2024届内蒙古呼伦贝尔市海拉尔市第二中学高三5月高考适应性月考卷(五)数学试题试卷

注意事项：
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。
2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知点F_1是抛物线C：$x^2=2py$的焦点，点F_2为抛物线C的对称轴与其准线的交点，过F_2作抛物线C的切线，切点为A，若点A恰好在以F_1，F_2为焦点的双曲线上，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{2}-1$　　C．$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}+1$

2．已知焦点为F的抛物线$C:y^2=4x$的准线与x轴交于点A，点M在抛物线C上，则当$\frac{|MA|}{|MF|}$取得最大值时，直线MA的方程为（　　）

A．$y=x+1$或$y=-x-1$　　B．$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$或$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$　　C．$y=2x+2$或$y=-2x-2$

D．$y=-2x+2$

3．已知点$M(2,0)$，点P在曲线$y^2=4x$上运动，点F为抛物线的焦点，则$\frac{|PM|^2}{|PF|-1}$的最小值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$2(\sqrt{5}-1)$　　C．$4\sqrt{5}$　　D．4

4．若$a=\log_4 15.9$，$b=2^{1.01}$，$c=0.4^{0.1}$，则（　　）

A．$c>a>b$　　B．$a>b>c$

C．$b>a>c$　　D．$a>c>b$

5．设$a,b\in(1,+\infty)$，则"$a>b$"是"$\log_a b<1$"的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点为$F_1,F_2$，一条渐近线方程为$l:y=-\frac{b}{a}x$，过点$F_1$且与$l$

垂直的直线分别交双曲线的左支及右支于P,Q，满足$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OF_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$，则该双曲线的离心率为（　　）

A． $\sqrt{10}$　　**B．3**　　**C．** $\sqrt{5}$　　**D．2**

7．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，O 为坐标原点，P 为双曲线在第一象限上的点，直线 PO，PF_2 分别交双曲线 C 的左，右支于另一点$M,N,$若$|PF_1|=3|PF_2|$，且$\angle MF_2N=60°$，则双曲线的离心率为(　　)

A． $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　**B．3**　　**C．2**　　**D．** $\frac{\sqrt{7}}{2}$

8．偶函数$f(x)$关于点$(1,0)$对称，当$-1\leqslant x\leqslant 0$时，$f(x)=-x^2+1$，求$f(2020)=$（　　）

A． 2　　**B．** 0　　**C．** -1　　**D．** 1

9．若复数z满足$z=(2+i)(1-i)$（i 是虚数单位），则$|z|=$（　　）

A． $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　**B．** $\sqrt{10}$　　**C．** $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　**D．** $\sqrt{5}$

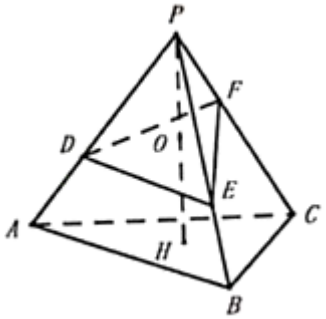
10．点O在ΔABC所在的平面内，$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=1$，$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}\ (\lambda,\mu\in\mathrm{R})$，且$4\lambda-\mu=2(\mu\neq 0)$，则$|\overrightarrow{BC}|=$（　　）

A． $\frac{7}{3}$　　**B．** $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　**C．** 7　　**D．** $\sqrt{7}$

11．阅读名著，品味人生，是中华民族的优良传统.学生李华计划在高一年级每周星期一至星期五的每天阅读半个小时中国四大名著：《红楼梦》、《三国演义》、《水浒传》及《西游记》，其中每天阅读一种，每种至少阅读一次，则每周不同的阅读计划共有（　　）

A．120 种　　**B．240 种**　　**C．480 种**　　**D．600 种**

12．如图，正四面体$P-ABC$的体积为V，底面积为S，O是高PH的中点，过O的平面α与棱PA、PB、PC分别交于D、E、F，设三棱锥$P-DEF$的体积为V_0，截面三角形DEF的面积为S_0，则（　　）



A．$V \le 8V_0$，$S \le 4S_0$　　**B**．$V \le 8V_0$，$S \ge 4S_0$

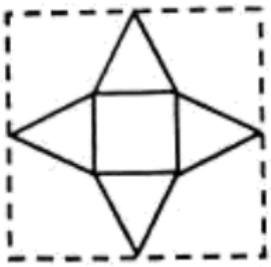
C．$V \ge 8V_0$，$S \le 4S_0$　　**D**．$V \ge 8V_0$，$S \ge 4S_0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．过直线 $4x+3y-10=0$ 上一点 P 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值是_____.

