# 北京二中 2023—2024 学年度第四学段高一年级学段数学试卷

## 一、选择题

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-2,m)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $m=$（　　）

A. $-1$　　B. $-4$　　C. 4　　D. 1

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}|$，则 $\triangle ABC$ 是（　　）

A. 等边三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 等腰直角三角形

3. 为了得到函数 $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ 的图象，可以将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象

A. 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位　　B. 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 单位

C. 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 单位　　D. 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位

4. 在 $\triangle ABC$ 中，三边长分为 5，7，8，则最大角和最小角之和是（　　）

A. $\dfrac{3}{4}\pi$　　B. $\dfrac{2}{3}\pi$

C. $\dfrac{5}{6}\pi$　　D. $\dfrac{7}{12}\pi$

5. 已知向量 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,-1)$，向量 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影向量为（　　）

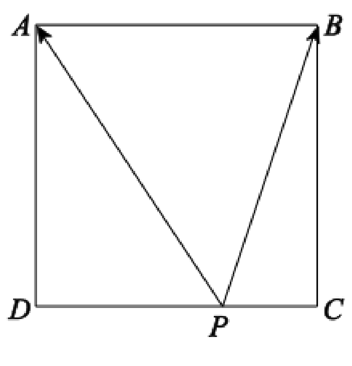
A. $(2,-2)$　　B. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　C. $\left(\dfrac{2}{5},\dfrac{1}{5}\right)$　　D. $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$

6. 已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是平面内两个非零向量，那么“$\vec{a}//\vec{b}$”是“存在 $\lambda\neq 0$，使得 $|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

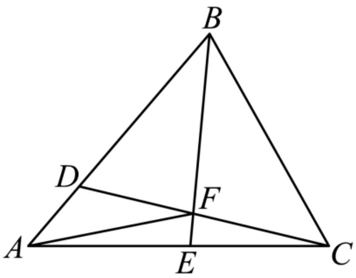
C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，$P$ 为正方形 $ABCD$ 四条边上的一个动点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是（　　）




A. $[-1,2]$　　B. $[0,2]$　　C. $[0,4]$　　D. $[-1,4]$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，$BE$ 和 $CD$ 相交于点 $F$，则向量 $\overrightarrow{AF}$ 等于（　　）




A. $\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{14}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{14}\overrightarrow{AC}$

9. 在锐角$\triangle ABC$中，内角A，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，$\frac{\sin A-\sin B}{\sin C}=\frac{c-b}{a+b}$，若$a=2\sqrt{3}$，则$b^2+c^2$的取值范围是（　　）

A. $[10,12]$　　B. $(10,12]$　　C. $[20,24]$　　D. $(20,24]$

10. 对任意两个非零的平面向量$\vec{\alpha},\vec{\beta}$，定义$\vec{\alpha}\circ\vec{\beta}=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{\vec{\beta}\cdot\vec{\beta}}$，若平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|\geq|\vec{b}|>0$，$\vec{a},\vec{b}$的夹角$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$，且$\vec{a}\circ\vec{b}$和$\vec{b}\circ\vec{a}$都在集合$\left\{\frac{n}{2}\mid n\in\mathbb{Z}\right\}$中，则$\vec{a}\circ\vec{b}=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

## 二、填空题

11. 已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为60°，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$______.

12. 若向量$\vec{a}=(-2,2)$与$\vec{b}=(1,k)$的夹角为钝角，则$k$的取值范围为__________.

13. 若△$ABC$中，$AB=\sqrt{3},AC=1,B=30°$，则△$ABC$的周长为__________.

14. 折扇又名“撒扇”、“纸扇”，是一种用竹木或象牙做扇骨，韧纸或绫绢做扇面的能折叠的扇子，如图1.其展开几何图是如图2的扇形$AOB$，其中$\angle AOB=120°$，$OC=2$，$OA=4$，点$E$在$\overset{\frown}{CD}$上(包含端点)，则$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}$的取值范围是__________.


图1

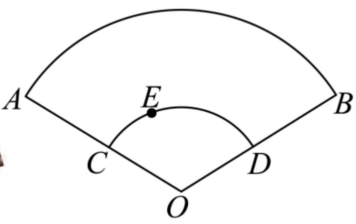


图2

15. 在三角形$ABC$中，点$O$是三角形$ABC$所在平面内一点，$\triangle ABC$的三个内角$A,B,C$的对边分别是$a,b,c$，则下列给出的命题：

①若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$，则点$O$是三角形$ABC$的垂心；

②若向量$\overrightarrow{AP}=\lambda\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)(\lambda\in R)$，则点$P$的轨迹通过$\triangle ABC$的重心；

③若$\overrightarrow{OA}\cdot\left(\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}-\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}\right)=\overrightarrow{OB}\cdot\left(\dfrac{\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}-\dfrac{\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|}\right)=0$，则点$O$是三角形$ABC$的内心；

④若$\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则点$O$是三角形$ABC$的内心.

