

三角函数的图象与性质

考纲原文

- (1) 能画出 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$ 的图象, 了解三角函数的周期性.
- (2) 理解正弦函数、余弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质 (如单调性、最大值和最小值以及与 x 轴的交点等), 理解正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内的单调性.
- (3) 了解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的物理意义; 能画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象, 了解参数 A, ω, φ 对函数图象变化的影响.
- (4) 了解三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型, 会用三角函数解决一些简单实际问题.



一、正弦函数 $y = \sin x$, 余弦函数 $y = \cos x$, 正切函数 $y = \tan x$ 的图象与性质

函数	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$
图象			
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\left\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
值域	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$\mathbf{R}$

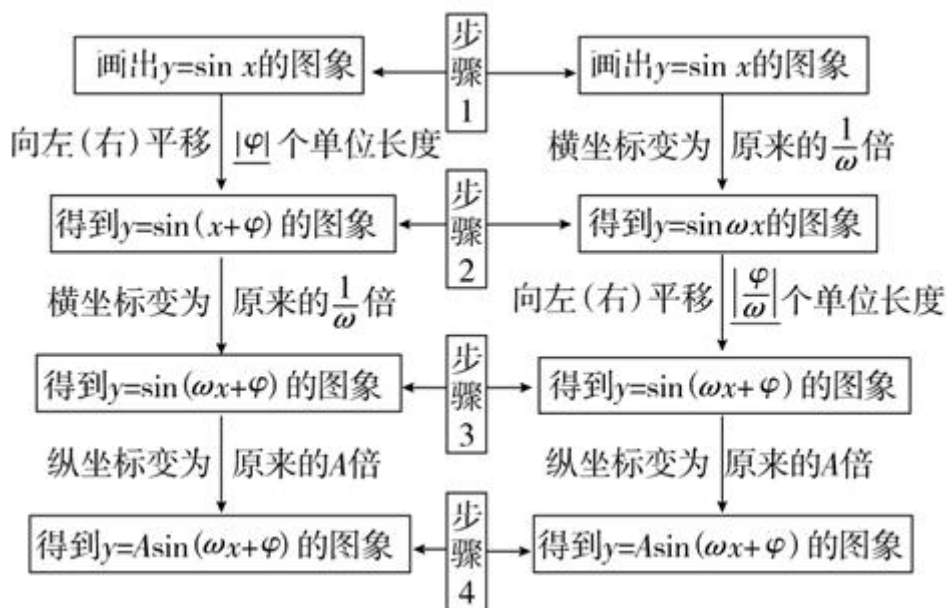
最 值	当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 时, $y_{\max} = 1$; 当 $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 时, $y_{\min} = -1$.	当 $x = 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, $y_{\max} = 1$; 当 $x = 2k\pi + \pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, $y_{\min} = -1$.	既无最大值, 也无最小值
周 期 性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π	最小正周期为 π
奇 偶 性	$\sin(-x) = -\sin x$, 奇函数	$\cos(-x) = \cos x$, 偶函数	$\tan(-x) = -\tan x$, 奇函数
单 调 性	在 $[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}] (k \in \mathbf{Z})$ 上是增函数; 在 $[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}] (k \in \mathbf{Z})$ 上是减函数.	在 $[2k\pi - \pi, 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 上是 增函数; 在 $[2k\pi, 2k\pi + \pi] (k \in \mathbf{Z})$ 上 是减函数.	在 $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}) (k \in \mathbf{Z})$ 上是增函数.
对 称 性	对称中心 $(k\pi, 0) (k \in \mathbf{Z})$; 对称轴 $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 既是中心对称图形又是轴对称 图形.	对称中心 $(k\pi + \frac{\pi}{2}, 0) (k \in \mathbf{Z})$; 对称轴 $x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 既是中心对称图形又是轴对称 图形.	对称中心 $(\frac{k\pi}{2}, 0) (k \in \mathbf{Z})$; 无对称轴, 是中心对称图形但不是轴对 称图形.

二、函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质

1. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象的画法

(1) 变换作图法

由函数 $y = \sin x$ 的图象通过变换得到 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图象, 有两种主要途径: “先平移后伸缩”与“先伸缩后平移”. 如下图.



(2) 五点作图法

找五个关键点，分别为使 y 取得最小值、最大值的点和曲线与 x 轴的交点.其步骤为：

①先确定最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 在一个周期内作出图象；

②令 $X = \omega x + \varphi$, 令 X 分别取 $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$, 求出对应的 x 值，列表如下：

$X = \omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\frac{\pi}{2} - \varphi}{\omega}$	$\frac{\pi - \varphi}{\omega}$	$\frac{\frac{3\pi}{2} - \varphi}{\omega}$	$\frac{2\pi - \varphi}{\omega}$
$y = A \sin(\omega x + \varphi)$	0	A	0	$-A$	0

由此可得五个关键点；

③描点画图，再利用函数的周期性把所得简图向左右分别扩展，从而得到 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的简图.

2. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的性质

(1) 奇偶性： $\varphi = k\pi$ 时，函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 为奇函数； $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$ 时，函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 为偶函数.

(2) 周期性： $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 存在周期性，其最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

(3) 单调性：根据 $y = \sin t$ 和 $t = \omega x + \varphi$ 的单调性来研究，由 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \omega x + \varphi \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 得单调

增区间；由 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \omega x + \varphi \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 得单调减区间.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/216232204005011014>