# 华师一附中2024届高三数学独立作业（4）

**一、单选题（本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1.已知复数 $z$ 的共轭复数 $\overline{z}=\dfrac{2+i}{3-i}$，则复数 $z$ 在复平面内对应的点位于（ ）

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

2.已知全集 $U=\{x\mid x^2-9<0\}$，集合 $A=\{y\mid \frac{1}{y}$ 之 $1\}$，则 $C_U A=$（ ）

A. $[0,1]$　　B. $(-3,0]\cup[1,3)$　　C. $(-3,3)$　　D. $(-3,0]\cup(1,3)$

**3.**“碳达峰”是指二氧化碳的排放不在增长，达到峰值之后开始下降，而“碳中和”是指企业、团体或个人通过植树造林、节能减排等形式，抵消自身产生的二氧化碳排放量，实现二氧化碳“零排放”.某地区二氧化碳的排放量达到峰值 $a$（亿吨）后开始下降，其二氧化碳的排放量 $S$（亿吨）与时间 $t$（年）满足函数关系式 $S=ab^t$，若经过4年，该地区二氧化碳的排放量为 $\frac{3a}{4}$（亿吨）. 已知该地区通过植树造林、节能减排等形式抵消自身产生的二氧化碳的排放量为 $\frac{a}{3}$（亿吨），则该地区要实现“碳中和”，至少需要经过（　　）（参考数据：$\lg 2\sim 0.30, \lg 3\sim 0.48$）

A. 13年　　B. 14年　　C. 15年　　D.16年

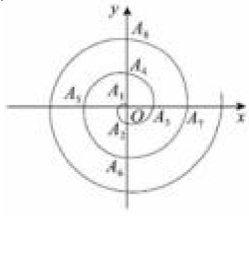
4.某旅游景区有如图所示 $A$ 至 $H$ 共 8 个停车位，现有 2 辆不同的白色车和 2 辆不同的黑色车，要求颜色相同的车不停在同一行也不停在同一列，则不同的停车方法总数为（　　）

$A.288$　　$B.336$　　$C.576$　　$D.1680$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **C** | **D** |
| **E** | **F** | **G** | **H** |

**5.**. 甲、乙两人各有一个袋子，且每人袋中均装有除颜色外其他完全相同的2个红球和2个白球，每人从各自袋中随机取出一个球，若2个球同色，则甲胜，且将取出的2个球全部放入甲的袋子；若2个球异色，则乙胜，且将取出的2个球全部放入乙的袋子中.则两次取球后甲的袋子中恰有6个球的概率是（ ）

A $\frac{7}{30}$　　B. $\frac{7}{15}$　　C. $\frac{7}{60}$　　D. $\frac{1}{20}$



6. 阿基米德螺旋线是一个点匀速离开一个固定点的同时又以固定的角速

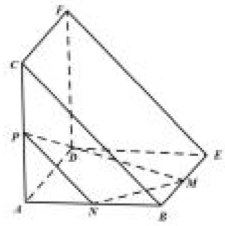
度绕该固定点转动而产生的轨迹。如图，在平面直角坐标系xoy中，螺旋

线与坐标轴依次交于点 $A_1(-1,0)$, $A_2(0,-2)$, $A_3(3,0)$, $A_4(0,4)$, $A_5(-5,0)$, $A_6(0,-6)$, $A_7(7,0)$, $A_8(0,8)$,并按这样的规律继续下去，若四边形 $A_nA_{n+1}A_{n+2}A_{n+3}$ 的面积为760，则$n$的值为（　　）

A. 18　　　B. 19　　　C. 21　　　D.22

7.在平面直角坐标系$xoy$ 中，已知过抛物线$y^2=4x$焦点$F$ 的直线与抛物线相交于$A,B$两点，以$AF,BF$为直径的圆分别与$x$轴交于异于$F$ 的$P,Q$两点，若$|PF|=2|FQ|$，则线段$|AB|$的长为（　）

A.$\frac{5}{2}$　　　B.$\frac{7}{2}$　　　C.$\frac{9}{2}$　　　D.$\frac{13}{2}$



8.已知三棱柱$ABC-DEF$，$DA,DE,DF$两两互相垂直，且$DA=DE=DF$，$M,N$分别是$BE,AB$边的中点,$P$是线段$AC$上任意一点，过三点$P,M,N$的平面与三校柱$ABC-DEF$的截面有以下几种可能:①三角形；②四边形；③五边形；④六边形.其中所有可能的编号是（　　）

A.①②　　　B.③④　　　C.①②③　　　D.②③④

**二、多选题(本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分)**

9.已知数据1：$x_1,x_2,\ldots,x_n$，数据2：$2x_1-1,2x_2-1,\ldots,2x_n-1$，则下列统计量中，数据2不是数据1的两倍的有（　　）

