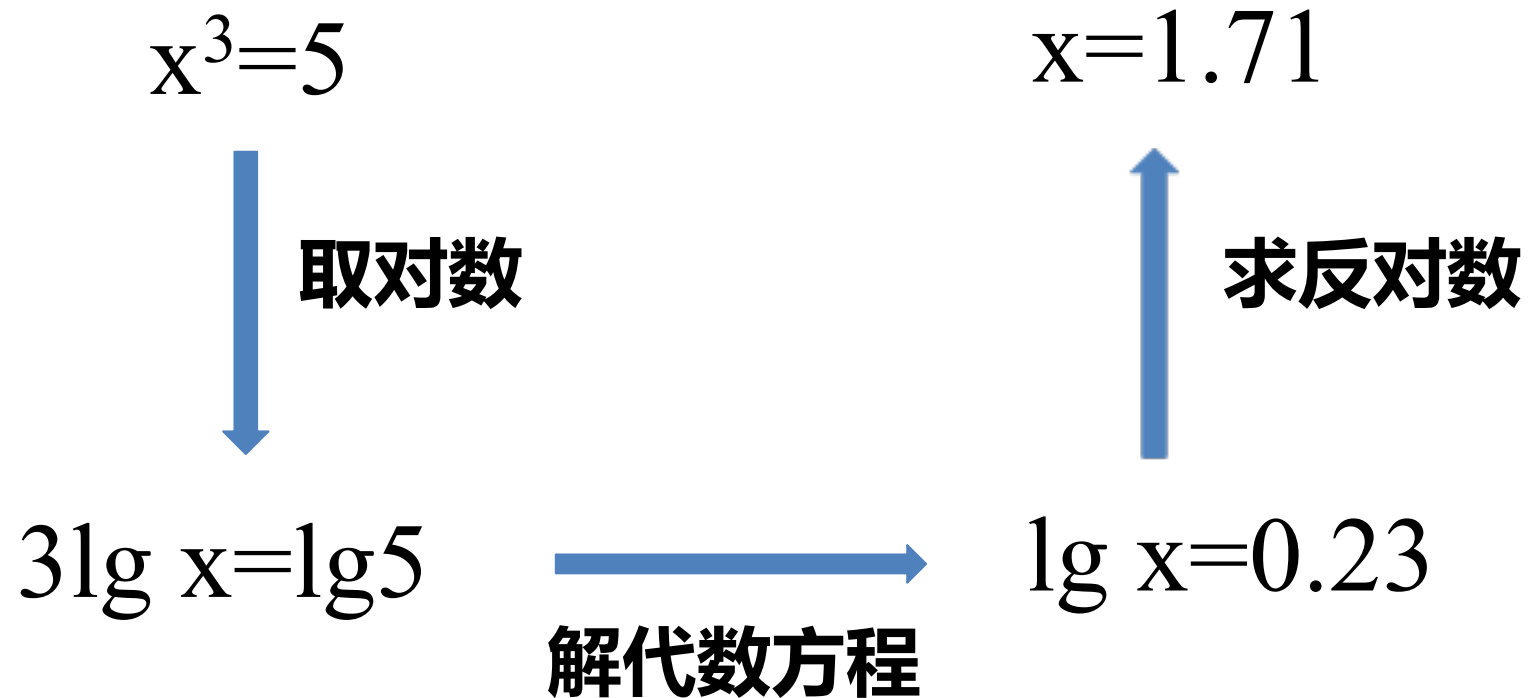


附录一

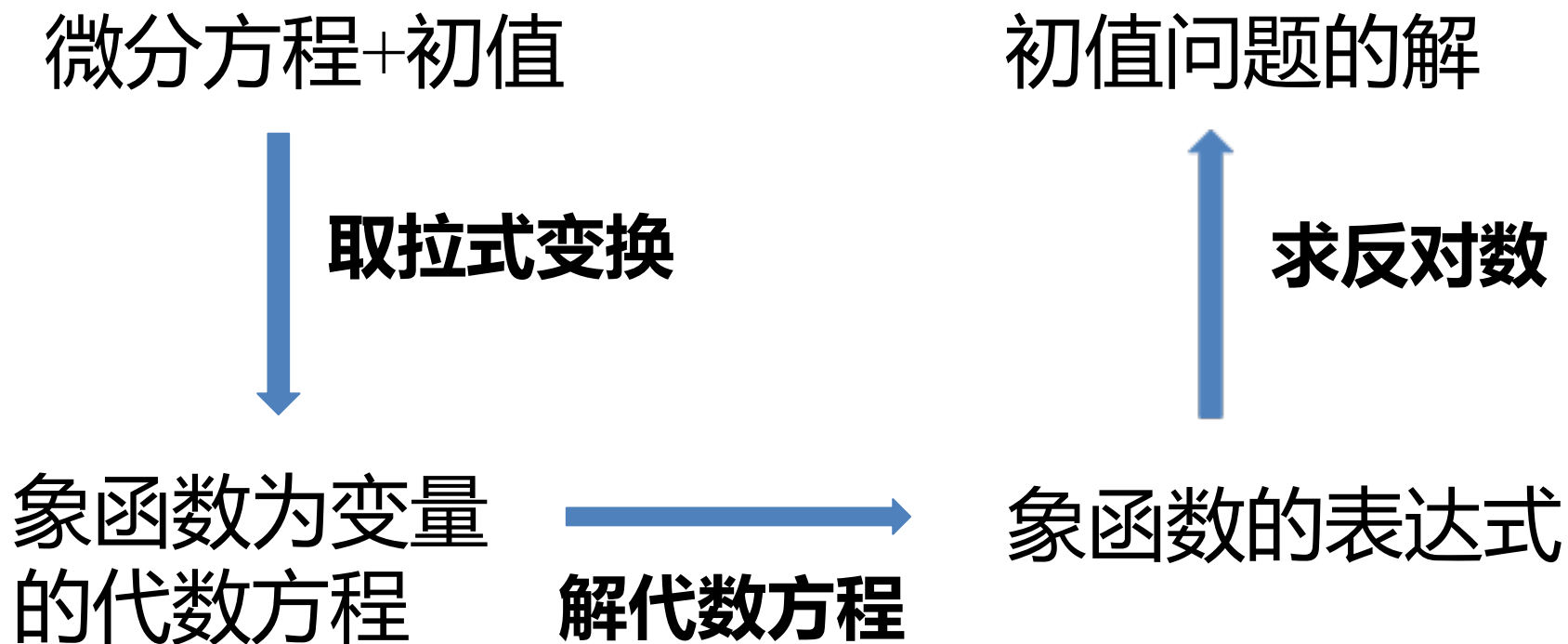
拉普拉斯变换及其重要性质1

1.拉氏变换的意义



用对数运算求算术根

1.拉氏变换的意义



用拉式变换求微分方程初值问题的解

2.拉氏变换的目的

将微分、积分运算化为代数运算，

最终求解微分方程或积分方程

3.拉氏变换的定义

若函数 $f(t)$ 满足下列条件：

(1) $t < 0$ 时： $f(t) = 0$

(2) $t > 0$ 时； $f(t)$ 逐段连续且对任意值都有固定的单值；

(3) 积分 $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ 收敛

$$s = \sigma + j\omega$$

4.拉普拉斯变换的存在定理

若函数 $f(t)$ 满足下列条件：

(1) $t \geq 0$ 的任一有限区间上分段连续；

(2) 在 t 充分大时候满足不等式 $|f(t)| \leq Me^{ct}$

(M, c 都是实常数)

则 $f(t)$ 的拉氏变换 $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt$

在半平面 $\operatorname{Re}(s) > c$ 上一定存在。

例题1：求单位阶跃干扰的拉氏变换

函数

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

解：

$$L[f(t)]$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{+\infty} e^{-st} dt \\ &= -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{+\infty} \\ &= \frac{1}{s} \end{aligned}$$