其中正确的命题是：___________.(填写正确结论的编号)

16. 已知单位向量$\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$与非零向量$\vec{a}$满足$\left|3\vec{e}_1+\vec{e}_2\right|\le 2\sqrt{2}$，$\vec{a}\cdot\left(\vec{e}_1-\vec{e}_2\right)\le 0$，则$\dfrac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}\cdot\left(3\vec{e}_1+2\vec{e}_2\right)$的最大值是______.

## 三、解答题

17. 已知平面向量$\vec{a}=(1,x),\vec{b}=(2x+3,-x)(x\in\mathbf{R})$

（1）若$\vec{a}\perp\vec{b}$，求$x$的值；

（2）若$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，求$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$

18. 在$\triangle ABC$中，$b^2+c^2-\dfrac{\sqrt{6}}{2}bc=a^2$.

（1）求$\cos A$的值；

（2）若$B=2A$，$b=\sqrt{6}$，求$a$的值.

19. 已知函数$f(x)=2\cos x\cdot\cos(x+\varphi)(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$，从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数$f(x)$存在.

条件①：$f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=1$；

条件②：函数$f(x)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$上是增函数；

条件③：$\forall x\in\mathbf{R},f(x)\ge f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

注：如果选择的条件不符合要求，得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

（1）求函数$f(x)$的解析式；

（2）当$x\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$时，求函数$f\left(x\right)$的最大值和最小值并求相应的$x$的值；

（3）将$f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再保持纵坐标不变，将横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$倍，得到$g(x)$的图像，求函数$g(x)$的解析式，并确定当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$g(x)$的单调区间.

20. 已知$O$为坐标原点，对于函数$f\left(x\right)=a\sin x+b\cos x$，称向量$\overrightarrow{OM}=\left(a,b\right)$为函数$f\left(x\right)$的伴随向量，同时称函数$f\left(x\right)$为向量$\overrightarrow{OM}$的伴随函数.

（1）设函数$g\left(x\right)=\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$，试求$g\left(x\right)$的伴随向量$\overrightarrow{OM}$；

（2）记向量$\overrightarrow{ON}=\left(1,\sqrt{3}\right)$的伴随函数为$f\left(x\right)$，求当$f\left(x\right)=\frac{6}{5}$且$x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$时，$\sin x$的值；

（3）当向量$\overrightarrow{OM}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$时，伴随函数为$f\left(x\right)$，函数$h\left(x\right)=f\left(2x\right)$，求$h\left(x\right)$在区间$\left[t,t+\frac{\pi}{4}\right]$上最大值与最小值之差的取值范围.

21. 已知数表$A_{2n}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\end{pmatrix}$中的项$a_{ij}(i=1,2;j=1,2,\cdots,n)$互不相同，且满足下列条件：

①$a_{ij}\in\left\{1,2,\cdots,2n\right\}$；

②$(-1)^{m+1}\left(a_{1m}-a_{2m}\right)<0(m=1,2,\cdots,n)$.

则称这样的数表$A_{2n}$具有性质$P$.

（1）若数表$A_{22}$具有性质$P$，且$a_{12}=4$，写出所有满足条件的数表$A_{22}$，并求出$a_{11}+a_{12}$的值；

（2）对于具有性质$P$的数表$A_{2n}$，当$a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n}$取最大值时，求证：存在正整数$k\left(1\le k\le n\right)$，使得$a_{1k}=2n$；

（3）对于具有性质$P$的数表$A_{2n}$，当$n$为偶数时，求$a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n}$的最大值.

# 北京二中 2023—2024 学年度第四学段高一年级学段数学试卷

## 一、选择题

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-2,m)$，若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $m=$（　　）

A. $-1$　　　　B. $-4$　　　　C. 4　　　　D. 1

【答案】B

【分析】根据平面向量共线的坐标表示即可求解.

【详解】由 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $1\times m-(-2)\times 2=0$，得 $m=-4$.

故选：B.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}|$，则 $\triangle ABC$ 是（　　）

A. 等边三角形　　　　B. 直角三角形　　　　C. 钝角三角形　　　　D. 等腰直角三角形

【答案】A

【分析】根据向量的线性运算，结合模的定义及等边三角形的定义即可判断.

