

专题 01 平面图形的认识（二）

（培优必刷 50 题 19 种题型专项训练）

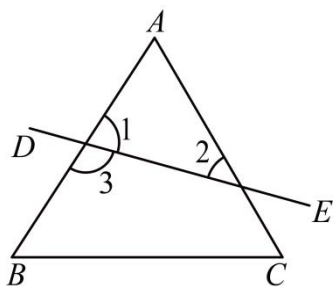


- 三线八角模型
- 平行线的判定
- 利用平行线的性质求解
- 补全推理依据进行平行线的证明
- 平行线的性质在实际生活中的应用
- 根据平行线的性质与判定求角度
- 根据平行线的性质与判定进行证明
- 平行线之间的距离
- 三角形的稳定性
- 确定三角形第三边的取值范围
- 已知三角形的高、中线、角平分线，判断式子正误
- 三角形高与面积的有关计算
- 根据三角形的中线求长度、面积
- 三角形高、中线、角平分线的综合计算
- 利用平移的性质求解
- 作图题
- 三角形内角和、外角和的有关计算
- 与多边形对角线有关的计算
- 多边形的内角和、外角和的有关计算



一. 三线八角模型（共 3 小题）

1. （23-24 七年级下·山西大同·开学考试）如图，下列说法错误的是（ ）



A. $\angle A$ 与 $\angle 3$ 是同位角

B. $\angle A$ 与 $\angle B$ 是同旁内角

C. $\angle A$ 与 $\angle C$ 是内错角

D. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角

【答案】C

【分析】本题考查同位角、内错角、同旁内角，根据同位角、内错角、同旁内角的定义，结合图形进行判断即可.

【详解】解：A、 $\angle A$ 与 $\angle 3$ 是同位角，原说法正确，故本选项错误；

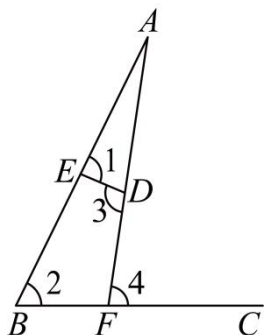
B、 $\angle A$ 与 $\angle B$ 是同旁内角，原说法正确，故本选项错误；

C、 $\angle A$ 与 $\angle C$ 不是内错角，原说法错误，故本选项正确；

D、 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角，原说法正确，故本选项错误；

故选：C.

2. (23-24 七年级下·全国·课后作业) 根据图形填空：



(1) 若 ED , BC 被 AB 所截, 则 $\angle 1$ 和_____是同位角;

(2) 若 ED , BC 被 AF 所截, 则 $\angle 3$ 和_____是内错角;

(3) $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是 AB , AF 被_____所截形成的内错角;

(4) $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是 AB , _____被 BC 所截形成的_____角.

【答案】 $\angle 2$ $\angle 4$ ED AF 同位

【分析】

本题考查同位角，内错角，同旁内角判断，根据同位角，内错角，同旁内角定义逐个判断即可得到答案；

【详解】解：由题意可得，

若 ED , BC 被 AB 所截, 则 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角,

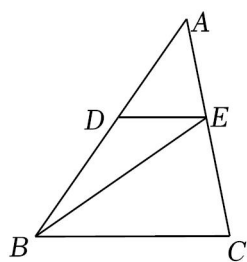
若 ED , BC 被 AF 所截, 则 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是内错角,

$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是 AB , AF 被 ED 所截形成的内错角,

$\angle 2$ 和 $\angle 4$ 是 AB , AF 被 BC 所截形成的同位角,

故答案为: $\angle 2$, $\angle 4$, ED , AF , 同位.

3. (2024 七年级下·浙江·专题练习) 如图所示,



(1) $\angle AED$ 和 $\angle ACB$ 是____、____被____所截得的____角.

(2) $\angle DEB$ 和 $\angle$ ____是 DE 、 BC 被____所截得的内错角.

(3) $\angle$ ____和 $\angle$ ____是 DE 、 BC 被 AC 所截而成的同旁内角.

(4) $\angle$ ____和 $\angle$ ____是 AB 、 AC 被 BE 所截得的内错角.

【答案】 (1) DE ; CB ; AC ; 同位

(2) EBC ; BE

(3) DEC ; ECB

(4) ABE ; BEC

【分析】 本题考查了同位角, 内错角, 同旁内角, 熟练掌握同位角, 内错角, 同旁内角的特征是解题的关键.

