青海省平安县第一高级中学2024届高考全国统考预测密卷数学试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

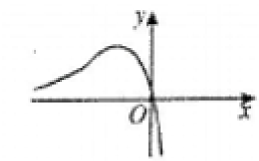
1．已知$\{a_n\}$为等差数列，若$a_2=2a_3+1$，$a_4=2a_3+7$，则$a_5=$(　　)

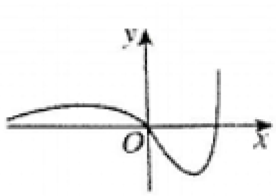
A．1　　**B．2**　　**C．3**　　**D．6**

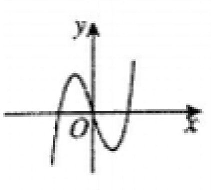
2．已知函数$f(x)=\frac{1}{3}ax^3+x^2(a>0)$．若存在实数$x_0\in(-1,0)$，且$x_0\neq-\frac{1}{2}$，使得$f(x_0)=f(-\frac{1}{2})$，则实数$a$的取值范围为（　　）

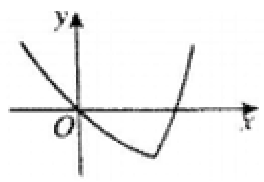
A．$(\frac{2}{3},5)$　　**B．**$(\frac{2}{3},3)\cup(3,5)$　　**C．**$(\frac{18}{7},6)$　　**D．**$(\frac{18}{7},4)\cup(4,6)$

3．当$a>0$时，函数$f\left(x\right)=\left(x^2-ax\right)e^x$的图象大致是（　　）

A．


B．


C．


D．


4．已知$a=\log_{12}13$,$b=\left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}$，$c=\log_{13}14$，则$a,b,c$的大小关系为（　　）

A． $a>b>c$　　**B．** $c>a>b$　　**C．** $b>c>a$　　**D．** $a>c>b$

5．设等比数列$\left\{a_n\right\}$的前项和为S_n，若$8a_{2019}+a_{2016}=0$，则$\frac{S_6}{S_3}$的值为（　　）

A． $\frac{3}{2}$　　**B．** $\frac{1}{2}$　　**C．** $\frac{7}{8}$　　**D．** $\frac{9}{8}$

6．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的实轴长为$2$，离心率为$2$，$F_1$、$F_2$分别为双曲线$C$的左、右焦点，点$P$在双曲线$C$上运动，若$\triangle F_1PF_2$为锐角三角形，则$\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|$的取值范围是（　　）

A. $\left(2\sqrt{7},8\right)$　　B. $\left(2\sqrt{5},7\right)$　　C. $\left(2\sqrt{5},8\right)$　　D. $\left(2\sqrt{7},7\right)$

7．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是3，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{2}$，则双曲线 C 的焦距为（　　）

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

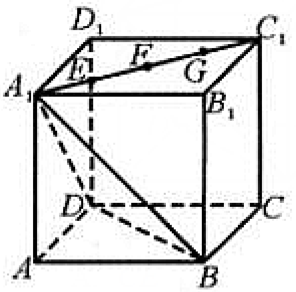
8．已知四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$是边长为2的正方形，$PA=\sqrt{5}$，E为PC的中点，则异面直线BE与PD所成角的余弦值为（　　）

A．$-\frac{\sqrt{13}}{39}$　　B．$\frac{\sqrt{13}}{39}$　　C．$-\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{5}$

9．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过点$F_1$的直线与椭圆交于$P$、$Q$两点.若$\Delta PF_2Q$的内切圆与线段$PF_2$在其中点处相切，与$PQ$相切于点$F_1$，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

10．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知E、F、G分别是线段A_1C_1上的点，且$A_1E=EF=FG=GC_1$.则下列直线与平面A_1BD平行的是（　　）



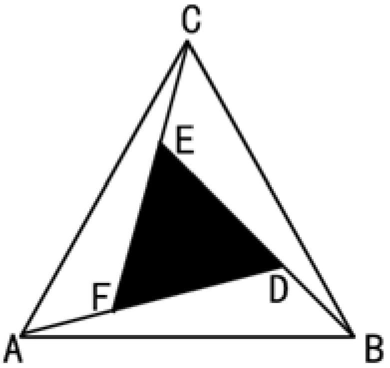
A．CE　　B．CF　　C．CG　　D．CC_1

11．已知$a>b>0$，椭圆C_1的方程$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线$C_2$的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_1$和$C_2$的离心率之积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$C_2$的渐近线方程为（　　）

A．$x\pm\sqrt{2}y=0$　　B．$\sqrt{2}x\pm y=0$　　C．$x\pm 2y=0$　　D．$2x\pm y=0$

12．

赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约在公元 **222** 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由 **4** 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的）.类比“赵爽弦图”.可类似地构造如下图所示的图形，它是由 **3** 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成一个大等边三角形.设 $DF=2AF=2$，若在大等边三角形中随机取一点，则此点取自小等边三角形（阴影部分）的概率是（　）



A． $\dfrac{4}{13}$　　**B．** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　**C．** $\dfrac{9}{26}$　　**D．** $\dfrac{3\sqrt{13}}{26}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$,则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值为_____.