【详解】$\because \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$，$\therefore \left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|$，则 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

故选：A

3. 为了得到函数 $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ 的图象，可以将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象

A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位　　　　B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位　　　　D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

【答案】C

【分析】

将函数转化为 $y=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$，然后根据三角函数图象变换的知识判断出正确选项.

【详解】函数 $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$，

所以将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位，即可得到 $y=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$ 的图象，

即得到函数 $y=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$ 的图象.

故选：C.

【点睛】本小题主要考查三角函数图象变换，考查辅助角公式，属于基础题.

4. 在 $\triangle ABC$ 中，三边长分为 5，7，8，则最大角和最小角之和是（　　）

A. $\frac{3}{4}\pi$　　B. $\frac{2}{3}\pi$

C. $\frac{5}{6}\pi$　　D. $\frac{7}{12}\pi$

【答案】B

【分析】设A为$\vee ABC$的最小角，$C$为$\vee ABC$的最大角，利用余弦定理求得$B$的大小，即可求解.

【详解】设A为$\vee ABC$的最小角，$C$为$\vee ABC$的最大角，

由余弦定理，可得$\cos B=\frac{5^2+8^2-7^2}{2\times 5\times 8}=\frac{1}{2}$，

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{3}$，

所以$A+C=\frac{2\pi}{3}$，即最大角和最小角之和是$\frac{2}{3}\pi$.

故选：B.

5. 已知向量$\vec{a}=\left(2,1\right)$，$\vec{b}=\left(1,-1\right)$，向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量为（　　）

A. $\left(2,-2\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

【答案】D

【分析】求出向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影，求出与$\vec{b}$方向相同的单位向量，求出向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量.

【详解】向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\frac{2-1}{\sqrt{1^2+\left(-1\right)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

与$\vec{b}$方向相同的单位向量为$\frac{\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(1,-1\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

所以向量$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量为$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$.

故选：D.

6. 已知$\vec{a},\vec{b}$是平面内两个非零向量，那么“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”是“存在$\lambda\neq 0$，使得$\left|\vec{a}+\lambda\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\lambda\vec{b}\right|$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【分析】根据向量的模长关系以及共线，即可结合必要不充分条件进行判断.

【详解】若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则则存在唯一的实数$\mu\neq 0$，使得$\vec{a}=\mu\vec{b}$，

故$\left|\vec{a}+\lambda\vec{b}\right|=\left|\mu\vec{b}+\lambda\vec{b}\right|=\left|\mu+\lambda\right|\left|\vec{b}\right|$，

而 $|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|=|\mu\vec{b}|+|\lambda\vec{b}|=(|\lambda|+|\mu|)|\vec{b}|$，

存在 $\lambda$ 使得 $|\lambda+\mu|=|\lambda|+|\mu|$ 成立，

所以“$\vec{a}$ // $\vec{b}$”是“存在 $\lambda\neq0$，使得 $|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|$”的充分条件，

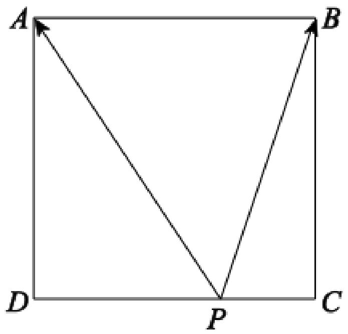
若 $\lambda\neq0$ 且 $|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\lambda\vec{b}$ 方向相同,故此时 $\vec{a}$ // $\vec{b}$，

所以“$\vec{a}$ // $\vec{b}$”是“存在 $\lambda\neq0$， 使得 $|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|$” 的必要条件，

故 $\vec{a}$ // $\vec{b}$”是“存在 $\lambda\neq0$，使得| $|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=|\vec{a}|+|\lambda\vec{b}|$” 的充分必要条件，

故选: C

7. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2， $P$ 为正方形 $ABCD$ 四条边上的一个动点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是（　　）

