培养学生“发现问题、提出问题”以及“抽象概括”能力的作用。

答案:(1)实例：老鼠的繁殖率：假设老鼠每胎产鼠6只，其中3雌3雄，两胎之间间隔时间为40天，小鼠从出生到发育成熟需要120天。现假设在理想情况下(即不考虑死亡、周期变化、突发事件等)，一对老鼠开始生育，估计一年后老鼠的总数将达多少只 “数学化”：①从实际问题中，抽象出有关的数学模型，并对这些数学成分用图式法表示。②从图式法表示中，寻找并发现问题的有关关系和规律。③从所发现的关系中，建立相应的公式，以求得某种一般化的规律。④运用其他不同方法(数学模型)解决这一问题。 (2)经历上述“数学化”过程，对于培养学生“发现问题，提出问题”以及“抽象概括”能力有以下作用： ①充分考虑学生的认知规律，已有的生活经验和数学的实际，灵活处理教材，根据实际需要对原材料进行优化组合。通过设计与生活现实密切相关的问题，帮助学生认识到数学与生活有密切联系，从而体会到学好数学对于我们的生活有很大的帮助．无形当中产生了学习数学的动力，有利于快速地发现问题。②由“数学化”过程可以看出发现问题是直观的，容易引起学生想象的数学问题，进而提出问题。而这些数学问题中的数学背景是学生熟悉的事物和具体情景，而且与学生已经了解或学习过的数学知识相关联，特别是要与学生生活中积累的常识性知识和那些学生已经具有的数学知识。 ③通过一个充满探索的过程去学习数学，让已经存在于学生头脑中的那些非正规的数学知识和数学体验上升发展为科学的结论，从中感受数学发现的乐趣，增进学好数学的信心，形成应用意识、创新意识，从而达到素质教育的目的，对于学生抽象概括能力明显增强。

解析:

7.[问答题]在相似三角形的判定的复习课上．甲乙两位教师分别设计了如下的教学片段：（甲教师）问题引入：如图1，在△ABC中，D、E分别是AB、AC上的两个点，请你另外添加一个条件，使△ABC-AADE．并说明添加条件的理由。 预设学生回答。 (1)添加一个条件

$\angle ADE=\angle B$

(2)添加一个条件

$\angle AED=\angle C$

(3)添加一个条件

$,\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

(4)添加一个条件

$,DE\parallel BC$

(5)…………依次说出判定方法和理由。（乙教师）教师提问：判定三角形相似有哪些方法 预设学生回答： (1)两角分别相等的两个三角形相似； (2)两边成比例且夹角相等的两个三角形相似； (3)三边成比例的两个三角形相似。 针对上述材料，完成下列任务。 (1)请分别对两位教师的教学设计片段进行评价，并简述理由。(10分) (2)为了进一步巩固

三角形相似的判定定理，请设计开放性的例题和习题各一个，并简述理由。(10分) (3)简述数学教学中例题和习题设计的注意事项。(10分)
答案:(1)两位教师的教学片段均属于课堂提问的类型。教师甲是应用提问。这种提问的目的是了解学生能否在理解新知识的基础上应用新知识和旧知识来解决问题。而教师乙采用的是复习、回忆提问。通过复习，回忆提问，使新旧知识相互连贯，强化了所学知识，还能检查学生的复习情况。 (2)例题：如图2在AABC中，点D，E分别在AB，AC边上，连结DE并延长交BC的延长线于点F，连结DC，BE，若∠BDE+∠BCE=1800

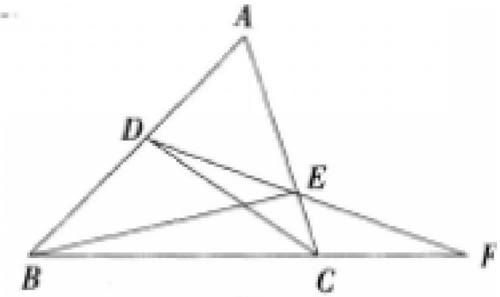


图 2

①写出图中三对相似三角形(注意：不得加字母和线) ②请在你所找出的相似三角形中选取一对，说明他们相似的理由。 习题：如图3，已知格点AABC，请在图4中分别画出与△ABC相似的格点△A1B1C1和格点△A2B2C2，并使△A1B1C1和△ABC的相似比等于2，而△ABC和△ABC的相似比等于根号5。(说明：顶点都在网格线交点处的三角形叫做格点三角形，友情提示：请在画出的三角形的顶点处标上相应的字母。)