(1) 根据同位角的特征, 即可解答;

(2) 根据内错角的特征, 即可解答;

(3) 根据同旁内角的特征, 即可解答;

(4) 根据内错角的特征, 即可解答.

【详解】 (1) 解: $\angle AED$ 和 $\angle ACB$ 是 DE 、 CB 被 AC 所截得的同位角,

故答案为: DE ; CB ; AC ; 同位;

(2) 解: $\angle DEB$ 和 $\angle EBC$ 是 DE 、 BC 被 BE 所截得的内错角,

故答案为: EBC ; BE ;

(3) 解: $\angle DEC$ 和 $\angle ECB$ 是 DE 、 BC 被 AC 所截而成的同旁内角,

故答案为: DEC ; ECB ;

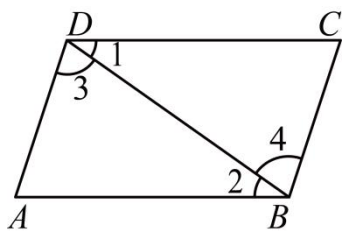
(4) 解: $\angle ABE$ 和 $\angle BEC$ 是 AB 、 AC 被 BE 所截得的内错角,

故答案为: ABE ; BEC .

二. 平行线的判定 (共 3 小题)

4. (21-22 七年级下·河南郑州·阶段练习) 如图所示, 以下四种结论: ①若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $AB \parallel CD$; ②若 $\angle 1 = \angle 2$,

则 $AD \parallel BC$ ；③若 $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $AB \parallel CD$ ；④若 $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $AD \parallel BC$ ，其中正确的是（ ）



- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③

【答案】C

【分析】本题主要考查了平行线的判定，平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系，根据内错角相等，两直线平行进行判断即可。

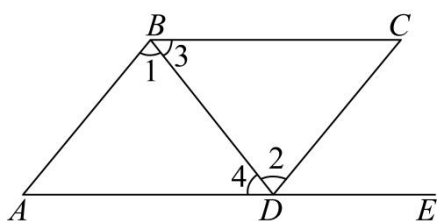
【详解】若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $AB \parallel CD$ ；故①正确，②错误；

若 $\angle 3 = \angle 4$ ，则 $AD \parallel BC$ ；故④正确，③错误；

综上所述，其中正确的是①④。

故选：C。

5. (21-22 七年级下·四川德阳·阶段练习) 如图，点E在AD的延长线上，给出下列条件：



(1) $\angle 1 = \angle 2$ ；(2) $\angle 3 = \angle 4$ ；(3) $\angle A = \angle CDE$ ；(4) $\angle CDE = \angle C$ ；(5) $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ ；(6) $\angle A + \angle ADC = 180^\circ$ ；

能判出 $AB \parallel CD$ 的条件有（ ）

- A. (1) (3) (6) B. (1) (4) C. (2) (5) D. (2) (4) (5)

【答案】A

【分析】本题考查平行线的知识，解题的关键是掌握平行线的判定，即可。

【详解】 $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ （内错角相等，两直线平行），符合题意；

$\because \angle 3 = \angle 4$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行），不符合题意；

$\because \angle CDE = \angle C$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行），不符合题意；

$\because \angle A = \angle CDE,$

$\therefore AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行), 符合题意,

$\because \angle A + \angle ABC = 180^\circ,$

$\therefore AD \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行), 不符合题意,

$\because \angle A + \angle ADC = 180^\circ,$

$\therefore AB \parallel CD$ (同旁内角互补, 两直线平行), 符合题意,

综上所述, 能判定 $AB \parallel CD$ 的条件有: (1) (3) (6).

故选: A.

6. (23-24 九年级下·河北石家庄·开学考试) 老师在黑板上画出如图所示的图形, 要求学生添加条件, 使得 $AB \parallel CD$, 随后抽取了四名学生的答案纸展示如下:

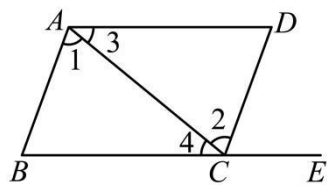
甲: $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$;

乙: $\angle 1 = \angle 2$;

丙: $\angle B = \angle DCE$;

丁: $\angle 3 = \angle 4$.