14．已知 $x,y\in R$，i 为虚数单位，且 $(x-2)i-y=-1+i$，则 $x+y=$_____.

15．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-6\le 0\\ x-y+1\le 0\\ x\ldots 0\end{cases}$，则 $z=x^2+y^2$ 的最大值为________.

16．某公园划船收费标准如表：

船型	两人船（限乘 2 人）	四人船（限乘 4 人）	六人船（限乘 6 人）
每船租金（元/小时）	90	100	130

某班 **16** 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 **1** 小时，每只租船必须坐满，租船最低总费用为______元，租船的总费用共有_____种可能.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知动圆 Q 经过定点 $F(0,a)$，且与定直线 $l:y=-a$ 相切（其中 a 为常数，且 $a>0$）.记动圆圆心 Q 的轨迹为曲线 C.

（1）求 C 的方程，并说明 C 是什么曲线？

（2）设点 ***P*** 的坐标为 $\left(0,-a\right)$，过点 ***P*** 作曲线 ***C*** 的切线，切点为 ***A***，若过点 ***P*** 的直线 ***m*** 与曲线 ***C*** 交于 ***M***，***N*** 两点，则是否存在直线 ***m***，使得 $\angle AFM=\angle AFN$？若存在，求出直线 ***m*** 斜率的取值范围；若不存在，请说明理由.

18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^{x}-2x$.

（1）若曲线 $y=f\left(x\right)$ 的切线方程为 $y=ax+1$，求实数 a 的值；

（2）若函数 $\varphi\left(x\right)=mf\left(x\right)+2mx-x^{2}+3$ 在区间 $\left[-2,4\right]$ 上有两个零点，求实数 m 的取值范围.

19.（12 分）数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=$，$a_n+2a_{n+1}=0$，其前 **n** 项和为 S_n，数列 $\left\{\dfrac{b_n}{2n+1}\right\}$ 的前 **n** 项积为 $\dfrac{1}{2n+1}$.

（1）求 S_n 和数列 $\left\{b_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\dfrac{1}{\sqrt{b_n}\sqrt{b_{n+1}}\left(\sqrt{b_n}+\sqrt{b_{n+1}}\right)}$，求 $\left\{c_n\right\}$ 的前 **n** 项和 T_n，并证明：对任意的正整数 **m**、**k**，均有 $S_m>T_k$.

20.（12 分）为了整顿道路交通秩序，某地考虑将对行人闯红灯进行处罚.为了更好地了解市民的态度，在普通行人中随机选取了 **200** 人进行调查，当不处罚时，有 **80** 人会闯红灯，处罚时，得到如表数据：

处罚金额 x（单位：元）	**5**	**10**	**15**	**20**
会闯红灯的人数 y	**50**	**40**	**20**	**10**

若用表中数据所得频率代替概率.

（1）当罚金定为 **10** 元时，行人闯红灯的概率会比不进行处罚降低多少？

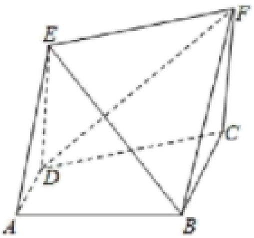
（2）将选取的 **200** 人中会闯红灯的市民分为两类：A 类市民在罚金不超过 **10** 元时就会改正行为；B 类是其他市民.现对 A 类与 B 类市民按分层抽样的方法抽取 **4** 人依次进行深度问卷，则前两位均为 B 类市民的概率是多少？

21.（12 分）已知 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为正项数列，其前 n 项和分别为 S_n，T_n，且 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$b_1=1$，$b_2=2$，当 $n\geq 2$，$n\in N^*$ 时，$S_{n-1}=1-2a_n$，$b_n=\dfrac{2(T_n^{\ 2}-T_{n-1}^2)}{b_{n+1}+b_{n-1}}-2T_{n-1}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\dfrac{(b_n+2)a_n}{b_n^{\ 2}+b_n}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 P_n.

