2023-2024学年福建省建瓯市芝华中学高三年级七校联考数学试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=60°$，则$|\vec{a}+t\vec{b}|$的取值范围是

A．$\left[\sqrt{2},+\infty\right)$　　B．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$

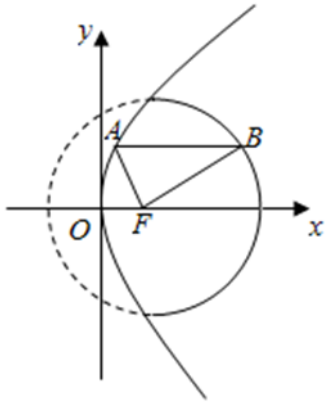
C．$\left[\sqrt{2},6\right]$　　D．$\left[\sqrt{3},6\right]$

2．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\frac{1}{2}$（$a>0$，$b>0$）的焦点相同，则双曲线渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$

C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\sqrt{2}x$

3．如图所示点F是抛物线$y^2=8x$的焦点，点A、B分别在抛物线$y^2=8x$及圆$x^2+y^2-4x-12=0$的实线部分上运动，且AB总是平行于x轴，则ΔFAB的周长的取值范围是（　　）



A．$(6,10)$　　B．$(8,12)$　　C．**[6,8]**　　D．$[8,12]$

4．已知抛物线$y^2=2px(p>0)$经过点$M\left(2,2\sqrt{2}\right)$，焦点为$F$，则直线$MF$的斜率为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$-2\sqrt{2}$

5．已知复数z满足$(1-i)z=4i$，则$|z|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．4　　D．3

6．将函数$y=2\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)-1$的图像向左平移$m(m>0)$个单位长度后，得到的图像关于坐标原点对称，则$m$的最小值为（　　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

7．□□□□中，如果□□cos□ = □□sin□ − □□sin□ = −□□2，则□□□□的形状是（ ）

A．等边三角形　　B．直角三角形　　C．等腰三角形　　D．等腰直角三角形

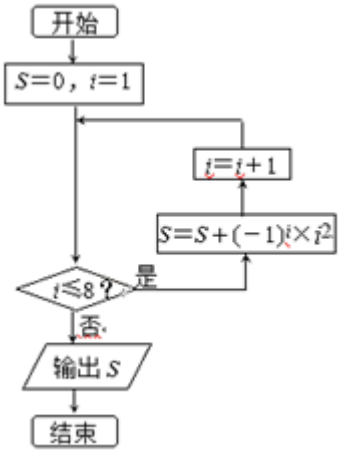
8．设x_1,x_2为$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$的两个零点，且$|x_1-x_2|$的最小值为1，则$\omega=$（　　）

A．π　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

9．已知复数$z=\frac{5}{3+4i}$，则复数z的虚部为（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{4}{5}$　　C．$\frac{4}{5}i$　　D．$-\frac{4}{5}i$

10．执行如下的程序框图，则输出的S是（　　）



A．36　　B．45

C．−36　　D．−45

11．若集合$A=\{x|-1\le x\le 0\}$，$B=\left\{x\left|\frac{x}{x-1}<0\right.\right\}$，则$A\cup B=$（　　）

A．$[-1,1)$　　B．$(-1,1]$　　C．$(-1,1)$　　D．$[-1,1]$

12．若平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，满足$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=4,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=4,|\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$，则$|\vec{c}-\vec{b}|$的最大值为（　　）

A．$5\sqrt{2}+\sqrt{3}$　　B．$5\sqrt{2}-\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{13}+\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{13}-\sqrt{3}$

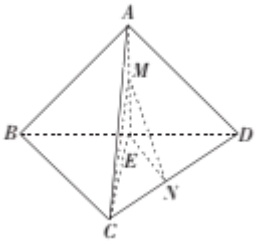
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某城市为了解该市甲、乙两个旅游景点的游客数量情况，随机抽取了这两个景点 20 天的游客人数，得到如下茎叶图：

甲		乙
3 2	60	3 4 7
8 6 4 2	61	1 2 5
9 8 7 3 3 0	62	1 2 4 4 6 7
5 4 3 2 1	63	3 5 6 7 9
8 7 4	64	2 4 6

由此可估计，全年（按 360 天计算）中，游客人数在 $(625,635)$ 内时，甲景点比乙景点多_____天.

14．如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，点 E 在 BD 上，$EA=EB=EC=ED$，$BD=\sqrt{2}CD$，$\triangle ACD$ 为正三角形，点 M，N 分别在 AE，CD 上运动（不含端点），且 $AM=CN$，则当四面体 $C-EMN$ 的体积取得最大值 $\frac{2}{3}$ 时，三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为_____.

