吉林省靖宇县2024届高三第二次诊断性检测数学试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\le 1\\2x+y\ge -1\\x-y\le 0\end{cases}$，若$z=-3x+2y$的最大值为$n$，则$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中$x^2$项的系数为(　　)

A．60　　B．80　　C．90　　D．120

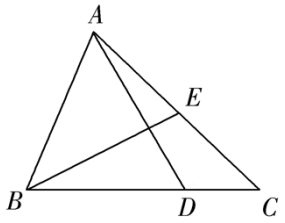
2．若复数z满足$(1-i)z=-1+2i$,则$|\overline{Z}|=$(　　)

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

3．设$e\approx 2.71828...$为自然对数的底数，函数$f(x)=e^x-e^{-x}-1$，若$f(a)=1$，则$f(-a)=$(　　)

A．-1　　B．1　　C．3　　D．-3

4．已知$\triangle ABC$中，$AB=2,BC=3,\angle ABC=60°,BD=2DC,AE=EC$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BE}=$（　　）



A．1　　B．-2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

5．已知抛物线C：$x^2=8y$，点P为C上一点，过点P作$PQ\perp x$轴于点Q，又知点$A(5,2)$，则$|PQ|+|PA|$的最小值为（　　）

A．$\frac{13}{2}$　　B．$4\sqrt{10}-2$　　C．3　　D．5

6．设m，n是空间两条不同的直线，α，β是空间两个不同的平面，给出下列四个命题：

①若$m//\alpha$，$n//\beta$，$\alpha//\beta$，则$m//n$；

②若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，$m\not\subset\alpha$，则$m//\alpha$；

③若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$\alpha//\beta$，则$n//\beta$；

④若$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$m//\alpha$，$m\perp l$，则$m\perp\beta$.其中正确的是（　　）

A．①②　　B．②③　　C．②④　　D．③④

7．设过抛物线$y^2=2px(p>0)$上任意一点P(异于原点O)的直线与抛物线$y^2=8px(p>0)$交于A,B两点，直线OP与抛物线$y^2=8px(p>0)$的另一个交点为Q，则$\frac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ABO}}=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．某地区高考改革，实行“3+2+1”模式，即“3”指语文、数学、外语三门必考科目，“1”指在物理、历史两门科目中必选一门，“2”指在化学、生物、政治、地理以及除了必选一门以外的历史或物理这五门学科中任意选择两门学科，则一名学生的不同选科组合有（　　）

A．8种　　B．12种　　C．16种　　D．20种

9．已知△ABC中，$|\overrightarrow{BC}|=2,\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-2$．点$P$为$BC$边上的动点，则$\overrightarrow{PC}\cdot(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值为（　　）

A．2　　B．$-\frac{3}{4}$　　C．-2　　D．$-\frac{25}{12}$

10．若i为虚数单位，则复数$z=\frac{1+i}{1+2i}$在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

11．已知$i(1-ai)=2+bi$（i为虚数单位，$a,b\in\mathbf{R}$），则ab等于（　　）

A．2　　B．-2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

12．已知m,n为两条不重合直线，α,β为两个不重合平面，下列条件中，$\alpha\perp\beta$的充分条件是（　　）

A．$m\parallel n,m\subset\alpha,n\subset\beta$　　B．$m\parallel n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

C．$m\perp n,m\parallel\alpha,n\parallel\beta$　　D．$m\perp n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角等于$\frac{\pi}{3}$，且$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$，则$|\vec{c}|$的取值范围是_____.

14．已知函数$f(x)=axlnx-bx$（a，$b\in\mathbf{R}$）在点（e，$f(e)$）处的切线方程为$y=3x-e$，则$a+b$=_____.

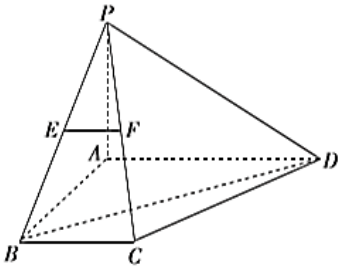
15．设$P(x,y)$为椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$在第一象限上的点，则$\frac{x}{4-x}+\frac{3y}{6-y}$的最小值为_____.