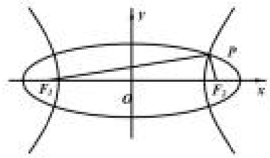
A. 平均数　　　B. 极差　　　C. 中位数　　　D. 标准差

10.2022年9月钱塘江多处出现罕见的潮景，“鱼鳞潮”的形成需要两段潮湖，一股是波状涌潮，另一股是破碎的涌潮，两者相遇交叉会形成像鱼鳞一样的涌潮.若波状涌潮的图像近似函数$f(x)=A\sin\omega(x+\varphi)(A,\omega\in N^*,|\varphi|<\frac{\pi}{3})$的图像，而破碎的涌潮的图像近似$f'(x)$（$f'(x)$是函数$f(x)$的导函数），已知当$x=2\pi$时，两潮有个交叉点，且破碎涌潮的波谷为$-4$，则（　　）

A. $\omega=2$　　　B. $f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

C. $f'(x-\frac{\pi}{4})$是偶函数　　　D. $f'(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$上单调

11.如图，$P$是椭圆$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$C_2:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1(m>0,n>0)$在第一象限的交点，且$C_1,C_2$共焦点$F_1,F_2$，$\angle F_1PF_2=\theta$，$C_1,C_2$的离心率分别为$e_1,e_2$，则


y
P
$F_1$
O
$F_2$
x

下列结论正确的是 ()

A. $|PF_1| = a + m, |PF_2| = a - m$

B.若$\theta = 60^\circ$，则$\frac{1}{e_1^2} + \frac{3}{e_2^2} = 4$

C.若$\theta = 90^\circ$，则$e_1^2 + e_2^2$的最小值为2

D. $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{n}{b}$

12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n \cdot e^{a_{n+1}} = e^{a_n} - 1$，且$a_1 = 1$，$S_n$是数列$\{a_n\}$的前$n$项和，则下列结论正确的是（ ）

A. $a_n > 0$　　B. $a_{n+1} > a_n$　　C. $a_{2021} + a_{2023} > 2a_{2022}$　　D. $S_{2023} > 2$

**三、填空题(本题共4小题，每小题5分，共20分)**

13.平面向量a，b的夹角为$60^\circ$，且$|a| = |b| = 2$，则a在b上的投影向量是________

14.已知$f(x) = \begin{cases} f(x+1), x < 4, \\ (\frac{1}{2})^x, x 之 4 \end{cases}$，则$f(\log_3 2) =$________

15.设$\{a_n\}$是公差为$d$的等差数列，$\{b_n\}$是公比为$q$的等比数列.已知数列$\{a_n + b_n\}$的前$n$项和$S_n = n^2 - n + 2^n - 1(n \in N^*)$，则$d + q$的值是________.

16.在$\Delta ABC$中，角$A, B, C$所对的边分别为$a, b, c$，若$a^2 + b^2 + 2c^2 = 8$，则$\Delta ABC$的面积的最大值为________.

**四、解答题(本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

17.将正奇数数列1，3，5，7，9，… 的各项按照上小下大，左小右大的原则写成如图的三角形数表，

1

3　5

7　9　11

13　15　17　19

（1）设表中每行最后一个数依次构成数列$\{a_n\}$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n = \frac{2^n(1-n)}{a_n + 1}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18.在$\Delta ABC$中，内角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$，已知$a+c=6$，

$(3-\cos A)\sin B=\sin A(1+\cos B)$.

（1）求边$b$的大小；

（2）求$\Delta ABC$的面积的最大值.

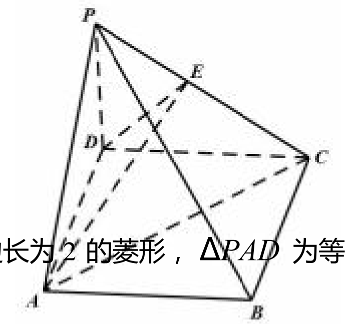
19.（12分）脂肪含量（单位：%）指的是脂肪重量占人体总重量的比例.某运动生理学家在对某项健身活动参与人群的脂肪含量调查中，采用样本量比例分配的分层随机抽样，如果不知道样本数据，只知道抽取了男性120位，其平均数和方差分别为14和6，抽取了女性90位，其平均数和方差分别为21和17.

（1）试由这些数据计算出总样本的均值与方差，并对该项健身活动的全体参与者的脂肪含量的均值与方差作出估计.（结果保留整数）

（2）假设全体参与者的脂肪含量为随机变量$X$，且$X\sim N(17,\sigma^2)$，其中$\sigma^2$近似为（1）中计算的总样本方差.现从全体参与者中随机抽取3位，求3位参与者的脂肪含量均小于12.2%的概率.

附：若随机变量$X$服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$，

$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545$，$\sqrt{22}\approx 4.7$，$\sqrt{23}\approx 4.8$，$0.15865^3\approx 0.004$.




20.（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为2的菱形，$\Delta PAD$为等边三角形，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$PB\perp BC$

（1）求点$A$到平面$PBC$的距离；

（2）$E$为线段$PC$上一点，若直线$AE$与平面$ABCD$所成角

的正弦值为$\frac{\sqrt{30}}{10}$，求平面 $ADE$ 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值.