则不能得到 $AB \parallel CD$ 的是 ()



A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

【答案】D

【分析】本题考查了平行线的判定, 根据同位角相等, 得两直线平行; 内错角相等, 得两直线平行; 同旁内角互补, 得两直线平行; 据此逐项分析, 即可作答.

【详解】解: 甲、当 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ 时, 由同旁内角互补, 两直线平行得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意;

乙、当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, 由内错角相等, 两直线平行得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意;

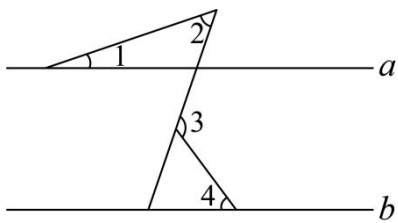
丙、当 $\angle B = \angle DCE$ 时, 由同位角相等, 两直线平行得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意;

丁、当 $\angle 3 = \angle 4$ 时, 由内错角相等, 两直线平行得 $AD \parallel BC$, 故符合题意.

故选: D.

三. 利用平行线的性质求解 (共 3 小题)

7. (22-23 七年级下·贵州遵义·期中) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 2 = 51^\circ$, $\angle 3 = 125^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 4$ 的度数为 ()

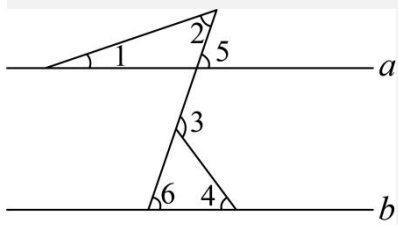


- A. 52° B. 63° C. 74° D. 81°

【答案】C

【分析】本题考查求角度，涉及外角性质、平行线性质的知识，先由外角性质得到角度关系，再由两直线平行同位角相等求出 $\angle 3 = 125^\circ$ 即可得到答案，熟练掌握外角性质、平行线性质的知识，数形结合是解决问题的关键。

【详解】解：如图所示：



$$\because \angle 5 = \angle 1 + \angle 2, \angle 2 = 51^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 1 + 51^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 5 = \angle 1 + 51^\circ,$$

$$\because \angle 3 = \angle 6 + \angle 4,$$

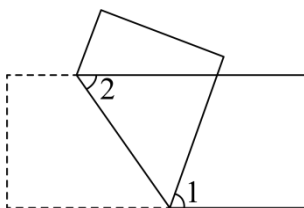
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + 51^\circ + \angle 4,$$

$$\because \angle 3 = 125^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 125^\circ - 51^\circ = 74^\circ,$$

故选：C.

8. (22-23 七年级下·四川成都·期末) 将一个长方形纸条折成如图的形状，已知 $\angle 2 = 55^\circ$ ，则 $\angle 1$ 为 ()

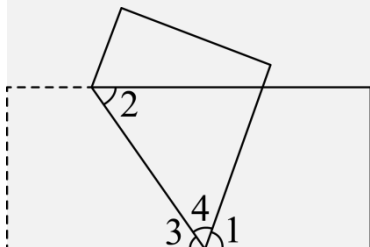


- A. 66° B. 70° C. 76° D. 80°

【答案】B

【分析】本题考查矩形性质中折叠问题，平行线性质，角度计算．根据题意可知折叠两角度相等，利用平行线性质，继而得到本题答案．

【详解】解：将本图命名如下：



∵ 一个长方形纸条折成如图的形状， $\angle 2 = 55^\circ$ ，

∴ $\angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 55^\circ$ ，

∴ $\angle 1 = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ$ ，

故选：B．

9. (22-23 七年级上·山东日照·期末) 课上老师呈现一个问题：

已知：如图， $AB \parallel CD$ ， $EF \perp AB$ 于点 O ， FG 交 CD 于点 P ，当 $\angle 1 = 30^\circ$ 时，求 $\angle EFG$ 的度数．