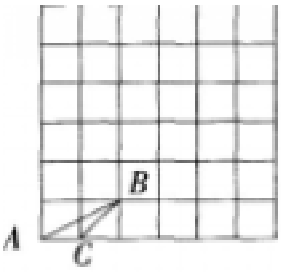


图 3

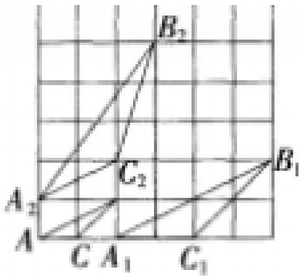


图 4

理由：两道例题设计具有梯度，难度逐渐增加，例1在老师的引导下充分巩固了三角形相似的性质，练习题设置具有开放性，能够充分发挥学生的创造力，调动学生主动思考的积极性。 (3)例题设计应具有目的性、典型性、启发性、科学性、变通性和有序性。具体来说，例题的选择要从学习目标和任务出发进行精选；要根据学生的学情进行例题的选配和安排，学习新知识必须建立在已有知识基础之上；更要具有提炼性。 习题是数学课堂教学的一个重要组成部分，他不仅有助于学生对知识的理解，巩固形成熟练的技能技巧，而且对学生智力发展和能力提高起着重要的作用，所以习题的设计应具有目的性、要及时、要有层次、要多样化、要有反馈。
解析:

2015上半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]与命题“y=?(x)在 x0连续”不等价的命题是()。

A. 对任意数列$\{x_n\}$，$x_n \to x_0$，有$\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=f(x_0)$

B. $\forall \varepsilon>0$，$\exists \delta>0$，使得$\forall\, |x-x_0|<\delta$，有$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$

C. 存在数列$\{x_n\}$，$x_n \to x_0$，有$\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=f(x_0)$

D. 对任意数列$\{x_n\}$，$x_n \to x_0$，$\forall \varepsilon>0$，$\exists N$，$\forall n>N$ 有$|f(x_n)-f(x_0)|<\varepsilon$

A)A
B)B
C)C
D)D
答案:C
解析:

设函数$f(x)=\begin{cases}1, x \text{ 为有理数} \\ 0, \text{其他}\end{cases}$，$x_n=\dfrac{n}{2n+1}$；则有$x_n \to \dfrac{1}{2}$，$\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=f(\dfrac{1}{2})=1$，但是$f(x)$处处不

连续。

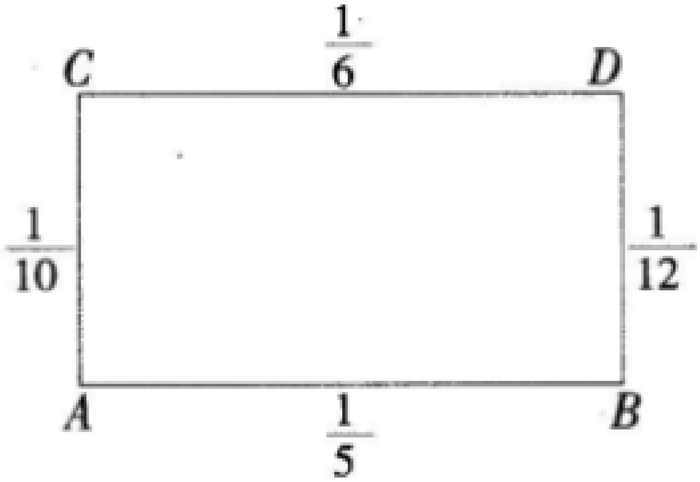
2.[单选题]设 s=a 是代数方程?(x)=0 的根，则下列结论不正确的是()。
A)a-a 是?(x)的因式
B)x-a 整除?(x)
C)(a，0)是函数 y= ?(x)的图像与 x 轴的交点
D)?(a)=0
答案:D
解析:由于 x=a 是代数方程?(x)=0 的根，故有?(a)=0，x-a 是?(x)的因式，x-a 整除?(x)，(a，0) 是函数 y= ?(x)的图像与 x 轴的交点，但是不一定有?′(a)=0，比如，?(x)=x-2。

3.[单选题]义务教育阶段的数学课程应该具有()。
A)基础性、普及性、发展性
B)实践性、普及性、选拔性
C)基础性、实践性、选拔性
D)实践性、普及性、发展性
答案:A
解析:义务教育阶段的数学课程应具有：基础性、普及性和发展性。.