22.（10 分）如图所示,直角梯形 $ABCD$ 中, $AD\parallel BC$, $AD\perp AB$, $AE=AB=BC=2AD=2$,四边形 $EDCF$ 为矩形, $CF=\sqrt{3}$.



（1）求证:平面 $ECF\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）在线段 DF 上是否存在点 P ,使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$,若存在,求出线段 BP 的长,若不存在,请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

利用等差数列的通项公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出 a_5 .

【详解】

$\because\{a_n\}$为等差数列， $a_2=2a_3+1,a_4=2a_3+7$，

$\therefore\begin{cases}a_1+d=2(a_1+2d)+1\\a_1+3d=2(a_1+2d)+7\end{cases}$，

解得 $a_1=-10$，$d=3$，

$\therefore a_5=a_1+4d=-10+11=1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列通项公式求法，考查等差数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

2、D

【解析】

首先对函数求导，利用导数的符号分析函数的单调性和函数的极值，根据题意，列出参数所满足的不等关系，求得结果.

【详解】

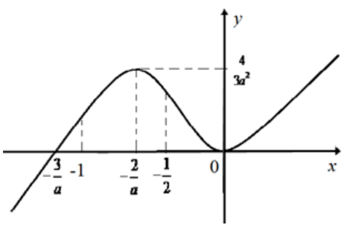
$f'(x)=ax^2+2x$，令 $f'(x)=0$，得 $x_1=0$， $x_2=-\dfrac{2}{a}$.

其单调性及极值情况如下：

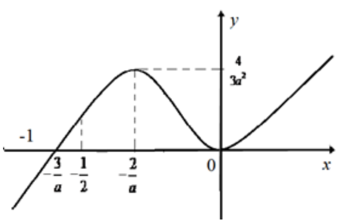
x	$\left(-\infty,-\dfrac{2}{a}\right)$	$-\dfrac{2}{a}$	$\left(-\dfrac{2}{a},0\right)$	**0**	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	+	**0**	_	**0**	+
$f(x)$	Z	极大值	]	极小值	Z

若存在 $x_0\in\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$，使得 $f(x_0)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，

则 $\begin{cases}-\dfrac{2}{a}<-\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{2}{a}>-1\\ f(-1)<f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$ （如图 1）或 $-\dfrac{3}{a}<-\dfrac{1}{2}<-\dfrac{2}{a}$ （如图 2）.



（图 1）



（图 2）

于是可得$a\in\left(\frac{18}{7},4\right)\cup\left(4,6\right)$，

故选：D.

【点睛】

该题考查的是有关根据函数值的关系求参数的取值范围的问题，涉及到的知识点有利用导数研究函数的单调性与极值，画出图象数形结合，属于较难题目.

3、B

【解析】

由 $f(x)=0$，解得 $x^2-ax=0$，即 $x=0$ 或 $x=a$，Q $a>0, \therefore$ 函数 $f(x)$ 有两个零点，$\therefore A,C$，不正确，设 $a=1$，

则 $f(x)=(x^2-x)e^x, \therefore f'(x)=(x^2+x-1)e^x$，由 $f'(x)=(x^2+x-1)e^x>0$，解得 $x>\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $x<\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$，

由 $f'(x)=(x^2-1)e^x<0$，解得：$-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，即 $x=-1$ 是函数的一个极大值点，$\therefore D$ 不成立，排除 D，故选 B.

【方法点睛】本题通过对多个图象的选择考察函数的解析式、定义域、值域、单调性，导数的应用以及数学化归思想，属于难题.这类题型也是近年高考常见的命题方向，该题型的特点是综合性较强较强、考查知识点较多，但是并不是无路可循.解答这类题型可以从多方面入手，根据函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、特殊点以及 $x\to 0^+, x\to 0^-, x\to +\infty, x\to -\infty$ 时函数图象的变化趋势，利用排除法，将不合题意选项一一排除.

4、D

【解析】

由指数函数的图像与性质易得 b 最小，利用作差法，结合对数换底公式及基本不等式的性质即可比较 a 和 c 的大小关系，进而得解.