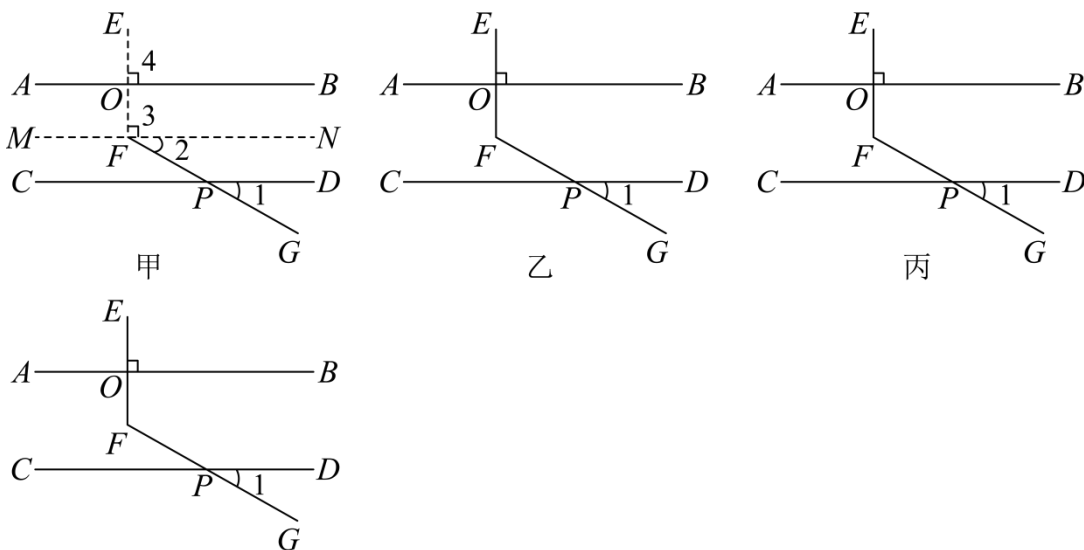
下面提供三种思路：

思路一：过点 F 作 $MN \parallel CD$ (如图甲)；

思路二：过 P 作 $PN \parallel EF$ ，交 AB 于点 N ；

思路三：过 O 作 $ON \parallel FG$ ，交 CD 于点 N ．

解答下列问题：



(1) 根据思路一 (图甲)，则 $\angle EFG = \underline{\quad}$ ，并写出解答过程．

(2)请你从思路二、思路三中任选其中一种，写出求 $\angle EFG$ 度数的解答过程.

【答案】(1) 120° ，过程见详解

(2) $\angle EFG = 120^\circ$ ，过程见详解

【分析】本题主要考查平行线的性质、垂直的定义以及角度和差关系，

(1)根据两直线平行同位角相等求得 $\angle 2$ ，结合垂直的定义得 $\angle 4$ ，进一步求得 $\angle 3 = \angle 4$ ，结合 $\angle EFG = \angle 3 + \angle 2$ 即可求得答案；

(2)思路二：根据两直线平行同位角相等求得 $\angle 3 = \angle 4$ 和 $\angle EFG = \angle NPG$ ，结合垂直的定义得 $\angle 3$ ，进一步得到 $\angle 2 = \angle 3$ ，利用 $\angle NPG = \angle 2 + \angle 1$ ，即可求得答案；思路三：根据两直线平行内错角相等求得则 $\angle 2 = \angle 1$ ，两直线平行同位角相等得 $\angle EFG = \angle EON$ ，由垂直得 $\angle 4$ ，结合内错角相等 $\angle 3 = \angle 2$ ，则可求得 $\angle EON = \angle 4 + \angle 3$.

【详解】(1)解：过点 F 作 $MN \parallel CD$ （如图甲），

则 $\angle 2 = \angle 1 = 30^\circ$ ，

$\because EF \perp AB$ ，

$\therefore \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

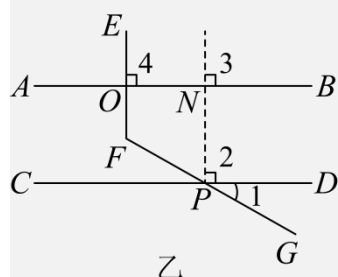
$\therefore AB \parallel MN$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EFG = \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ，

故答案为： 120° ；

(2)思路二：过 P 作 $PN \parallel EF$ ，交 AB 于点 N ，如图，



则 $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle EFG = \angle NPG$ ，

$\because EF \perp AB$ ，

$\therefore \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 90^\circ$ ，

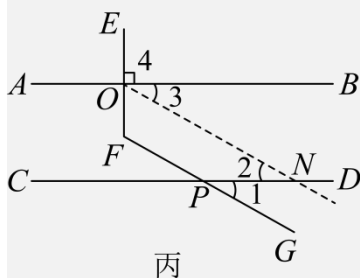
$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 90^\circ$,

