

2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项:

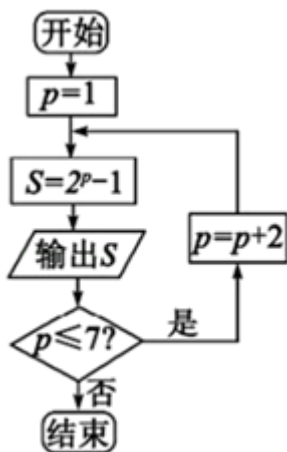
1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$ 且 $a > b$, 则下列不等式成立的是 ()

- A. $c - a < c - b$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $\frac{b}{a} < 1$

2. 马林·梅森是 17 世纪法国著名的数学家和修道士, 也是当时欧洲科学界一位独特的中心人物, 梅森在欧几里得、费马等人研究的基础上对 $2^p - 1$ 作了大量的计算、验证工作, 人们为了纪念梅森在数论方面的这一贡献, 将形如 $2^p - 1$ (其中 p 是素数) 的素数, 称为梅森素数. 若执行如图所示的程序框图, 则输出的梅森素数的个数是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + \frac{2}{x} - 3$. 若 $x \leq 0$, 则 $f(x) \leq 0$ 的解集是 ()

- A. $[-2, -1]$ B. $(-\infty, -2] \cup [-1, 0]$
 C. $(-\infty, -2] \cup [-1, 0)$ D. $(-\infty, -2) \cup (-1, 0]$

4. i 是虚数单位, 若 $\frac{1+7i}{2-i} = a + bi (a, b \in \mathbf{R})$, 则乘积 ab 的值是 ()

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

5. 已知 $A(-\sqrt{3}, 0)$, $B(\sqrt{3}, 0)$, P 为圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的动点, $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PQ}$, 过点 P 作与 AP 垂直的直线 l 交直线 QB 于点 M , 若点 M 的横坐标为 x , 则 $|x|$ 的取值范围是 ()

- A. $|x| \geq 1$ B. $|x| > 1$ C. $|x| \geq 2$ D. $|x| \geq \sqrt{2}$

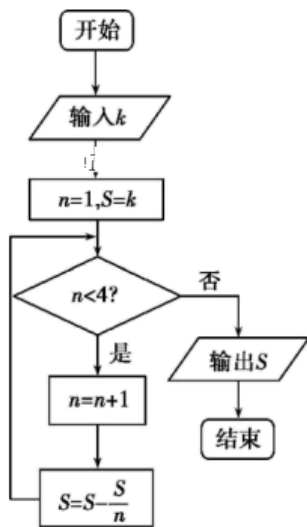
6. 若 AB 为过椭圆 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ 中心的弦, F_1 为椭圆的焦点, 则 $\triangle F_1AB$ 面积的最大值为 ()

- A. 20 B. 30 C. 50 D. 60

7. 某校为提高新入聘教师的教学水平, 实行“老带新”的师徒结对指导形式, 要求每位老教师都有徒弟, 每位新教师都有一位老教师指导, 现选出 3 位老教师负责指导 5 位新入聘教师, 则不同的师徒结对方式共有 () 种.

- A. 360 B. 240 C. 150 D. 120

8. 我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题: “今有器中米, 不知其数, 前人取半, 中人三分取一, 后人四分取一, 余米一斗五升(注 一斗为十升). 问, 米几何?” 下图是解决该问题的程序框图, 执行该程序框图, 若输出的 $S=15$ (单位: 升), 则输入的 k 的值为 ()



- A. 45 B. 60 C. 75 D. 100

9. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成, 爻分为阳爻“—”和阴爻“— —”. 如图就是一重卦. 在所有重卦中随机取一重卦, 则该重卦至少有 2 个阳爻的概率是 ()

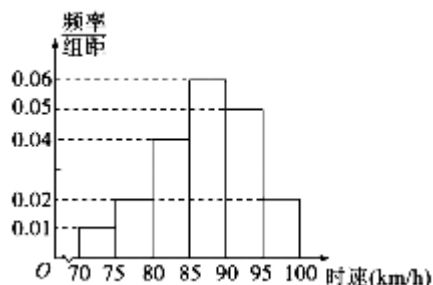


- A. $\frac{7}{64}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{57}{64}$ D. $\frac{11}{16}$

10. 已知定点 $F_1(-4,0)$, $F_2(4,0)$, N 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上的任意一点, 点 F_1 关于点 N 的对称点为 M , 线段 F_1M 的垂直平分线与直线 F_2M 相交于点 P , 则点 P 的轨迹是 ()