16．已知矩形ABCD，AB=4，BC=3，以A,B为焦点，且过C,D两点的双曲线的离心率为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$AD//BC$，$\angle ABC=90°$，

$AB=BC=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}PB=2$，$E$ 为 PB 的中点，F 是 PC 上的点.



（1）若 $EF//$ 平面 PAD，证明：$EF\perp$ 平面 PAB.

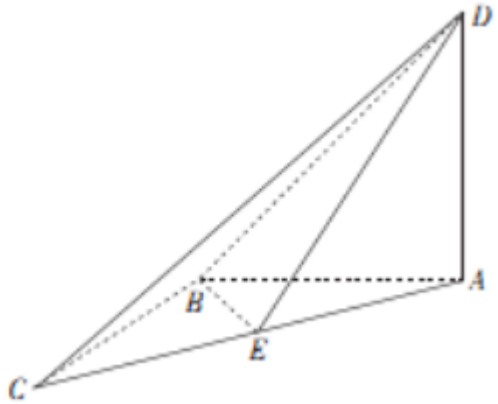
（2）求二面角 $B-PD-C$ 的余弦值.

18.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数，$a_1=2$，且 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2a_n}{a_{n+1}}+1$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\left[\lg\left(\log_2 a_n\right)\right]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.9]=0$，$[\lg 99]=1$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 2020 项和.

19.（12 分）如图所示，在四面体 $ABCD$ 中，$AD\perp AB$，平面 $ABD\perp$ 平面 ABC，$AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC$，且 $AD+BC=4$.



（1）证明：$BC\perp$ 平面 ABD；

（2）设 E 为棱 AC 的中点，当四面体 $ABCD$ 的体积取得最大值时，求二面角 $C-BD-E$ 的余弦值.

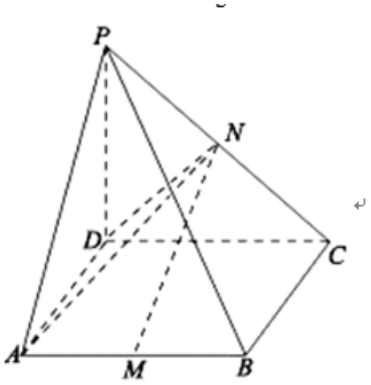
20.（12 分）a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边.已知 $a\left(\sin A+4\sin B\right)=8\sin A$.

（1）若 $b=1,A=\frac{\pi}{6}$，求 $\sin B$；

（2）已知 $C=\frac{\pi}{3}$，当 $\triangle ABC$ 的面积取得最大值时，求 $\triangle ABC$ 的周长.

21.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形，$PA=PC=5$，点 M,N 分别是 AB,PC

的中点.



（1）求证：$MN//$平面PAD；

（2）若$cos\angle PCD=\frac{4}{5},\angle DAB=60^{\circ}$，求直线$AN$与平面$PAD$所成角的正弦值.

22.（10分）在极坐标系中，已知曲线$C_1:\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta-1=0$，$C_2:\rho=2\cos\theta$.

（1）求曲线C_1、C_2的直角坐标方程，并判断两曲线的形状；

（2）若曲线C_1、C_2交于A、B两点，求两交点间的距离.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到$n=5$，再利用二项式定理计算得到答案.

【详解】

如图所示：画出可行域和目标函数，

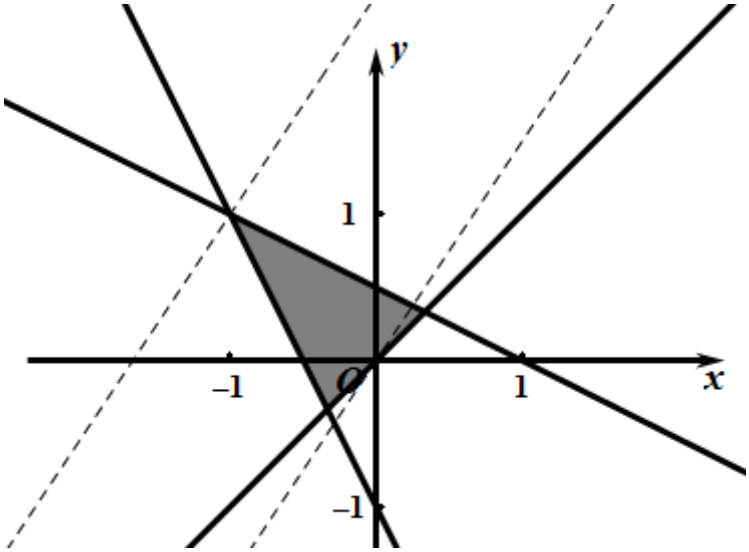
$z=-3x+2y$，即$y=\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$，故$z$表示直线与$y$截距的2倍，

根据图像知：当$x=-1,y=1$时，$z=-3x+2y$的最大值为5，故$n=5$.