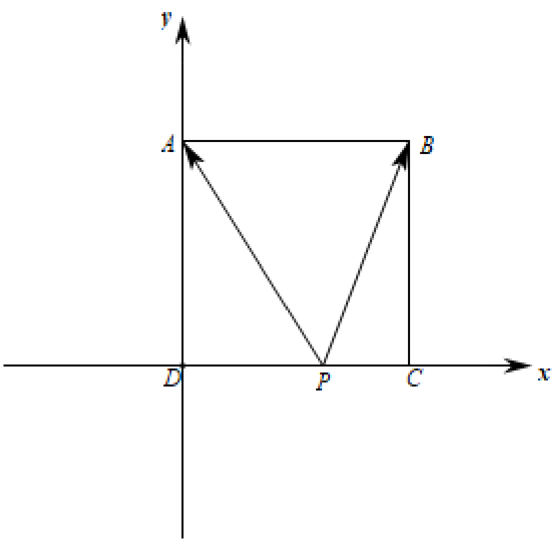



A. $[-1,2]$　　B. $[0,2]$　　C. $[0,4]$　　D. $[-1,4]$

【答案】D

【分析】建立平面直角坐标系，分点 $P$ 在 $CD$ 上，点 $P$ 在 $BC$ 上，点 $P$ 在 $AB$ 上，点 $P$ 在 $AD$ 上，利用数量积的坐标运算求解.

【详解】解：建立如图所示平面直角坐标系：




则 $A(0,2),B(2,2)$，

当点 $P$ 在 $CD$ 上时，设 $P(x,0)(0\le x\le 2)$，

则 $\overrightarrow{PA}=(x,-2)$，$\overrightarrow{PB}=(x-2,-2)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=x(x-2)+4=(x-1)^2+3\in[3,4]$；

当点 $P$ 在 $BC$ 上时，设 $P(2,y)(0\le y\le 2)$，

则 $\overrightarrow{PA}=(2,y-2)$，$\overrightarrow{PB}=(0,y-2)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(y-2)^2\in[0,4]$；

当点 $P$ 在 $AB$ 上时，设 $P(x,2)(0\le x\le 2)$，

则 $\overrightarrow{PA}=(x,0)$，$\overrightarrow{PB}=(x-2,0)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=x(x-2)=(x-1)^2-1\in[-1,0]$；

当点 $P$ 在 $AD$ 上时，设 $P(0,y)(0\le y\le 2)$，

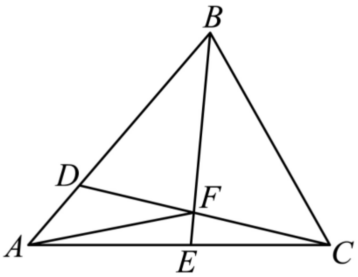
则 $\overrightarrow{PA}=(0,y-2)$，$\overrightarrow{PB}=(-2,y-2)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(y-2)^2\in[0,4]$；

综上：$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的取值范围是$[-1,4]$.

故选：D

8. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，$BE$ 和 $CD$ 相交于点 $F$，则向量 $\overrightarrow{AF}$ 等于（　　）




A. $\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{14}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{14}\overrightarrow{AC}$

【答案】B

【分析】过点 $F$ 分别作 $FM//AB$ 交 $AC$ 于点 $M$，作 $FN//AC$ 交 $AB$ 于点 $N$，由平行线得出三角形相似，得出线段成比例，结合 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，证出 $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{7}\overrightarrow{AB}$，最后由平面向量基本定理和向量的加法法则，即可得 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AF}$.

【详解】解：过点 $F$ 分别作 $FM//AB$ 交 $AC$ 于点 $M$，作 $FN//AC$ 交 $AB$ 于点 $N$，

已知 $\vec{AD}=\dfrac{1}{4}\vec{AB}$， $\vec{AE}=\dfrac{1}{2}\vec{AC}$，

Q $FN//AC$，则 $\triangle MFE:\triangle ABE$ 和 $\triangle MCF:\triangle ACD$，

则： $\dfrac{MF}{AB}=\dfrac{ME}{AE}$ 且 $\dfrac{MF}{AD}=\dfrac{MC}{AC}$，

即： $\dfrac{MF}{AB}=\dfrac{2ME}{AC}$ 且 $\dfrac{MF}{\frac{1}{4}AB}=\dfrac{MC}{AC}$，所以 $\dfrac{MF}{AB}=\dfrac{2ME}{AC}=\dfrac{\frac{1}{4}MC}{AC}$，

则： $MC=8ME$，所以 $AM=\dfrac{3}{7}AC$，

解得： $\vec{AM}=\dfrac{3}{7}\vec{AC}$，

同理 $FM//AB$， $\triangle NBF:\triangle ABE$ 和 $\triangle NFD:\triangle ACD$，

则： $\dfrac{NF}{AE}=\dfrac{NB}{AB}$ 且 $\dfrac{NF}{AC}=\dfrac{ND}{AD}$，

即： $\dfrac{NF}{\frac{1}{2}AC}=\dfrac{NB}{AB}$ 且 $\dfrac{NF}{AC}=\dfrac{ND}{\frac{1}{4}AB}$，所以 $\dfrac{NF}{AC}=\dfrac{\frac{1}{2}NB}{AB}=\dfrac{4ND}{AB}$，