例题2：求下式的拉氏变换

函数 $f(t) = e^{kt}$

解： $L[f(t)]$

$$= \int_0^{+\infty} e^{kt} e^{-st} dt$$

$$= -\frac{1}{s-k} e^{-(s-k)t} \Big|_0^{+\infty}$$

$$= \frac{1}{s-k}$$

练习1：求下式的拉氏变换

函数 $f(t) = \sin kt$

解： $L[f(t)]$

$$= \int_0^{+\infty} \sin kte^{-st} dt$$

$$= \frac{e^{-st}}{s^2 + k^2} (-s \sin kt - k \cos kt) \Big|_0^{+\infty}$$

$$= \frac{k}{s^2 + k^2}$$

5. 拉氏变换的基本定理 (1) 线性性质

设 $F_1(s) = L[f_1(t)]$ $F_2(s) = L[f_2(t)]$

a, b 为常数 ; 则有

$$\begin{aligned} L[af_1(t) + bf_2(t)] \\ &= aL[f_1(t)] + bL[f_2(t)] \\ &= aF_1(s) + bF_2(s) \end{aligned}$$

5. 拉氏变换的基本定理 (2) 微分定理

设 $F(s) = L[f(t)]$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$$

式中 $f(0)$ 是 $f(t) = 0$ 时的值

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/215000131001011220>