- A. 椭圆 B. 双曲线 C. 抛物线 D. 圆

11. 港珠澳大桥于 2018 年 10 月 2 刻日正式通车, 它是中国境内一座连接香港、珠海和澳门的桥隧工程, 桥隧全长 55 千米. 桥面为双向六车道高速公路, 大桥通行限速 100km/h , 现对大桥某路段上 1000 辆汽车的行驶速度进行抽样调查. 画出频率分布直方图 (如图), 根据直方图估计在此路段上汽车行驶速度在区间 $[85, 90)$ 的车辆数和行驶速度超过 90km/h 的频率分别为 ()



- A. 300, 0.25 B. 300, 0.35 C. 60, 0.25 D. 60, 0.35

12. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 的中点, E 为 AB 上靠近点 B 的三等分点, 且 BD, CE 相交于点 P , 则 $\overrightarrow{AP} =$ ()

- A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
 C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线方程为 $x + y = 0$, 则 $a =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = e^x(x+1)^2$, 令 $f_1(x) = f'(x)$, $f_{n+1}(x) = f'_n(x) (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $f_n(x) = e^x(a_n x^2 + b_n x + c_n)$, $[m]$ 表示不超过实数 m 的最大整数, 记数列 $\left\{ \frac{2a_n}{2c_n - b_n} \right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $[3S_{2000}] =$ _____

15. 近年来, 新能源汽车技术不断推陈出新, 新产品不断涌现, 在汽车市场上影响力不断增大. 动力电池技术作为新能源汽车的核心技术, 它的不断成熟也是推动新能源汽车发展的主要动力. 假定现在市售的某款新能源汽车上, 车载动力电池充放电循环次数达到 2000 次的概率为 85%, 充放电循环次数达到 2500 次的概率为 35%. 若某用户的自用新能源汽车已经经过了 2000 次充电, 那么他的车能够充电 2500 次的概率为 _____.

16. 函数 $f(x) = x \cos x + \sin x$ 在 $x = \pi$ 处的切线方程是 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$, 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆交于 A, B 两点, 若线段 AB 的中点为 D , 且直线 OD 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若过左焦点 F 斜率为 k 的直线 l 与椭圆交于点 M, N , P 为椭圆上一点, 且满足 $OP \perp MN$, 问: $\frac{1}{|MN|} + \frac{1}{|OP|^2}$

是否为定值? 若是, 求出此定值, 若不是, 说明理由.

18. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 证明: 当 $0 < a \leq \frac{e}{2}$ 时, $f(x) > \frac{e^{1-x}}{2}$.

19. (12分) 在国家“大众创业, 万众创新”战略下, 某企业决定加大对某种产品的研发投入. 为了对新研发的产品进行合理定价, 将该产品按事先拟定的价格试销, 得到一组检测数据如表所示:

试销价格 x (元)	4	5	6	7	8	9
产品销量 y (件)	89	83	82	79	74	67

已知变量 x, y 且有线性负相关关系, 现有甲、乙、丙三位同学通过计算求得回归直线方程分别为: 甲 $\hat{y} = 4x + 53$; 乙 $\hat{y} = -4x + 105$; 丙 $\hat{y} = -4.6x + 104$, 其中有且仅有一位同学的计算结果是正确的.

(1) 试判断谁的计算结果正确?

(2) 若由线性回归方程得到的估计数据与检测数据的误差不超过 1, 则称该检测数据是“理想数据”, 现从检测数据中随机抽取 3 个, 求“理想数据”的个数 X 的分布列和数学期望.

20. (12分) 甲、乙、丙三名射击运动员射中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}, a, a$ ($0 < a < 1$), 三人各射击一次, 击中目标的次数记为 ξ .

(1) 求 ξ 的分布列及数学期望;

(2) 在概率 $P(\xi = i)$ ($i = 0, 1, 2, 3$) 中, 若 $P(\xi = 1)$ 的值最大, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin(A+B) = c \sin \frac{B+C}{2}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, $b+c=5$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

22. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，且 $(\sin A - \sin B)^2 = \sin^2 C - \sin A \sin B$.

(I) 求 C ;

(II) 若 $c=1$, $\triangle ABC$ 的周长是否有最大值? 如果有, 求出这个最大值, 如果没有, 请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

A项, 由 $a > b$ 得到 $-a < -b$, 则 $c - a < c - b$, 故A项正确;

B项, 当 $c = 0$ 时, 该不等式不成立, 故B项错误;

C项, 当 $a = 1$, $b = -2$ 时, $1 > -\frac{1}{2}$, 即不等式 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 不成立, 故C项错误;

D项, 当 $a = -1$, $b = -2$ 时, $\frac{b}{a} = 2 > 1$, 即不等式 $\frac{b}{a} < 1$ 不成立, 故D项错误.