4.[问答题]某人从 A 处开车到 D 处上班，若各路段发生堵车事件是相互独立的，发生堵车的概率

如图　所示(例如路段AC发生堵车的概率是$\dfrac{1}{10}$)。请选择一条由A到D的路线，使得发生堵

车的概率最小．并计算此概率。
答案:



由 A 到 D 的线路有两条分别是 $A-B-D$,$A-C-D$。走 $A-B-D$ 发生堵车的概率为 $P_1=1-(1-\frac{1}{5})(1-\frac{1}{12})=1-\frac{4}{5}\times\frac{11}{12}=\frac{4}{15}$,走 $A-C-D$ 发生堵车的概率为 $P_2=1-(1-\frac{1}{10})(1-\frac{1}{6})=1-\frac{9}{10}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{4}$。

显然 $P_2<P_1$,所以走 $A-C-D$ 线路发生堵车概率最小,概率为$\frac{1}{4}$。

解析:

5.[问答题]举例说明运用综合法证明数学结论的思维过程和特点。

答案:利用已知条件和某些数学定义、公理、定理等，经过一系列的推理论证，最后推导出所要证明的结论成立，这种证 明方法叫作综合法。 综合法证明的思维过程：用 P 表示已知条件、已有的定义、公理、定理等，Q 表示所要证明的结论。则综合法用框 图表示为：

$$P\Rightarrow Q_1 \longrightarrow Q_1\Rightarrow Q_2 \longrightarrow Q_2\Rightarrow Q_3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow Q_n\Rightarrow Q$$

综合法的特点：综合法是由因导果，也就是从“已知”看“未知”，其逐步推理，实际是寻找使结论成立的必要条 件。

例如:对于任意的 $a>0,b>0$,满足基本不等式 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 的证明过程。

综合法证明:因为 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant 0$

所以 $a+b-2\sqrt{ab}\geqslant 0$

所以 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

所以 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 成立。

解析:

6.[问答题]简述“尺规作图”的基本要求，并写出古希腊时期“几何作图三大问题”的具体内容。

答案:尺规作图的基本要求： (1)使用的直尺和圆规带有想象性质，跟现实中的并非完全相同； (2)直尺必须没有刻度，无限长，且只能使用直尺的固定一侧。只可以用它来将两个点连在一起，不可以在上画刻 度：(3)圆规可以开至无限宽，但上面亦不能有刻度。它只可以拉开成之前构造过的长度。 古希腊时期“几何作图三大问题”：这是三个作图题，只使用圆规和直尺求出下列问题的解，直到十九世纪被证实 这是不可能的：(1)立方倍积，即求作一立方体的边，使该立方体的体积为给定立方体的两倍。 (2)化圆为方，即作一正方形，使其与一给定的圆面积相等。 (3)三等分角，即分一个给定的任意角为三个相等的部分。

解析:

7.[问答题]以初中阶段的函数概念为例，阐述数学课程内容的呈现如何体现螺旋上升的原则。
答案:数学中有一些重要内容、方法、思想是需要学生经历较长的认识过程，逐步理解和掌握的，如分数、函数、概率、 数形结合、逻辑推理、模型思想等。因此，教材在呈现相应的数学内容与思想方法时，应根据学生的年龄特征与知识积累，在遵循科学性的前提下，采用逐级递进、螺旋上升的原则。螺旋上升是指在深度、广度等方面都要有实质 性的变化，即体现出明显的阶段性要求。 例如，函数是“数与代数”的重要内容，也是义务教育阶段学生比较难理解和掌握的数学概念之一，本标准在三个 学段中均安排了与函数关联的内容目标．希望学生能够逐渐加深对函数的理解。因此，教材对函数内容的编排应体 现螺旋上升的原则，分阶段逐渐深化。依据内容标准的要求，教材可以将函数内容的学习分为三个主要阶段： 第一阶段，通过一些具体实例，让学生感受数量的变化过程、以及变化过程中变量之间的对应关系，探索其中的变 化规律及基本性质，尝试根据变量的对应关系作出预测，获得函数的感性认识。 第二阶段，在感性认识的基础上，归纳概括出函数的定义，并研究具体的函数及其性质，了解研究函数的基本方法， 借助函数的知识和方法解决问题等，使得学生能够在操作层面认识和理解函数。 第三阶段，了解函数与其他相关数学内容之间的联系(例如函数与方程之间、函数与不等式之间的联系)，使得学生 能够一般性地了解函数的概念。
解析:

8.[问答题]某位教师在讲完《相交线与平行线》这部分内容后，设计了一节《相交线与平行线》的复习课。在这节课中．他 设计了如下一组题： 题 1．如图 ，BE 平分∠ABD，DE 平分∠BDC，且∠1+∠2=90。。 ①BE 与 DE 有什么样的位置关系?请说明理由。 ②AB 与 CD 有什么样的位置关系?请说明理由。 题 2．如图 4，AB∥CD 且∠1+∠2=800，求∠BED 的度数。 题 3．如图 5，AB∥CD 直线ι交 AB 于点 F、交 CD 于点 G，点 E 是线段 GF 上的一点(点 E 与点 F、G 不重合)，设∠ABE=a， ∠CDE=β，∠BED=γ。试探索 a、β、γ之间的关系，并说明理由。

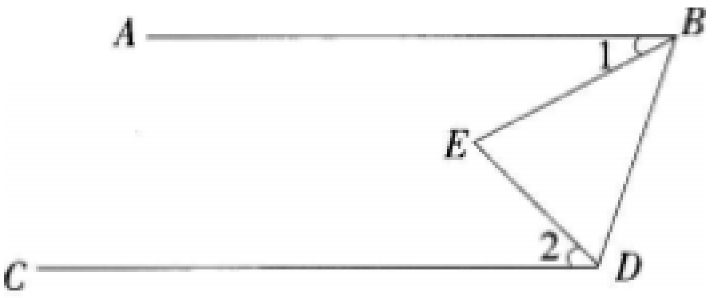


图 3

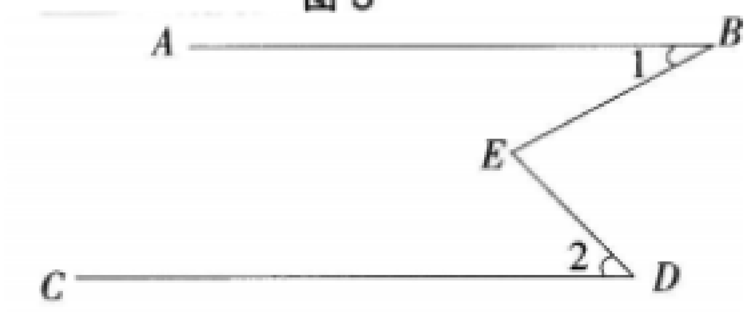
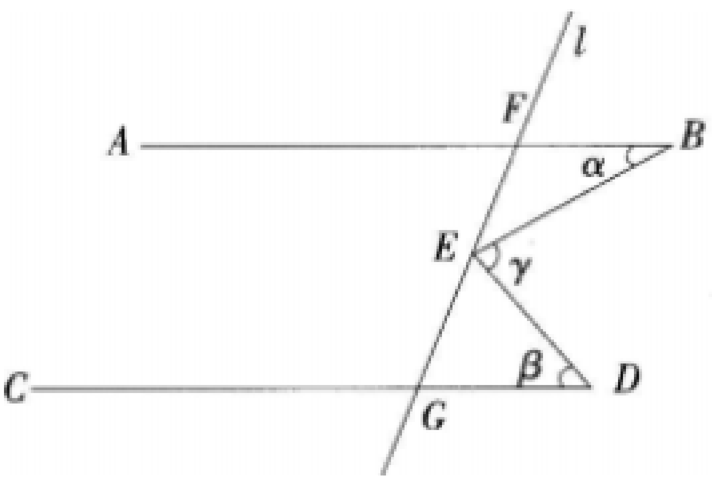