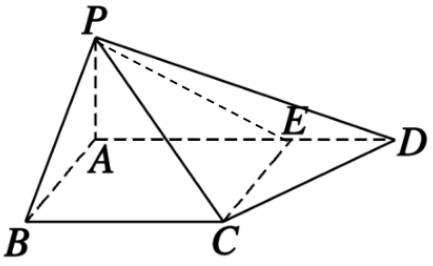


15．设实数 $a>0$，若函数 $f(x)=\begin{cases} a\ln x-x^2 & (x>0) \\ x+\dfrac{1}{x}+a+2 & (x<0) \end{cases}$ 的最大值为 $f(-1)$，则实数 a 的最大值为_____.

16．已知 $(1+2x)^n$ 的展开式中含有 x^2 的项的系数是 60，则展开式中各项系数和为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AB\perp AD$，点 E 在线段 AD 上，且 $CE//AB$.



（1）求证：$CE\perp$ 平面 PAD；

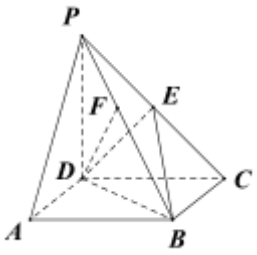
（2）若 $PA=AB=1$，$AD=3$，$CD=\sqrt{2}$，$\angle CDA=45°$，求二面角 $P-CE-B$ 的正弦值.

18．（12 分）在平面直角坐标系 xoy 中，曲线 C 的方程为 $x^2-2x+y^2=0$.以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in R)$.

（1）写出曲线 C 的极坐标方程，并求出直线 l 与曲线 C 的交点 M，N 的极坐标；

（2）设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上的动点，求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，E 是棱 PC 上的一点，满足 $PA//$ 平面 BDE.



（Ⅰ）证明：$PE=EC$；

（Ⅱ）设 $PD=AD=BD=1$，$AB=\sqrt{2}$，若 F 为棱 PB 上一点，使得直线 DF 与平面 BDE 所成角的大小为 30°，求 $PF:FB$ 的值.

20.（12 分）在等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=1$，$a_4=\frac{1}{8}$.设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $b_1=-1$，$a_n+b_n=-\frac{1}{2}S_{n-1}$（$n\geq 2$，$n\in\mathbf{N}^*$）.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）证明：数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 是等差数列；

（3）是否存在等差数列 $\{c_n\}$，使得对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $S_n\leq c_n\leq a_n$？若存在，求出所有符合题意的等差数列 $\{c_n\}$；若不存在，请说明理由.

21.（12 分）在① $A_5=B_3$，② $\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}=\frac{4}{B_2}$，③ $B_5=35$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并解答.

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d(d>0)$，等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 $2d$.设 A_n,B_n 分别是数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的前 n 项和，且 $b_1=3,A_2=3$，_____，

（1）求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=2^{a_n}+\frac{3}{b_nb_{n+1}}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

22.（10 分）已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n>0,a_1=4,\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}=\frac{2}{a_4}$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=\dfrac{1}{\log_2 a_n\cdot\log_2 a_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$前$n$项的和.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由模长公式求解即可.

【详解】

$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+t\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}t+t^2\vec{b}^2}=\sqrt{4+2t+t^2}=\sqrt{(t+1)^2+3}\geq\sqrt{3}$，

当$t=-1$时取等号，所以本题答案为B.

【点睛】

本题考查向量的数量积，考查模长公式，准确计算是关键，是基础题.

2、A

【解析】

由题意可得$2a^2-2b^2=a^2+b^2$，即$a^2=3b^2$，代入双曲线的渐近线方程可得答案.

【详解】

依题意椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\dfrac{1}{2}(a>0,b>0)$即$\dfrac{x^2}{\frac{a^2}{2}}-\dfrac{y^2}{\frac{b^2}{2}}=1(a>0,b>0)$的焦点相同，可得

$a^2-b^2=\dfrac{1}{2}a^2+\dfrac{1}{2}b^2$，

即$a^2=3b^2$，$\therefore\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，可得$\dfrac{\frac{b}{\sqrt{2}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

双曲线的渐近线方程为：$y=\pm\frac{\frac{b}{\sqrt{2}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}}x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

故选：A.

【点睛】

本题考查椭圆和双曲线的方程和性质，考查渐近线方程的求法，考查方程思想和运算能力，属于基础题.

3、B

【解析】

根据抛物线方程求得焦点坐标和准线方程，结合定义表示出$|AF|$；根据抛物线与圆的位置关系和特点，求得B点横坐标的取值范围，即可由ΔFAB的周长求得其范围.

【详解】

抛物线$y^2=8x$，则焦点$F(2,0)$，准线方程为$x=-2$，

根据抛物线定义可得$|AF|=x_A+2$，

圆$(x-2)^2+y^2=16$，圆心为$(2,0)$，半径为4，

点A、B分别在抛物线$y^2=8x$及圆$x^2+y^2-4x-12=0$的实线部分上运动，解得交点横坐标为2.

点A、B分别在两个曲线上，AB总是平行于x轴，因而两点不能重合，不能在x轴上，则由圆心和半径可知$x_B\in(2,6)$，

则ΔFAB的周长为$|AF|+|AB|+|BF|=x_A+2+x_B-x_A+4=6+x_B$，

所以$6+x_B\in(8,12)$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了抛物线定义、方程及几何性质的简单应用，圆的几何性质应用，属于中档题.

