2025年福建省龙岩市长汀县长汀、连城一中等六校高三第一次五校联考数学试题试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是3，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{2}$，则双曲线 C 的焦距为（　　）

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

2．若数列$\{a_n\}$为等差数列，且满足$3+a_5=a_3+a_8$，S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，则$S_{11}=$（　　）

A．27　　B．33　　C．39　　D．44

3．设D,E,F分别为ΔABC的三边BC,CA,AB的中点，则$\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}=$（　　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　B．$\overrightarrow{AD}$　　C．$\overrightarrow{BC}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4．$a^2+b^2=1$是$a\sin\theta+b\cos\theta\le 1$恒成立的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5.已知函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，且$2^{f\left(\frac{m}{n}\right)}\cdot 2^{f(n)}=4^{\frac{f(m)}{2}}$，当$0<x<1$时，$f(x)<0$.若$f(4)=2$，则函数$f(x)$在$[1,16]$上的最大值为（　　）

A．4　　B．6　　C．3　　D．8

6．"$\varphi=-\frac{\pi}{8}$"是"函数$f(x)=\sin(3x+\varphi)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知抛物线$C:y^2=4x$和点$D(2,0)$，直线$x=ty-2$与抛物线C交于不同两点A，B，直线BD与抛物线C交于另一点E．给出以下判断：

①直线OB与直线OE的斜率乘积为-2；

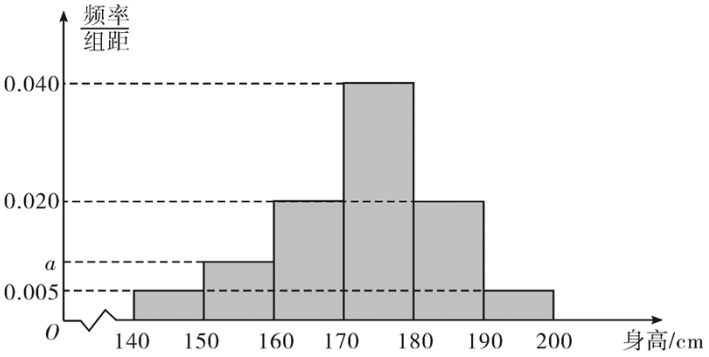
②$AE//y$轴；

③以 BE 为直径的圆与抛物线准线相切.

其中，所有正确判断的序号是（　　）

A．①②③　　**B**．①②　　**C**．①③　　**D**．②③

8．从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

A．171.25cm　　**B**．172.75cm

C．173.75cm　　**D**．175cm

9．双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线方程是（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$　　**B**．$y=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}x$　　**C**．$y=\pm\frac{x}{2}$　　**D**．$y=\pm 2x$

10．函数 $f(x)=ax-2$ 与 $g(x)=e^x$ 的图象上存在关于直线 $y=x$ 对称的点，则 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,\frac{e}{4}\right]$　　**B**．$\left(-\infty,\frac{e}{2}\right]$　　**C**．$(-\infty,e]$　　**D**．$\left(-\infty,e^2\right]$

11．在直角梯形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，点 E 为 BC 上一点，且 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，当 xy 的值最大时，$|\overrightarrow{AE}|=$(　　)

A．$\sqrt{5}$　　**B**．2　　**C**．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　**D**．$2\sqrt{3}$

12．已知各项都为正的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2+a_3+a_4=15$，若 a_1+2，a_3+4，a_6+16 成等比数列，则 $a_{10}=$（　）

A．19　　**B**．20　　**C**．21　　**D**．22

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．

随着国力的发展，人们的生活水平越来越好，我国的人均身高较新中国成立初期有大幅提高.为了掌握学生的体质与健康现状，合理制定学校体育卫生工作发展规划，某市进行了一次全市高中男生身高统计调查，数据显示全市 30000 名高中男生的身高 ξ（单位：cm）服从正态分布 $N\left(172,\sigma^2\right)$，且 $P\left(172<\xi\le 180\right)=0.4$，那么该市身高高于 $180cm$ 的高中男生人数大约为_____.