$\therefore \angle NPG = \angle 2 + \angle 1 = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$,

$\therefore \angle EFG = 120^\circ$;

思路三：过 O 作 $ON \parallel FG$ ，交 CD 于点 N 。如图，



则 $\angle 2 = \angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle EFG = \angle EON$ ，

$\because EF \perp AB$ ，

$\therefore \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle EON = \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle EFG = 120^\circ$ 。

四．补全推理依据进行平行线的证明（共 2 小题）

10.（22-23 七年级上·山东日照·期末）填空或填理由，完成下面的证明。

已知：如图， CD 分别交 AD 、 AE 、 BE 于点 D 、 F 、 C ，连接 AB 、 AC ， $AD \parallel BE$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。

求证： $AB \parallel CD$ 。

证明： $\because AD \parallel BE$ （已知）

$\therefore \angle 3 = \angle CAD$ （ ）

$\because \angle 3 = \angle 4$ （已知）

$\therefore \angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}$ （等量代换）

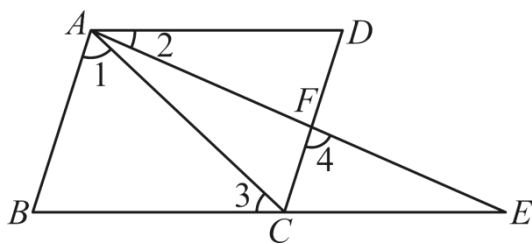
$\because \angle 1 = \angle 2$ （已知）

$\therefore \angle 1 + \angle CAE = \angle 2 + \angle CAE$ （等式的基本性质）

即 $\angle BAE = \underline{\hspace{1cm}}$

$\therefore \angle 4 = \underline{\hspace{1cm}}$ （等量代换）

$\therefore AB \parallel CD$.



【答案】两直线平行内错角相等， $\angle CAD$ ， $\angle CAD$ ， $\angle BAE$

【分析】本题主要考查平行线的判定和性质，由两直线平行内错角相等得 $\angle 3 = \angle CAD$ ，即可得 $\angle 4 = \angle CAD$ ，结合题意得 $\angle BAE = \angle CAD$ ，进一步得到 $\angle 4 = \angle BAE$ ，利用同位角相等两直线平行即可判定结论成立.

【详解】证明： $\because AD \parallel BE$ （已知），

$\therefore \angle 3 = \angle CAD$ （两直线平行内错角相等），

$\because \angle 3 = \angle 4$ （已知），

$\therefore \angle 4 = \angle CAD$ （等量代换），

$\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

$\therefore \angle 1 + \angle CAE = \angle 2 + \angle CAE$ （等式的基本性质），

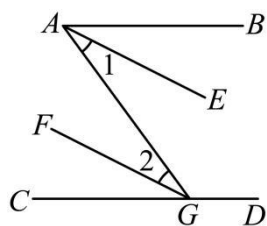
即 $\angle BAE = \angle CAD$ ，

$\therefore \angle 4 = \angle BAE$ （等量代换），

$\therefore AB \parallel CD$.

故答案为：两直线平行内错角相等， $\angle CAD$ ， $\angle CAD$ ， $\angle BAE$.

11.（22-23 七年级下·辽宁沈阳·期中）如图，点 G 在 CD 上， 已知 $\angle BAG + \angle AGD = 180^\circ$ ， EA 平分 $\angle BAG$ ， FG 平分 $\angle AGC$ ，请说明 $AE \parallel GF$ 的理由.



解：因为 $\angle BAG + \angle AGD = 180^\circ$

$\angle AGC + \angle AGD = 180^\circ$

所以 $\angle BAG = \angle AGC$ (_) .

因为 EA 平分 $\angle BAG$ ，

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2}$.

因为 FG 平分 $\angle AGC$,

所以 $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle AGC$,

得 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $AE \parallel GF$ ($\angle 1 = \angle 2$) .

【答案】同角的补角相等； $\angle BAG$ ； $\angle AGC$ ；内错角相等，两直线平行

【分析】本题考查平行线的判定，根据同角的补角相等，角平分线平分角，以及内错角相等，两直线平行，进行作答即可．掌握平行线的判定定理，是解题的关键．

【详解】解：因为 $\angle BAG + \angle AGD = 180^\circ$

$\angle AGC + \angle AGD = 180^\circ$

所以 $\angle BAG = \angle AGC$ (同角的补角相等) .