综上所述, 故选A.

2、C

【解析】

模拟程序的运行即可求出答案.

【详解】

解: 模拟程序的运行, 可得:

$p=1$,

$S=1$, 输出 S 的值为1,

满足条件 $p \leq 7$, 执行循环体, $p=3$, $S=7$, 输出 S 的值为7,

满足条件 $p \leq 7$, 执行循环体, $p=5$, $S=31$, 输出 S 的值为31,

满足条件 $p \leq 7$, 执行循环体, $p=7$, $S=127$, 输出 S 的值为127,

满足条件 $p \leq 7$, 执行循环体, $p=9$, $S=511$, 输出 S 的值为511,

此时, 不满足条件 $p \leq 7$, 退出循环, 结束,

故若执行如图所示的程序框图, 则输出的梅森素数的个数是5,

故选：C.

【点睛】

本题主要考查程序框图，属于基础题.

3、B

【解析】

利用函数奇偶性可求得 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的解析式和 $f(0)$ ，进而构造出不等式求得结果.

【详解】

Q $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数， $\therefore f(0) = 0$.

当 $x < 0$ 时， $-x > 0$ ， $\therefore f(-x) = -x - \frac{2}{x} - 3$ ，

Q $f(x)$ 为奇函数， $\therefore f(x) = -f(-x) = x + \frac{2}{x} + 3 (x < 0)$ ，

由 $\begin{cases} x < 0 \\ x + \frac{2}{x} + 3 \leq 0 \end{cases}$ 得： $x \leq -2$ 或 $-1 \leq x < 0$ ；

综上所述：若 $x \leq 0$ ，则 $f(x) \leq 0$ 的解集为 $(-\infty, -2] \cup [-1, 0]$.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数奇偶性的应用，涉及到利用函数奇偶性求解对称区间的解析式；易错点是忽略奇函数在 $x = 0$ 处有意义时， $f(0) = 0$ 的情况.

4、B

【解析】

$\frac{1+7i}{2-i} = \frac{(1+7i)(2+i)}{5} = -1+3i$ ， $\therefore a = -1, b = 3, ab = -3$ ，选 B.

5、A

【解析】

由题意得 $\|MB\| - \|MA\| = \|BQ\| = 2\|OP\|$ ，即可得点 M 的轨迹为以 A, B 为左、右焦点， $a = 1$ 的双曲线，根据双曲线的性质即可得解.

【详解】

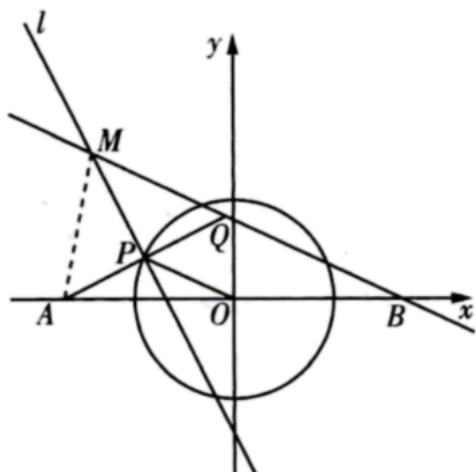
如图，连接 OP, AM ，

由题意得 $\|MB\| - \|MA\| = \|BQ\| = 2\|OP\| = 2$ ，

∴ 点 M 的轨迹为以 A, B 为左、右焦点, $a=1$ 的双曲线,

∴ $|x| \geq 1$.

故选: A.



【点睛】

本题考查了双曲线定义的应用, 考查了转化化归思想, 属于中档题.

6、D

【解析】

先设 A 点的坐标为 (x, y) , 根据对称性可得 $B(-x, -y)$, 在表示出 $\Delta F_1 AB$ 面积, 由图象遏制, 当点 A 在椭圆的顶点时, 此时 $\Delta F_1 AB$ 面积最大, 再结合椭圆的标准方程, 即可求解.