4、A

【解析】

先求出p，再求焦点F坐标，最后求MF的斜率

【详解】

解：抛物线$y^2=2px(p>0)$经过点$M(2,2\sqrt{2})$

$\left(2\sqrt{2}\right)^2=2p\times 2$，$p=2$，

$F\left(1,0\right)$，$k_{MF}=2\sqrt{2}$，

故选：A

【点睛】

考查抛物线的基础知识及斜率的运算公式，基础题.

5、A

【解析】

由复数除法求出z，再由模的定义计算出模.

【详解】

$z=\dfrac{4i}{1-i}=\dfrac{4i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-2+2i,|z|=2\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的除法法则，考查复数模的运算，属于基础题.

6、B

【解析】

由余弦的二倍角公式化简函数为$y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，要想在括号内构造$\dfrac{\pi}{2}$变为正弦函数，至少需要向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度，即为答案.

【详解】

由题可知，$y=2\cos^2\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right)-1=\cos\left[2\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right)\right]=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$对其向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度后，

$y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin x$，其图像关于坐标原点对称

故m的最小值为$\dfrac{\pi}{4}$

故选：B

【点睛】

本题考查三角函数图象性质与平移变换，还考查了余弦的二倍角公式逆运用，属于简单题.

7、B

【解析】

化简得 $lg\cos A=lg\frac{\sin B}{\sin A}=-lg2$，即 $\cos B=\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{1}{2}$，结合 $0<B<\pi$，可求 $B=\frac{\pi}{3}$，得 $B+C=\frac{2\pi}{3}$ 代入 $\sin C=\sin B$，从而可求 C，B，进而可判断.

【详解】

由 $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=-\sin 2C$，可得 $lg\cos A=lg\frac{\sin B}{\sin A}=-lg2$，∴ $\cos B=\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{1}{2}$，

∵$0<B<\pi$，∴ $B=\frac{\pi}{3}$，$B+C=\frac{2\pi}{3}$，∴$\sin C=\sin B=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-C\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\cos C+\frac{1}{4}\sin C$，∴$\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$C=\frac{\pi}{6}$，$B=\frac{\pi}{2}$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查了对数的运算性质的应用，两角差的正弦公式的应用，解题的关键是灵活利用基本公式，属于基础题.

8、A

【解析】

先化简已知得 $f(x)=2\sin(wx-\frac{\pi}{6})$,再根据题意得出 f（x）的最小值正周期 T 为 1×2，再求出 ω 的值.

【详解】

由题得 $f(x)=2\sin(wx-\frac{\pi}{6})$,

设 x_1，x_2 为 f（x）=2sin（ωx− $\frac{\pi}{6}$）（ω>0）的两个零点，且 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 1，

∴$\frac{T}{2}$=1，解得 T=2；

∴$\frac{2\pi}{\omega}$=2，

解得 ω=π.

故选 A.

【点睛】

本题考查了三角恒等变换和三角函数的图象与性质的应用问题，是基础题.

9、B

【解析】

利用复数的运算法则、虚部的定义即可得出

【详解】

$z=\dfrac{5}{3+4i}=\dfrac{5(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$，

则复数 z 的虚部为 $-\dfrac{4}{5}$.

故选：*B*.

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、虚部的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

10、A

【解析】

列出每一步算法循环，可得出输出结果 S 的值.

【详解】

$i=1\le 8$ 满足，执行第一次循环，$S=0+(-1)^1\times 1^2=-1$，$i=1+1=2$；

$i=2\le 8$ 成立，执行第二次循环，$S=-1+(-1)^2\times 2^2=3$，$i=2+1=3$；

$i=3\le 8$ 成立，执行第三次循环，$S=3+(-1)^3\times 3^2=-6$，$i=3+1=4$；

$i=4\le 8$ 成立，执行第四次循环，$S=-6+(-1)^4\times 4^2=10$，$i=4+1=5$；

$i=5\le 8$ 成立，执行第五次循环，$S=10+(-1)^5\times 5^2=-15$，$i=5+1=6$；

$i=6\le 8$ 成立，执行第六次循环，$S=-15+(-1)^6\times 6^2=21$，$i=6+1=7$；

$i=7\le 8$ 成立，执行第七次循环，$S=21+(-1)^7\times 7^2=-28$，$i=7+1=8$；

$i=8\le 8$ 成立，执行第八次循环，$S=-28+(-1)^8\times 8^2=36$，$i=8+1=9$；

$i=9\le 8$ 不成立，跳出循环体，输出 S 的值为 36，故选：A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图的计算，解题时要根据算法框图计算出算法的每一步，考查分析问题和计算能力，属于中等题.

11、A

【解析】

用转化的思想求出 B 中不等式的解集，再利用并集的定义求解即可.

【详解】

解：由集合 $B=\left\{x\left|\dfrac{x}{x-1}<0\right.\right\}$，解得 $B=\{x\,|\,0<x<1\}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/217033200155006141