则： $NB=8ND$，即 $AB-AN=8\left(AD-AN\right)$，

所以 $AB-AN=8\left(\dfrac{1}{4}AB-AN\right)$，即 $AB-AN=2AB-8AN$，

得： $AN=\dfrac{1}{7}AB$，

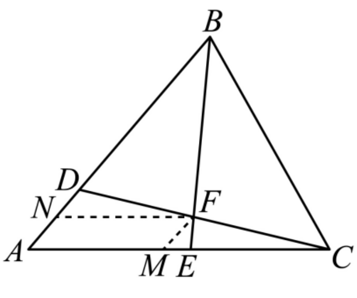
解得： $\vec{AN}=\dfrac{1}{7}\vec{AB}$，

Q四边形 $AMFN$ 是平行四边形，

$\therefore$ 由向量加法法则，得 $\vec{AF}=\vec{AN}+\vec{AM}$，

所以 $\vec{AF}=\dfrac{1}{7}\vec{AB}+\dfrac{3}{7}\vec{AC}$.

故选：B.




【点睛】本题考查平面向量的线性运算、向量的加法法则和平面向量的基本定理，考查运算能力.

9. 在锐角 V$ABC$ 中，内角 A， $B$， $C$ 的对边分别为 $a$， $b$， $c$， $\dfrac{\sin A-\sin B}{\sin C}=\dfrac{c-b}{a+b}$，若 $a=2\sqrt{3}$，则 $b^2+c^2$ 的取值范围是（　　）

A. $\left[10,12\right]$　　B. $\left(10,12\right]$　　C. $\left[20,24\right]$　　D. $\left(20,24\right]$

【答案】D

【分析】首先利用正弦定理和余弦定理的应用求出A的值，再由正弦定理可得$b=4\sin B$，$c=4\sin C$，结合三角函数关系式的恒等变换把$b^2+c^2$变形成正弦型函数，进一步利用性质和角的范围即可求出结果.

【详解】锐角$\triangle ABC$中，内角A，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，

由正弦定理可得$\dfrac{\sin A-\sin B}{\sin C}=\dfrac{a-b}{c}$，所以$\dfrac{a-b}{c}=\dfrac{c-b}{a+b}$，整理得$a^2-b^2=c^2-bc$，

所以$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，由于$0<A<\dfrac{\pi}{2}$，所以$A=\dfrac{\pi}{3}$，

又$a=2\sqrt{3}$，利用正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$得：$b=4\sin B$，$c=4\sin C$，

又$B+C=\dfrac{2\pi}{3}$,$\triangle ABC$为锐角三角形，故$C=\dfrac{2\pi}{3}-B,B\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$，

所以$b^2+c^2=16\left(\sin^2B+\sin^2C\right)=16\left[\sin^2B+\sin^2\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)\right]=16\left[\dfrac{1-\cos 2B}{2}+\dfrac{1-\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}-2B\right)}{2}\right]$

$=16\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\sin 2B-\dfrac{1}{4}\cos 2B\right)=8\sin\left(2B-\dfrac{\pi}{6}\right)+16$，

由于$2B-\dfrac{\pi}{6}\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right)$，故$\sin\left(2B-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left(\dfrac{1}{2},1\right]$，

所以$20<b^2+c^2\le 24$.

故选：D

10. 对任意两个非零的平面向量$\vec{\alpha},\vec{\beta}$，定义$\vec{\alpha}\circ\vec{\beta}=\dfrac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{\vec{\beta}\cdot\vec{\beta}}$，若平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|\ge|\vec{b}|>0$，$\vec{a},\vec{b}$的夹角$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$，且$\vec{a}\circ\vec{b}$和$\vec{b}\circ\vec{a}$都在集合$\left\{\dfrac{n}{2}\,|\,n\in Z\right\}$中，则$\vec{a}\circ\vec{b}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{5}{2}$

【答案】C

【分析】由题意可可设$m\in\mathbf{Z}$，$t\in Z$，$\vec{a}\circ\vec{b}=\dfrac{m}{2}$，$\vec{b}\circ\vec{a}=\dfrac{t}{2}$，得$\cos^2\theta=\dfrac{mt}{4}\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$，对$m$，$t$进行赋值即可得出$m$，$t$的值，进而得出结论.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/215222331210011313