【详解】

由题意, 设 A 点的坐标为 (x, y) , 根据对称性可得 $B(-x, -y)$,

则 $\Delta F_1 AB$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times |OF| \times |2y| = c|y|$,

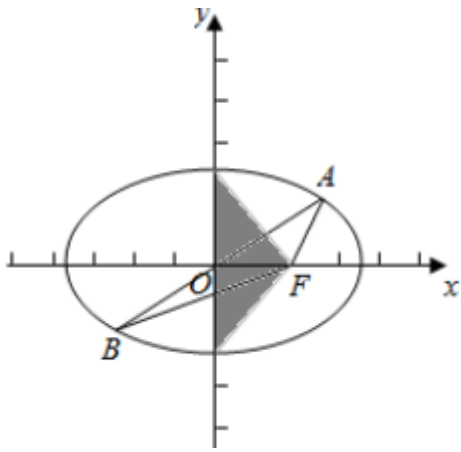
当 $|y|$ 最大时, $\Delta F_1 AB$ 的面积最大,

由图象可知, 当点 A 在椭圆的上下顶点时, 此时 $\Delta F_1 AB$ 的面积最大,

又由 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$, 可得椭圆的上下顶点坐标为 $(0, -5), (0, 5)$,

所以 $\Delta F_1 AB$ 的面积的最大值为 $S = cb = \sqrt{169 - 25} \times 5 = 60$.

故选: D.



【点睛】

本题主要考查了椭圆的标准方程及简单的几何性质，以及三角形面积公式的应用，着重考查了数形结合思想，以及化归与转化思想的应用。

7、C

【解析】

可分成两类，一类是3个新教师与一个老教师结对，其他一新一老结对，第二类两个老教师各带两个新教师，一个老教师带一个新教师，分别计算后相加即可。

【详解】

分成两类，一类是3个新教师与同一个老教师结对，有 $C_5^3 A_3^3 = 60$ 种结对方式，第二类两个老教师各带两个新教师，一个老教师带一个新教师，有 $\frac{C_5^2 C_3^2 A_3^3}{2!} = 90$ 。

∴共有结对方式 $60 + 90 = 150$ 种。

故选：C。

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用。解题关键确定怎样完成新老教师结对这个事情，是先分类还是先分步，确定方法后再计数。本题中有一个平均分组问题。计数时容易出错。两组中每组中人数都是2，因此方法数为 $\frac{C_5^2 C_3^2}{2!}$ 。

8、B

【解析】

根据程序框图中程序的功能，可以列方程计算。

【详解】

由题意 $S \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 15$ ， $S = 60$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查程序框图，读懂程序的功能是解题关键。

9、C

【解析】

利用组合的方法求所求的事件的对立事件,即该重卦没有阳爻或只有 1 个阳爻的概率,再根据两对立事件的概率和为 1 求解即可.

【详解】

设“该重卦至少有 2 个阳爻”为事件 A .所有“重卦”共有 2^6 种;“该重卦至少有 2 个阳爻”的对立事件 \bar{A} 是“该重卦没有阳爻或只有 1 个阳爻”,其中,没有阳爻(即 6 个全部是阴爻)的情况有 1 种,只有 1 个阳爻的情况有 $C_6^1 = 6$ 种,故

$$P(\bar{A}) = \frac{1+6}{2^6} = \frac{7}{64}, \text{ 所以该重卦至少有 2 个阳爻的概率是 } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{64} = \frac{57}{64}.$$

故选: C

【点睛】

本题主要考查了对立事件概率和为 1 的方法求解事件概率的方法.属于基础题.

10、B

【解析】

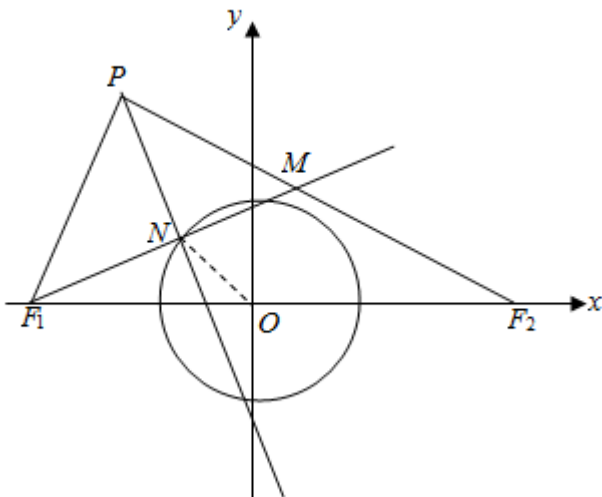
根据线段垂直平分线的性质,结合三角形中位线定理、圆锥曲线和圆的定义进行判断即可.

【详解】

因为线段 F_1M 的垂直平分线与直线 F_2M 相交于点 P , 如下图所示:

所以有 $PF_1 = PM = PF_2 - MF_2$, 而 O, N 是中点, 连接 ON , 故 $MF_2 = 2ON = 4$,

因此 $PF_2 - PF_1 = 4(4 < F_2F_1)$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/216000153052010132>