附录一

拉普拉斯变换及其重要性质1

1.拉氏变换的意义

$$
\begin{tikzcd}
x^3=5 \arrow[d, "\text{取对数}"] & & x=1.71 \\
3\lg x=\lg 5 \arrow[rr, "\text{解代数方程}"'] & & \lg x=0.23 \arrow[u, "\text{求反对数}"']
\end{tikzcd}
$$

用对数运算求算术根

1.拉氏变换的意义

微分方程+初值

取拉式变换

象函数为变量的代数方程

解代数方程

象函数的表达式

求反对数

初值问题的解

用拉式变换求微分方程初值问题的解

2.拉氏变换的目的

将微分、积分运算化为代数运算，

最终求解微分方程或积分方程

3.拉氏变换的定义

若函数 $f(t)$ **满足下列条件：**

（1） $t<0$ **时：** $f(t)=0$

（2） $t>0$ **时；** $f(t)$ **逐段连续且对任意值都有固定的单值；**

（3） 积分 $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$ **收敛**

$$s=\sigma+j\omega$$

4.拉普拉斯变换的存在定理

若函数$f(t)$满足下列条件：

（1）$t \geq 0$ 的任一有限区间上分段连续；

（2）在 t 充分大时候满足不等式 ； $|f(t)| \leq Me^{ct}$

（M，c都是实常数）

则 $f(t)$的拉氏变换 $\int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$

在半平面 $\operatorname{Re}(s) > c$ 上一定存在。

例题1：求单位阶跃干扰的拉氏变换

函数

$$f(t)=\begin{cases}0, t<0\\1, t\geq 0\end{cases}$$

解：

$$L[f(t)]$$

$$=\int_0^{+\infty} e^{-st}dt$$

$$=-\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^{+\infty}$$

$$=\frac{1}{s}$$

例题2：求下式的拉氏变换

函数 $$f(t) = \mathrm{e}^{kt}$$

解： $$L[f(t)]$$

$$= \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{kt} \mathrm{e}^{-st} \mathrm{d}t$$

$$= -\frac{1}{s-k} \mathrm{e}^{-(s-k)t} \Big|_0^{+\infty}$$

$$= \frac{1}{s-k}$$

练习1：求下式的拉氏变换

函数 $f(t)=\sin kt$

解： $L[f(t)]$

$$=\int_0^{+\infty}\sin kt e^{-st}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{e^{-st}}{s^2+k^2}(-s\sin kt-k\cos kt)\Big|_0^{+\infty}$$

$$=\frac{k}{s^2+k^2}$$

5. 拉氏变换的基本定理（1）线性性质

设 $F_1(s)=L\left[f_1(t)\right]$ $F_2(s)=L\left[f_2(t)\right]$

a,b 为常数；则有

$$
\begin{aligned}
L\left[af_1(t)+bf_2(t)\right] &= aL\left[f_1(t)\right]+bL\left[f_2(t)\right] \\
&= aF_1(s)+bF_2(s)
\end{aligned}
$$

5. 拉氏变换的基本定理（2）微分定理

设 $$F(s) = L\left[f(t)\right]$$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$$

式中 $f(0)$ **是** $f(\mathrm{t}) = 0$ **时的值**

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/215000131001011220