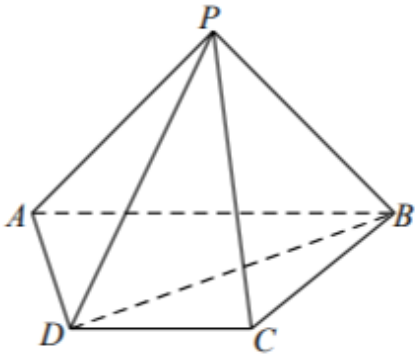
14．设实数 x，y 满足 $\begin{cases} xy\le 2 \\ 0\le x\le 2 \\ 0\le y\le 2x \end{cases}$，则点 $P\left(x,y\right)$ 表示的区域面积为_____.

15．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 且斜率为 1 的直线 l 交抛物线 C 于 M,N 两点，$b=\dfrac{\left|MF\right|+\left|NF\right|}{2}$，若线段 MN 的垂直平分线与 x 轴交点的横坐标为 a，则 $a-b$ 的值为_____.

16．设定义域为 R 的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f'\left(x\right)>f\left(x\right)$，则不等式 $e^{x-1}f\left(x\right)<f\left(2x-1\right)$ 的解集为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAB 为等腰直角三角形，$BC\perp$ 平面 PAB，$PA=PB,AB=BC=2,AD=BD=\sqrt{5}$.



（1）求证：$PA\perp$ 平面 PBC；

（2）求直线 PC 与平面 PAD 所成的角的正弦值.

18．（12 分）某商场举行优惠促销活动，顾客仅可以从以下两种优惠方案中选择一种.

方案一：每满 100 元减 20 元；

方案二：满 100 元可抽奖一次.具体规则是从装有 2 个红球、2 个白球的箱子随机取出 3 个球（逐个有放回地抽取），所得结果和享受的优惠如下表：（注：所有小球仅颜色有区别）

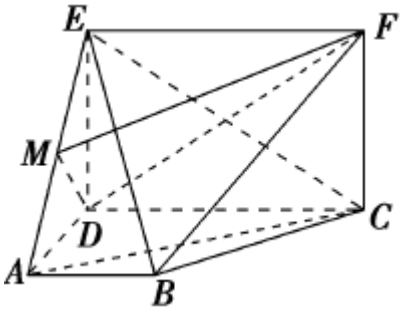
红球个数	3	2	1	0
实际付款	7 折	8 折	9 折	原价

（1）该商场某顾客购物金额超过 100 元，若该顾客选择方案二，求该顾客获得 7 折或 8 折优惠的概率；

（2）若某顾客购物金额为 180 元，选择哪种方案更划算？

19.（12 分）已知矩阵 $M=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & a\end{bmatrix}$ 的一个特征值为 3，求另一个特征值及其对应的一个特征向量.

20.（12 分）如图，矩形 $CDEF$ 和梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直，$\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$，$AB=AD=\frac{1}{2}CD$，$BE\perp DF$.



（1）若 M 为 EA 的中点，求证：$AC//$ 平面 MDF；

（2）若 $AB=2$，求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积.

21.（12 分）已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）设点 $P(\frac{1}{2},0)$，直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，求 $|PA|+|PB|$ 的值.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=2\ln(x+1)+\sin x+1$，函数 $g(x)=ax-1-b\ln x$（$a,b\in\mathbf{R},ab\neq 0$）.

（1）讨论 $g(x)$ 的单调性；

（2）证明：当 $x\geq 0$ 时，$f(x)\leq 3x+1$.

（3）证明：当 $x>-1$ 时，$f(x)<(x^2+2x+2)e^{\sin x}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得b，然后根据$b^2=c^2-a^2,e=\frac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$

取右焦点$F\left(c,0\right)$，一条渐近线$l:bx-ay=0$

则点F到l的距离为$\frac{\left|bc\right|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由$b^2+a^2=c^2$

所以$b=\sqrt{2}$，则$c^2-a^2=2$

又$\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以$c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：A

本题考查双曲线渐近线方程，以及a,b,c,e之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为b，属基础题.

2．B

【解析】

利用等差数列性质，若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$ 求出$a_6=3$，再利用等差数列前n项和公式得

$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$

【详解】

解：因为 $3+a_5=a_3+a_8$，由等差数列性质，若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$得，

$\therefore a_6=3$.

S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，则$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$.

故选：B.

本题考查等差数列性质与等差数列前n项和.