图 4



阅读上述教学设计片段，完成下列任务：(1)从这组习题分析这节复习课的教学目标；(8 分) (2)分析这三道题的设计意图，并说明这组习题设计的特点；(10 分) (3)请你在图 5 的基础上，编一道类似习题，并给出答案。(12 分)

答案:(1)知识与技能目标：能够利用平行线的性质与判定定理，判断两条直线是否平行；能够利用两直线相交的性质求相交直线的交角度数。 过程与方法目标：学生通过对两直线的位置关系进行观察、猜想、探索等过程，初步形成几何直观，发展形象思维 与抽象思维，锻炼合情推理和演绎推理能力，并能清晰地表达自己的想法。 情感态度与价值观目标：在学习过程中，体验获得成功的乐趣，锻炼克服困难的意志，建立自信心。养成认真勤奋、 独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯，形成实事求是的科学态度。 (2)第一道题目，给出已知条件 BE 平分∠ABD，DE 平分∠BDC 且 $\angle1+\angle2=90°$，通过两个问题引导学生思考，利用 角平分线的性质．先判断出 BE 与 DE 的位置关系，进而利用两直线平行的判定定理判断 AB 与 CD 的位置。 这道题目结合学生的已有知识经验，加深巩固对两直线平行判定定理的应用。为第三道题目的猜想做铺垫。第二道 题目，在第一道题目的基础之上对题目进行变形，已知 AB//CD 且 $\angle1+\angle2=80°$，结合对一道题目解题的经验．利 用两直线平行的性质求出∠BED 的度数。这道题目的主要设计意图为加深巩固学生对两直线平行的性质的应用，并 为第三道题目的猜想做铺垫。 第三道题目，在前两道题目的铺垫下，将具体角变为抽象角，学生结合前两道题目的解题经验，进行猜想、探索证 明。这道题目的主要设计意图为加深巩固学生对两直线平行的性质的应用，提高学生合情推理和演绎推理能力，将 所学知识融会贯通。 三道题目逻辑联系紧密，考虑到学生的认知顺序，遵循由浅入深，由易到难，由表及里等一系列规律，让学生能够 拾级而上，循序渐进，步步深入。以达到能够将所学知识灵活运用并初步形成几何直观，发展形象思维与抽象思维， 锻炼合情推理和演绎推理能力的目的。 (3)如图 5，直线 ι 交 AB 于点 F、交 CD 于点 G，点 E 是线段 GF 上的一点(点 E 与点 F、G 不重合)，设∠ABE=a，∠CDE=β，∠BED=γ。试探索 a、β、γ满足何条件的时候，AB 与 CD 平行，并说明理由。 当 a+β=γ时，AB与CD平行。连接BD，因为三角形BDE的内角和为180°，所以∠EBD+∠EDB=180°-∠BED，若a+β=γ， 则∠EBD+∠EDB+a+β=180°-∠BED+a+β=180°，则 AB 与 CD 平行。

解析:

2015下半年教师资格考试初中数学真题及答案

1.[单选题]

已知变换矩阵$A=\begin{pmatrix}2&0\\0&3\end{pmatrix}$，则$A$将空间曲面$(x-1)^2+(y-2)^2=4$变成(　　)。

A)圆
B)椭圆
C)抛物线
D)双曲线
答案:B
解析:

设曲面经矩阵A变化后为$\begin{pmatrix}2&0\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x\\3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$则$\begin{cases}x=\frac{1}{2}x',\\y=\frac{1}{3}y',\end{cases}$

故其方程为$(\frac{1}{2}x-1)^2+(\frac{1}{3}y-2)^2=4$，选B。

2.[单选题]

函数级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^n$的收敛区间为(　　)。

A)(-1，1)
B)(1，1]
C)[-1，1)
D)[-1，1]
答案:A
解析:

由已知得级数的收敛半径为$r=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{1}=1$，又当$x=1$时级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}1^n$发散，当$x=-1$时级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n$发散，故选A。

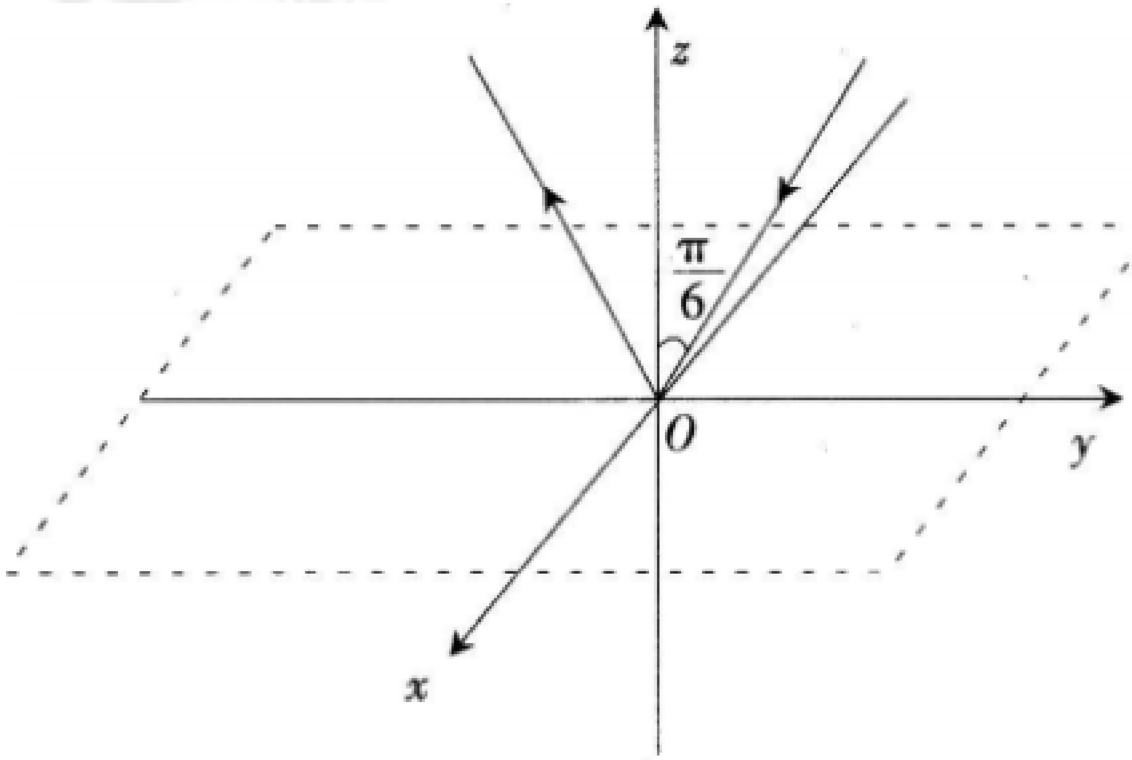
3.[单选题]四个图形：相交直线、等腰三角形、平行四边形、正多边形，既是轴对称又是中心对称的有()个。
A)1
B)2
C)3
D)4
答案:A

解析:相交直线既是轴对称又是中心对称图形，等腰三角形是轴对称图形，平行四边形是中心对称 图形。正多边形当边数为奇数时是轴对称图形，当边数为偶数时既是轴对称又是中心对称图形。

4.[问答题]

一条光线斜射在一水平放置的平面镜上，入射角为$\frac{\pi}{6}$，请建立空间直角坐标系，并求出反射光线的方程。若将反射光线绕平面镜的法线旋转一周，求所得的旋转曲面的方程。

答案:以此光线与平面的交点为原点建立空间直角坐标系，如下图:



则入射光线所在直线过原点且在 yOz 坐标面上，所以入射光线的直线方程为 $z=y\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}\,y(y>0)$。