14．已知 x，y 满足不等式组 $\begin{cases} x \ge 0 \\ x+y-1 \ge 0 \\ x-3y-1 \le 0 \end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的取值范围为_____.

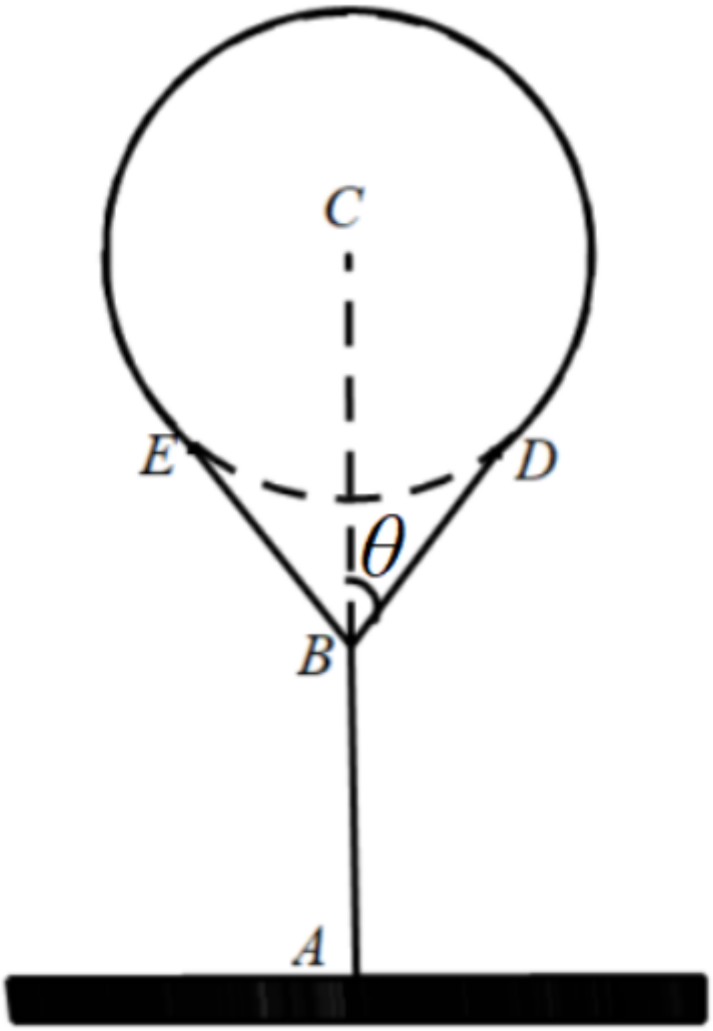
15．边长为 2 的正方形经裁剪后留下如图所示的实线围成的部分，将所留部分折成一个正四棱锥.当该棱锥的体积取得最大值时，其底面棱长为_____.



16．若函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2(x-2)(x>2) \\ f(x+4)(x \le 2) \end{cases}$，则 $f(-5)=$_____；$f(f(-5))=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，湖中有一个半径为1千米的圆形小岛，岸边点 A 与小岛圆心 C 相距 3 千米，为方便游人到小岛观光，从点 A 向小岛建三段栈道 AB，BD，BE，湖面上的点 B 在线段 AC 上，且 BD，BE 均与圆 C 相切，切点分别为 D，E，其中栈道 AB，BD，BE 和小岛在同一个平面上.沿圆 C 的优弧（圆 C 上实线部分）上再修建栈道 $\overset{\frown}{DE}$.记 $\angle CBD$ 为 θ.



(1) 用θ表示栈道的总长度$f(\theta)$，并确定$\sin\theta$的取值范围；

(2) 求当θ为何值时，栈道总长度最短.

18.（12 分）已知函数$f(x)=e^{ax}-x$（$a\in R$，e为自然对数的底数），$g(x)=\ln x+mx+1$.

（1）若$f(x)$有两个零点，求实数a的取值范围；

（2）当$a=1$时，$x\left[f(x)+x\right]\geq g(x)$对任意的$x\in(0,+\infty)$恒成立，求实数$m$的取值范围.

19.（12 分）设函数$f(x)=x^2-2x+2a\ln x(a\in R)$.