(1)如果$\{a_n\}$为等差数列，若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$ $(m，n，p，q\in N^*)$.

(2)要注意等差数列前n项和公式的灵活应用，如$S_{2n-1}=(2n-1)a_n$.

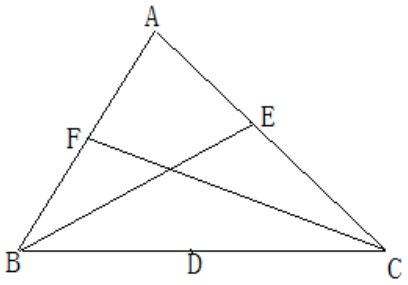
3．B

【解析】

根据题意,画出几何图形,根据向量加法的线性运算即可求解.

【详解】

根据题意,可得几何关系如下图所示:



$$\overrightarrow{EB}=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\right),\overrightarrow{FC}=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\right)$$

$$\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\right)-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$$

故选:B

本题考查了向量加法的线性运算,属于基础题.

4．A

【解析】

设$\begin{cases}a=\cos\alpha\\ b=\sin\alpha\end{cases}\Rightarrow a\sin\theta+b\cos\theta=\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha=\sin(\theta+\alpha)\le 1$ 成立；反之，$a=b=0$满足

$a\sin\theta+b\cos\theta\le 1$，但$a^2+b^2\ne 1$，故选 A.

5．A

【解析】

根据所给函数解析式满足的等量关系及指数幂运算，可得$f\left(\frac{m}{n}\right)+f\left(n\right)=f\left(m\right)$；利用定义可证明函数$f\left(x\right)$的单调

性，由赋值法即可求得函数$f\left(x\right)$在$\left[1,16\right]$上的最大值.

【详解】

函数$f\left(x\right)$的定义域为$\left(0,+\infty\right)$，且$2^{f\left(\frac{m}{n}\right)}\cdot 2^{f(n)}=4^{\frac{f(m)}{2}}$，

则$f\left(\frac{m}{n}\right)+f\left(n\right)=f\left(m\right)$；

任取$x_1,x_2\in\left(0,+\infty\right)$，且$x_1<x_2$，则$0<\frac{x_1}{x_2}<1$，

故$f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)<0$，

令$m=x_1$，$n=x_2$，则$f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)+f\left(x_2\right)=f\left(x_1\right)$，

即$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)<0$，

故函数$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，

故$f\left(x\right)_{\max}=f\left(16\right)$，

令$m=16$，$n=4$，

故$f\left(4\right)+f\left(4\right)=f\left(16\right)=4$，

故函数$f\left(x\right)$在$\left[1,16\right]$上的最大值为4.

故选：A.

本题考查了指数幂的运算及化简，利用定义证明抽象函数的单调性，赋值法在抽象函数求值中的应用，属于中档题.

6．A

【解析】

先求解函数$f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称的等价条件，得到$\varphi=k\pi+\frac{7}{8}\pi,k\in\mathbf{Z}$，分析即得解.

【详解】

若函数$f(x)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称，

则$3\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

解得$\varphi=k\pi+\frac{7}{8}\pi,k\in\mathbf{Z}$，

故“$\varphi=-\frac{\pi}{8}$”是“函数$f(x)=\sin(3x+\varphi)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称”的充分不必要条件.

故选：A

本题考查了充分不必要条件的判断，考查了学生逻辑推理，概念理解，数学运算的能力，属于基础题.

7．B

【解析】

由题意，可设直线 DE 的方程为 $x=my+2$，利用韦达定理判断第一个结论；将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，进而判断第二个结论；设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M，则圆心 M 为线段 BE 的中点．设 B，E 到准线的距离分别为 d_1，d_2，$\odot M$ 的半径为 R，点 M 到准线的距离为 d，显然 B，E，F 三点不共线，进而判断第三个结论.

【详解】

解：由题意，可设直线 DE 的方程为 $x=my+2$，

代入抛物线 C 的方程，有 $y^2-4my-8=0$.

设点 B，E 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-8$.

所 $x_1x_2=(my_1+2)(my_2+2)=m^2y_1y_2+2m(y_1+y_2)+4=4$.

则直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 $\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$．所以①正确.