$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$展开式的通项为：$T_{r+1}=C_5^r\cdot(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_5^r\cdot2^{5-r}\cdot(-1)^r\cdot x^{5-\frac{3}{2}r}$，

取$r=2$得到x^2项的系数为：$C_5^2\cdot 2^{5-2}\cdot(-1)^2=80$.

故选：B.



【点睛】

本题考查了线性规划求最值，二项式定理，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

2、C

【解析】

把已知等式变形，利用复数代数形式的除法运算化简，再由复数模的计算公式求解.

【详解】

解：由$(1-i)z=-1+2i$，得$z=\dfrac{-1+2i}{1-i}=\dfrac{(-1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$，

$\therefore|\overline{z}|=|z|=\sqrt{\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法，是基础题.

3、D

【解析】

利用$f(a)$与$f(-a)$的关系，求得$f(-a)$的值.

【详解】

依题意$f(a)=e^a-e^{-a}-1=1,e^a-e^{-a}=2$，

所以 $f\left(-a\right)=e^{-a}-e^{a}-1=-\left(e^{a}-e^{-a}\right)-1=-2-1=-3$

故选：D

【点睛】

本小题主要考查函数值的计算，属于基础题.

4、C

【解析】

以 $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}$ 为基底，将 $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BE}$ 用基底表示，根据向量数量积的运算律，即可求解.

【详解】

$BD=2DC,\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$,

$AE=EC,\therefore \overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$,

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BE}=(\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})\cdot(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA})$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}^{2}-\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}^{2}$

$=1-\frac{1}{6}\times2\times3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$

故选:C.

【点睛】

本题考查向量的线性运算以及向量的基本定理，考查向量数量积运算，属于中档题.

5、C

【解析】

由 $\left|PQ\right|=\left|PF\right|-2$,再运用 P,F,A 三点共线时和最小，即可求解.

【详解】

$\left|PQ\right|+\left|PA\right|=\left|PF\right|-2+\left|PA\right|\geq\left|FA\right|-2=5-2=3.$

故选：C

【点睛】

本题考查抛物线的定义，合理转化是本题的关键，注意抛物线的性质的灵活运用，属于中档题.

6、C

【解析】

根据线面平行或垂直的有关定理逐一判断即可.

【详解】

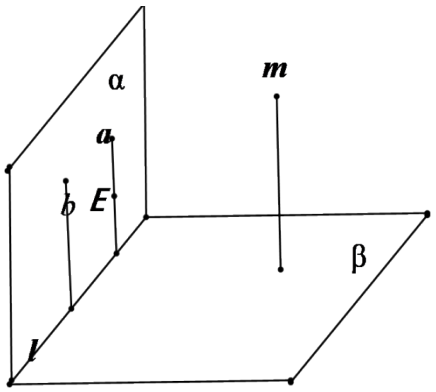
解：①：m、n也可能相交或异面，故①错

②：因为$\alpha \perp \beta$，$m \perp \beta$，所以$m \subset \alpha$或$m//\alpha$，

因为$m \not\subset \alpha$，所以$m//\alpha$，故②对

③：$n//\beta$或$n \subset \beta$，故③错

④：如图



因为$\alpha \perp \beta$，$\alpha \cap \beta = l$，在内α过点E作直线l的垂线a，

则直线$a \perp \beta$，$a \perp l$

又因为$m//\alpha$，设经过m和α相交的平面与α交于直线b，则$m//b$

又$m \perp l$，所以$b \perp l$

因为$a \perp l$，$b \perp l$，$b \subset \alpha, a \subset \alpha$

所以$b//a//m$，所以$m \perp \beta$，故④对.

故选：C

【点睛】

考查线面平行或垂直的判断，基础题.