（Ⅰ）讨论函数$f(x)$的单调性；

（Ⅱ）若函数$f(x)$有两个极值点m,n，求证：$\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}>4mn-1$.

20.（12 分）已知函数$f(x)=e^x-ax^2$

（1）已知直线l：$x-y-1=0$，l_1：$2x-y-2=0$.若直线l_2与l_1关于l对称，又函数$f(x)$在$x=1$处的切线与l_2垂直，求实数a的值；

（2）若函数$g(x)=(e-2)x+1$，则当$x>0$，$a=1$时，求证：

①$f(x)\geq g(x)$；

②$e^x-ex-1\geq x(\ln x-1)$.

21.（12分）在平面直角坐标系xOy中，点$P(0,-1)$，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=tcos\alpha\\y=-1+tsin\alpha\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点为极点，以$x$轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho+\rho\cos2\theta=8sin\theta$.

（1）求曲线C的直角坐标方程；

（2）若直线l与曲线C相交于不同的两点A,B,M是线段AB的中点，当$|PM|=\frac{40}{9}$时，求$sin\alpha$的值.

22.（10分）对于正整数n，如果$k\left(k\in N^*\right)$个整数a_1，a_2，…，a_k满足$1\leq a_1\leq a_2\leq\ldots\leq a_k\leq n$，且$a_1+a_2+\ldots+a_k=n$，则称数组$\left(a_1，a_2，\ldots，a_k\right)$为$n$的一个“正整数分拆”.记$a_1$，$a_2$，…，$a_k$均为偶数的“正整数分拆”的个数为$f_n$，$a_1$，$a_2$，…，$a_k$均为奇数的“正整数分拆”的个数为$g_n$.

(Ⅰ)写出整数4的所有“正整数分拆”；

(Ⅱ)对于给定的整数$n\left(n\geq4\right)$，设$\left(a_1，a_2，\ldots，a_k\right)$是$n$的一个“正整数分拆”，且$a_1=2$，求$k$的最大值；

(Ⅲ)对所有的正整数n，证明：$f_n\leq g_n$；并求出使得等号成立的n的值.

(注:对于n的两个“正整数分拆”$\left(a_1，a_2，\ldots，a_k\right)$与$\left(b_1，b_2，\ldots，b_m\right)$，当且仅当$k=m$且$a_1=b_1$，$a_2=b_2$，…，$a_k=b_m$时，称这两个“正整数分拆”是相同的.)

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据抛物线的性质，设出直线方程，代入抛物线方程，求得 k 的值，设出双曲线方程，求得 $2a=|AF_2|-|AF_1|=(\sqrt{2}-1)p$，利用双曲线的离心率公式求得 e.

【详解】

直线 F_2A 的直线方程为：$y=kx-\frac{p}{2}$，$F_1(0,\frac{p}{2})$，$F_2(0,-\frac{p}{2})$，

代入抛物线 C：$x^2=2py$ 方程，整理得：$x^2-2pkx+p^2=0$，

$\therefore\Delta=4k^2p^2-4p^2=0$，解得：$k=\pm1$，

$\therefore A(p,\frac{p}{2})$，设双曲线方程为：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$，

$|AF_1|=p$，$|AF_2|=\sqrt{p^2+p^2}=\sqrt{2}p$，

$2a=|AF_2|-|AF_1|=(\sqrt{2}-1)p$，

$2c=p$，

$\therefore$离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$，

故选：D.

【点睛】

本题考查抛物线及双曲线的方程及简单性质，考查转化思想，考查计算能力，属于中档题.

2、A

【解析】

过 M 作 MP 与准线垂直，垂足为 P，利用抛物线的定义可得 $\left|\frac{MA}{MF}\right|=\left|\frac{MA}{MP}\right|=\frac{1}{\cos\angle AMP}=\frac{1}{\cos\angle MAF}$，要使 $\frac{|MA|}{|MF|}$ 最大，则 $\angle MAF$ 应最大，此时 AM 与抛物线 C 相切，再用判别式或导数计算即可.

【详解】

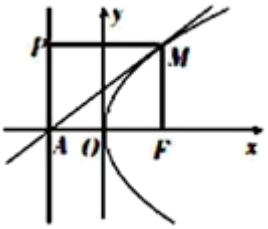
过 M 作 MP 与准线垂直，垂足为 P，$\left|\frac{MA}{MF}\right|=\left|\frac{MA}{MP}\right|=\frac{1}{\cos\angle AMP}=\frac{1}{\cos\angle MAF}$，

则当 $\frac{|MA|}{|MF|}$ 取得最大值时，$\angle MAF$ 最大，此时 AM 与抛物线 C 相切，

易知此时直线 AM 的斜率存在，设切线方程为 $y=k(x+1)$，

则$\begin{cases} y=k(x+1) \\ y^2=4x \end{cases}$.则$\Delta=16-16k^2=0$，$k^2=1$，$k=\pm1$，

则直线 AM 的方程为 $y=\pm(x+1)$.