将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，

根据抛物线的对称性可知，A，E 两点关于 x 轴对称，

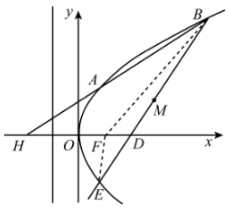
所以直线 $AE//y$ 轴．所以②正确.

如图，设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M，

则圆心 M 为线段 BE 的中点．设 B，E 到准线的距离分别为 d_1，d_2，$\odot M$ 的半径为 R，点 M 到准线的距离为 d，

显然 B，E，F 三点不共线，

则 $d=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{|BF|+|EF|}{2}>\dfrac{|BE|}{2}=R$．所以③不正确.



故选：B.

本题主要考查抛物线的定义与几何性质、直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力和创新意识，考查数形结合思想、化归与转化思想,属于难题.

8．C

【解析】

由题可得$(0.005\times 2+a+0.020\times 2+0.040)\times 10=1$，解得$a=0.010$，

则$(0.005+0.010+0.020)\times 10=0.35$，$0.35+0.040\times 10=0.75>0.5$，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为$170+\frac{0.5-0.35}{10\times 0.040}\times 10=173.75(\text{cm})$，故选 C.

9．C

【解析】

根据双曲线的标准方程即可得出该双曲线的渐近线方程.

【详解】

由题意可知，双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是$y=\pm\frac{x}{2}$.

故选：C.

本题考查双曲线的渐近线方程的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意双曲线的简单性质的合理运用.

10．C

【解析】

由题可知，曲线$f\left(x\right)=ax-2$与$y=\ln x$有公共点，即方程$ax-2=\ln x$有解，可得$a=\frac{2+\ln x}{x}$有解，令$h\left(x\right)=\frac{2+\ln x}{x}$，则$h'\left(x\right)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$，对$x$分类讨论，得出$x=\frac{1}{e}$时，$h\left(x\right)$取得极大值$h\left(\frac{1}{e}\right)=e$，也即为最大值，进而得出结论.

【详解】

解：由题可知，曲线$f\left(x\right)=ax-2$与$y=\ln x$有公共点，即方程$ax-2=\ln x$有解，

即$a=\frac{2+\ln x}{x}$有解，令$h\left(x\right)=\frac{2+\ln x}{x}$，则$h'\left(x\right)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$，

则当$0<x<\frac{1}{e}$时，$h'\left(x\right)>0$；当$x>\frac{1}{e}$时，$h'\left(x\right)<0$，

故$x=\frac{1}{e}$时，$h\left(x\right)$取得极大值$h\left(\frac{1}{e}\right)=e$，也即为最大值，

当x趋近于0时，$h\left(x\right)$趋近于$-\infty$，所以$a\le e$满足条件.

故选：C.

本题主要考查利用导数研究函数性质的基本方法，考查化归与转化等数学思想，考查抽象概括、运算求解等数学能力，属于难题.

11．B

【解析】

由题，可求出 $AD=1,CD=\sqrt{3}$，所以 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，根据共线定理，设 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，利用向量三角形法则求出 $\overrightarrow{AE}=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，结合题给 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，得出 $x=1-\frac{\lambda}{2},y=\lambda$，进而得出 $xy=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\lambda$，最后利用二次函数求出 xy 的最大值，即可求出 $|\overrightarrow{AE}|=$.

【详解】

由题意，直角梯形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，

可求得 $AD=1,CD=\sqrt{3}$，所以 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$.

∵点 E 在线段 BC 上，设 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，

则 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\lambda(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC})$

$=(1-\lambda)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}+\lambda\overrightarrow{DC}=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，

即 $\overrightarrow{AE}=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，

又因为 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$

所以 $x=1-\frac{\lambda}{2},y=\lambda$，

所以 $xy=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\lambda=-\frac{1}{2}\left[(\lambda-1)^2-1\right]=-\frac{1}{2}(\lambda-1)^2+\frac{1}{2}\leqslant\frac{1}{2}$，

当 $\lambda=1$ 时，等号成立.

所以 $|\overrightarrow{AE}|=|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=2$.

故选：B.

本题考查平面向量线性运算中的加法运算、向量共线定理，以及运用二次函数求最值，考查转化思想和解题能力.

12．A

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/215122204233011313