【详解】

根据指数函数的图像与性质可知 $0<b=\left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}<1$，

由对数函数的图像与性质可知 $a=\log_{12}13>1$，$c=\log_{13}14>1$，所以 b 最小；

而由对数换底公式化简可得 $a-c=\log_{12}13-\log_{13}14$

$$=\frac{\lg 13}{\lg 12}-\frac{\lg 14}{\lg 13}$$

$$=\frac{\lg^2 13-\lg 12\cdot\lg 14}{\lg 12\cdot\lg 13}$$

由基本不等式可知 $\lg12\cdot\lg14<\left[\frac{1}{2}\left(\lg12+\lg14\right)\right]^2$，代入上式可得

$$\frac{\lg^2 13-\lg12\cdot\lg14}{\lg12\cdot\lg13}>\frac{\lg^2 13-\left[\frac{1}{2}\left(\lg12+\lg14\right)\right]^2}{\lg12\cdot\lg13}$$

$$=\frac{\lg^2 13-\left(\frac{1}{2}\lg168\right)^2}{\lg12\cdot\lg13}$$

$$=\frac{\left(\lg13+\frac{1}{2}\lg168\right)\cdot\left(\lg13-\frac{1}{2}\lg168\right)}{\lg12\cdot\lg13}$$

$$=\frac{\left(\lg13+\lg\sqrt{168}\right)\cdot\left(\lg13-\lg\sqrt{168}\right)}{\lg12\cdot\lg13}>0$$

所以 $a>c$，

综上可知 $a>c>b$，

故选：**D.**

【点睛】

本题考查了指数式与对数式的化简变形，对数换底公式及基本不等式的简单应用，作差法比较大小，属于中档题.

5、**C**

【解析】

求得等比数列 $\{a_n\}$ 的公比，然后利用等比数列的求和公式可求得 $\frac{S_6}{S_3}$ 的值.

【详解】

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，Q $8a_{2019}+a_{2016}=0$，$\therefore q^3=\frac{a_{2019}}{a_{2016}}=-\frac{1}{8}$，$\therefore q=-\frac{1}{2}$，

因此，$\frac{S_6}{S_3}=\frac{1-q^6}{1-q^3}=1+q^3=\frac{7}{8}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，解答的关键就是求出等比数列的公比，考查计算能力，属于基础题.

6、**A**

【解析】

由已知先确定出双曲线方程为$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，再分别找到$\triangle F_1PF_2$为直角三角形的两种情况，最后再结合

$|PF_1|-|PF_2|=2$即可解决.

【详解】

由已知可得$2a=2$，$\dfrac{c}{a}=2$，所以$a=1,c=2,b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}$，从而双曲线方程为

$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，不妨设点P在双曲线C右支上运动，则$|PF_1|-|PF_2|=2$，当$|PF_1|\perp|PF_2|$时，

此时$|PF_1|^2+|PF_2|^2=16=(|PF_1|-|PF_2|)^2+2\,|PF_1||PF_2|$，所以$|PF_1||PF_2|=6$，

$(|PF_1|+|PF_2|)^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2+2\,|PF_1||PF_2|=28$，所以$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{7}$；

当$|PF_2|\perp x$轴时，$|PF_1|^2=|PF_2|^2+16$，所以$|PF_1|+|PF_2|=\dfrac{16}{2}=8$，又$\triangle F_1PF_2$为锐角三

角形，所以$|PF_1|+|PF_2|\in\left(2\sqrt{7},8\right)$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的性质及其应用，本题的关键是找到$\triangle F_1PF_2$为锐角三角形的临界情况，即$\triangle F_1PF_2$为直角三角形，是一道中档题.

7、**A**

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得b，然后根据$b^2=c^2-a^2,e=\dfrac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$

取右焦点$F\left(c,0\right)$，一条渐近线$l:bx-ay=0$

则点F到l的距离为$\dfrac{|bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由$b^2+a^2=c^2$

所以$b=\sqrt{2}$，则$c^2-a^2=2$

又$\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以$c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线渐近线方程，以及a,b,c,e之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为b，属基础题.

8、**B**

【解析】

由题意建立空间直角坐标系，表示出各点坐标后，利用$\cos\left\langle\overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{PD}}{\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PD}\right|}$即可得解.

【详解】

$\because PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$是边长为**2**的正方形，

$\therefore$如图建立空间直角坐标系，由题意：

$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$P\left(0,0,\sqrt{5}\right)$，$D(0,2,0)$，

$\because E$为PC的中点，$\therefore E\left(1,1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

$\therefore\overrightarrow{BE}=\left(-1,1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$，$\overrightarrow{PD}=\left(0,2,-\sqrt{5}\right)$，

$\therefore\cos\left\langle\overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{PD}}{\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PD}\right|}=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2}\cdot 3}=-\frac{\sqrt{13}}{39}$，

$\therefore$异面直线BE与PD所成角的余弦值为$\left|\cos\left\langle\overrightarrow{BE},\overrightarrow{PD}\right\rangle\right|$即为$\frac{\sqrt{13}}{39}$.

故选：B.