故选：A.

【点睛】

本题考查直线与抛物线的位置关系，涉及到抛物线的定义，考查学生转化与化归的思想，是一道中档题.

3、D

【解析】

如图所示：过点 P 作 PN 垂直准线于 N，交 y 轴于 Q，则 $|PF|-1=|PN|-1=|PQ|$，设 $P(x,y)$，$x>0$，则 $\frac{|PM|^2}{|PF|-1}=x+\frac{4}{x}$，利用均值不等式得到答案.

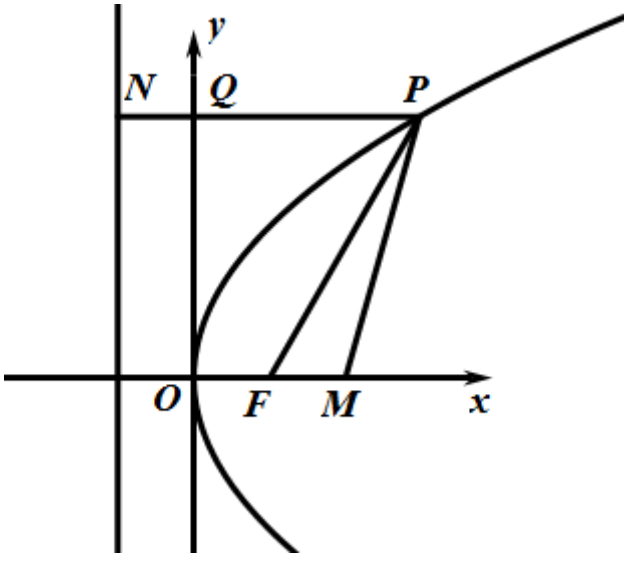
【详解】

如图所示：过点 P 作 PN 垂直准线于 N，交 y 轴于 Q，则 $|PF|-1=|PN|-1=|PQ|$，

设 $P(x,y)$，$x>0$，则 $\frac{|PM|^2}{|PF|-1}=\frac{|PM|^2}{|PQ|}=\frac{(x-2)^2+y^2}{x}=\frac{(x-2)^2+4x}{x}=x+\frac{4}{x}\geq 4$，

当 $x=\frac{4}{x}$，即 $x=2$ 时等号成立.

故选：D.



【点睛】

本题考查了抛物线中距离的最值问题，意在考查学生的计算能力和转化能力.

4、C

【解析】

利用指数函数和对数函数的单调性比较 a 、 b 、 c 三个数与1和2的大小关系，进而可得出 a 、 b 、 c 三个数的大小关系.

【详解】

对数函数 $y=\log_4 x$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，则 $1=\log_4 4<\log_4 15.9<\log_4 16=2$ ，即 $1<a<2$ ；

指数函数 $y=2^x$ 为 R 上的增函数，则 $b=2^{1.01}>2^1=2$ ；

指数函数 $y=0.4^x$ 为 R 上的减函数，则 $c=0.4^{0.1}<0.4^0=1$.

综上所述， $b>a>c$.

故选：C.

【点睛】

本题考查指数幂与对数式的大小比较，一般利用指数函数和对数函数的单调性结合中间值法来比较，考查推理能力，属于基础题.

5、C

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义结合对数的运算进行判断即可.

【详解】

∵a，b∈（1，+∞），

∴$a>b\Rightarrow\log_a b<1$，

$\log_a b<1\Rightarrow a>b$，

∴$a>b$ 是 $\log_a b<1$ 的充分必要条件，

故选 C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的解法是解决本题的关键.

6、A

【解析】

设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$ ，直线 PQ 的方程为 $x=\frac{b}{a}y-c$ ，联立方程得到 $y_1+y_2=\frac{2ab^3}{(b^2-a^2)c}$ ， $y_1y_2=\frac{a^2b^4}{(b^2-a^2)c^2}$ ，

根据向量关系化简到 $b^2=9a^2$ ，得到离心率.

【详解】

设$P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$，直线$PQ$的方程为$x=\dfrac{b}{a}y-c$.