而反射光线与入射光线关于 z 轴对称，所以反射光线的直线方程为 $z=-\sqrt{3}\,y(y>0)$。

而此时法线为 z 轴，故将反射光线绕平面镜的法线旋转一周，即是绕 z 轴旋转一周，则得出旋转曲面的方程是将反射光线的直线方程中的 y 改成 $\sqrt{x^2+y^2}$，得到方程为 $z=\sqrt{3}\cdot\sqrt{x^2+y^2}$，即 $z^2=3(x^2+y^2)(z>0)$。

解析:

5.[问答题]某飞行表演大队由甲、乙两队组成。甲队中恰好有喷红色与绿色喷雾的飞机各 3 架。乙队中仅有 3 架喷红色烟 雾的飞机。在一次飞行表演中，需要从甲队中任意选出 3 架飞机与乙队飞机混合编队进行表演，并任意确定一架飞 机作为领飞飞机，求领飞飞机是喷绿色烟雾的概率。

答案:分两步进行计算，先选出含有喷绿色烟雾的飞机的概率再选领飞的飞机是喷绿色烟雾的概率，最后乘起来即得。

第二步:

第一步：先选出甲中含喷绿色烟雾的飞机的概率

若选出的有1架是喷绿色烟雾的飞机概率为$\frac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$，

若选出的有2架是喷绿色烟雾的飞机概率为$\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$，

若选出的有3架是喷绿色烟雾的飞机概率为$\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$。

6架中含有1架是喷绿色烟雾的飞机时，所选到领飞的飞机是喷绿色烟雾的概率为$\frac{1}{6}$，

6架中含有2架是喷绿色烟雾的飞机时，所选到领飞的飞机是喷绿色烟雾的概率为$\frac{1}{3}$，

6架中含有3架是喷绿色烟雾的飞机时，所选到领飞的飞机是喷绿色烟雾的概率为$\frac{1}{2}$。

所以，最终所选的领队飞机是喷绿色烟雾的概率为$\frac{9}{20}\times\frac{1}{6}+\frac{9}{20}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{20}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$。

解析：

6.[问答题]抽象是数学的本质特征，数学的抽象性表现在哪些方面?请举例。
答案:数学是以现实世界的空间形式和数量关系作为研究对象的，所以表现在以下几个方面： (1)表现在对空间形式和数量关系这一特性的抽象，如运算律、空间几何的一些证明。 (2)表现为思考事物的纯粹的量，广泛使用抽象符号，不仅数学概念是抽象的，而且数学方法也是抽象的，并且大 量使用抽象的符号。如空间几何图形的位置关系的定义，数量间的加减乘除方法的归类。 (3)它在抽象过程中抛开较多的事物的具体的特性，因而具有十分抽象的形式。数学的抽象是逐级抽象的，下一次 的抽象是以前一次的抽象材料为其具体背景，如数形结合得出函数单调性和奇偶性性质。
(4)高度的抽象必然有高度的概括，表现为高度的概括性，并将具体过程符号化，当然，抽象必须要以具体为基础。
(5)数学语言具有高度的抽象性，因此数学阅读需要较强的逻辑思维能力。学会有关的数学术语和符号，正确依据数学原理分析逻辑关系，才能达到对书本的本真理解。同时数学有它的精确性，每个数学概念、符号、术语都有其 精确的含义，没有含糊不清或易产生歧义的词汇，结论错对分明，因此数学阅读要求认真细致，同时必须勤思多想。
解析：

7.[问答题]
叙述"严谨性与量力性相结合"数学教学原则的内涵，并以"$\sqrt{2}$是无理数"的教学过程
为例，说明在教学中如何体现该教学原则。
答案:(1)数学的严谨性，是指数学具有很强的逻辑性和较高的精确性，即逻辑的严格性和结论的确定性。量力性是指学生的可接受性。 这一原则。说明教学中的数学知识的逻辑严谨性与学生的可接受性之间相适应的关系。理论知识的严谨程度要适合 学生的一般知识结构与智力发展水平，随着学生知识结构的不断完善，心理发展水平的提高，逐渐增强理论的严谨 程度；反过来，又要通过恰当的理论严谨性逐渐促进学生的接受能力。 显然，这一原则是根据数学本身的特点及学生心理发展的特点提出的。但是，在学习过程中，学生的心理发展是逐 步形成的。不同的年龄阶段，其感知