7、C

【解析】

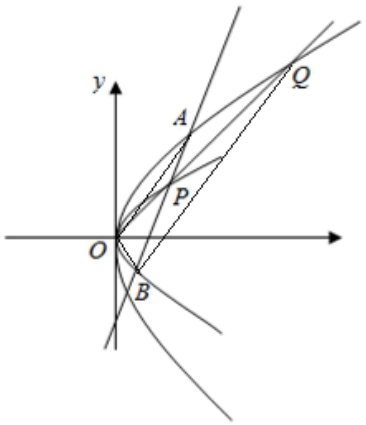
画出图形，将三角形面积比转为线段长度比，进而转为坐标的表达式。写出直线方程，再联立方程组，求得交点坐标，最后代入坐标，求得三角形面积比.

【详解】

作图，设AB与OP的夹角为θ，则$\triangle ABQ$中AB边上的高与$\triangle ABO$中AB边上的高之比为$\frac{PQ\sin\theta}{OP\sin\theta}=\frac{PQ}{OP}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ABO}}=\dfrac{PQ}{OP}=\dfrac{y_Q-y_P}{y_P}=\dfrac{y_Q}{y_P}-1$，设 $P\left(\dfrac{y_1^2}{2p},y_1\right)$，则直线 $OP:y=\dfrac{y_1}{\frac{y_1^2}{2p}}x$，即 $y=\dfrac{2p}{y_1}x$，与 $y^2=8px$ 联立，解得 $y_Q=4y_1$，从而得到面积比为 $\dfrac{4y_1}{y_1}-1=3$.

故选：C



【点睛】

解决本题主要在于将面积比转化为线段长的比例关系，进而联立方程组求解，是一道不错的综合题.

8、C

【解析】

分两类进行讨论：物理和历史只选一门；物理和历史都选，分别求出两种情况对应的组合数，即可求出结果.

【详解】

若一名学生只选物理和历史中的一门，则有 $C_2^1C_4^2=12$ 种组合；

若一名学生物理和历史都选，则有 $C_4^1=4$ 种组合；

因此共有 $12+4=16$ 种组合.

故选 C

【点睛】

本题主要考查两个计数原理，熟记其计数原理的概念，即可求出结果，属于常考题型.

9、D

【解析】

以 *BC* 的中点为坐标原点，建立直角坐标系，可得 $B(-1,0),C(1,0)$，设 $P(a,0),A(x,y)$，运用向量的坐标表示，求得点 *A* 的轨迹，进而得到关于 *a* 的二次函数，可得最小值.

【详解】

以 BC 的中点为坐标原点，建立如图的直角坐标系，

可得 $B(-1,0), C(1,0)$，设 $P(a,0), A(x,y)$，

由 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-2$，

可得 $(x+1,y)\cdot(2,0)=2x+2=-2$，即 $x=-2$，$y\neq 0$，

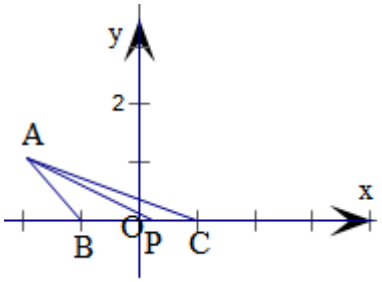
则 $\overrightarrow{PC}\cdot\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=(1-a,0)\cdot(x-a-1-a+1-a,y+0+0)$

$=(1-a)(x-3a)=(1-a)(-2-3a)=3a^2-a-2$

$=3\left(a-\frac{1}{6}\right)^2-\frac{25}{12}$，

当 $a=\frac{1}{6}$ 时，$\overrightarrow{PC}\cdot\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$ 的最小值为 $-\frac{25}{12}$.

故选 D.



【点睛】

本题考查向量数量积的坐标表示，考查转化思想和二次函数的值域解法，考查运算能力，属于中档题.

10、D

【解析】

根据复数的运算，化简得到 $z=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$，再结合复数的表示，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，根据复数的运算，可得 $z=\frac{1+i}{1+2i}=\frac{(1+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{3-i}{5}=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$，

所对应的点为 $\left(\frac{3}{5},-\frac{1}{5}\right)$ 位于第四象限.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了复数的运算，以及复数的几何意义，其中解答中熟记复数的运算法则，准确化简复数为代数形式是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/208131002125007032