联立$\begin{cases}x=\dfrac{b}{a}y-c,\\ \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1,\end{cases}$整理得$\left(b^4-a^4\right)y^2-2ab^3cy+a^2b^4=0$，

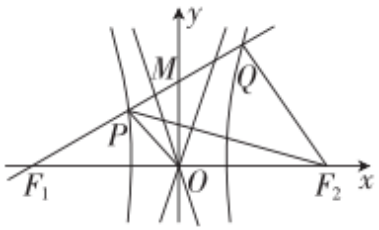
则$y_1+y_2=\dfrac{2ab^3}{\left(b^2-a^2\right)c},y_1y_2=\dfrac{a^2b^4}{\left(b^2-a^2\right)c^2}$.

因为$\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OF_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$，所以$P$为线段$QF_1$的中点，所以$y_2=2y_1$，

$\dfrac{\left(y_1+y_2\right)^2}{y_1\cdot y_2}=\dfrac{9}{2}=\dfrac{4a^2b^6\left(b^2-a^2\right)c^2}{\left(b^2-a^2\right)^2c^2a^2b^4}=\dfrac{4b^2}{\left(b^2-a^2\right)}$，整理得$b^2=9a^2$，

故该双曲线的离心率$e=\sqrt{10}$.

故选：A.



【点睛】

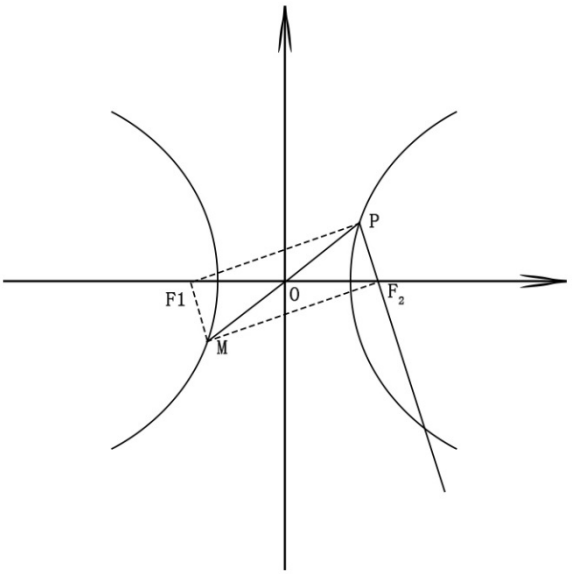
本题考查了双曲线的离心率，意在考查学生的计算能力和转化能力.

7、D

【解析】

本道题结合双曲线的性质以及余弦定理，建立关于 a 与 c 的等式，计算离心率，即可.

【详解】



结合题意，绘图，结合双曲线性质可以得到 **PO=MO**，而 $F_1O=F_2O$，结合四边形对角线平分，可得四边形 PF_1MF_2

为平行四边形，结合 $\angle MF_2N=60^0$，故 $\angle F_1MF_2=60^0$

对三角形 F_1MF_2 运用余弦定理，得到，$F_1M^2+F_2M^2-F_1F_2^{\ 2}=2\cdot MF_1\cdot MF_2\cdot\cos\angle F_1MF_2$

而结合 $\left|PF_1\right|=3\left|PF_2\right|$，可得 $\left|MF_1\right|=a,\left|MF_2\right|=3a$，$F_1F_2=2c$，代入上式子中，得到

$a^2+9a^2-4c^2=3a^2$，结合离心率满足 $e=\dfrac{c}{a}$，即可得出 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故选 **D**.

【点睛】

本道题考查了余弦定理以及双曲线的性质，难度偏难.

8、D

【解析】

推导出函数 $y=f\left(x\right)$ 是以 4 为周期的周期函数，由此可得出 $f\left(2020\right)=f\left(0\right)$，代值计算即可.

【详解】

由于偶函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(1,0\right)$ 对称，则 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，$f\left(2+x\right)+f\left(-x\right)=0$，

$\therefore f\left(x+2\right)=-f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，则 $f\left(x+4\right)=-f\left(x+2\right)=f\left(x\right)$，

所以，函数 $y=f\left(x\right)$ 是以 4 为周期的周期函数，

由于当 $-1\leqslant x\leqslant 0$ 时，$f\left(x\right)=-x^2+1$，则 $f\left(2020\right)=f\left(4\times505\right)=f\left(0\right)=1$.

故选：D.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/216023145225010210