因为 EA 平分 $\angle BAG$,

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAG$.

因为 FG 平分 $\angle AGC$,

所以 $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle AGC$,

得 $\angle 1 = \angle 2$,

所以 $AE \parallel GF$ (内错角相等，两直线平行),

故答案为：同角的补角相等； $\angle BAG$ ； $\angle AGC$ ；内错角相等，两直线平行．

五．平行线的性质在实际生活中的应用（共 4 小题）

12. (22-23 七年级下·湖南常德·期末) 如图 1 是一个由齿轮、轴承、托架等元件构成的手动变速箱托架，其主要作用是动力传输．如图 2 是手动变速箱托架工作时某一时刻的示意图，已知 $AB \parallel CD$ ， $CG \parallel EF$ ， $\angle BAG = 150^\circ$ ， $\angle AGC = 80^\circ$ ，求 $\angle DEF$ 的度数．



图 1

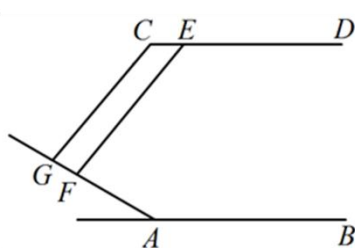


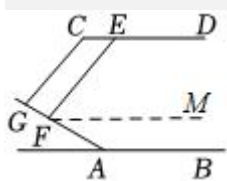
图 2

【答案】 130°

【分析】过点 F 作 $FM \parallel CD$ ，因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $AB \parallel CD \parallel FM$ ，再根据平行线的性质可以求出 $\angle MFA$ ， $\angle EFA$ ，

进而可求出 $\angle EFM$ ，再根据平行线的性质即可求得 $\angle DEF$ ．

【详解】解：如图，过点 F 作 $FM \parallel CD$ ，



$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel CD \parallel FM$ ，

$\therefore \angle DEF + \angle EFM = 180^\circ$ ， $\angle MFA + \angle BAG = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle MFA = 180^\circ - \angle BAG = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ ．

$\because CG \parallel EF$ ，

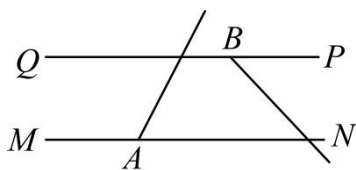
$\therefore \angle EFA = \angle AGC = 80^\circ$ ．

$\therefore \angle EFM = \angle EFA - \angle MFA = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ ．

$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle EFM = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ．

【点睛】本题考查平行线的性质，解题关键是结合图形利用平行线的性质进行角的转化和计算．

13. (22-23 七年级下·四川达州·期中) 长江汛期即将来临，防汛指挥部在一危险地带两岸各安置了一探照灯，便于夜间查看江水及两岸河堤的情况．如图，灯 A 射线自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即回转，灯 B 射线自 BP 顺时针旋转至 BQ 便立即回转，两灯不停交叉照射巡视．若灯 A 转动的速度是 $3^\circ/\text{秒}$ ，灯 B 转动的速度是 $1^\circ/\text{秒}$ ，假定这一带长江两岸河堤是平行的，即 $PQ \parallel MN$ ．若灯 B 射线先转动 20 秒，灯 A 射线才开始转动，在灯 B 射线到达 BQ 之前， A 灯转动几秒，两灯的光束互相平行？



【答案】当 $t = 10$ 秒或 $t = 85$ 秒时，两灯的光束互相平行

【分析】设 A 灯转动 t 秒，分三种情况：①当 $0 < t < 60$ 时，②当 $60 < t < 120$ 时，③当 $120 < t < 160$ 时，分别根据两灯的光束互相平行列出方程求解即可．

【详解】解：设 A 灯转动 t 秒，两灯的光束互相平行，

①当 $0 < t < 60$ 时， $3t = (20 + t) \times 1$ ，解得 $t = 10$ ；

②当 $60 < t < 120$ 时，

$$3t - 3 \times 60 + (20 + t) \times 1 = 180, \text{ 解得 } t = 85;$$

③当 $120 < t < 160$ 时, $3t - 360 = (t + 20) \times 1$, 解得 $t = 190 > 160$ (不合题意);

综上所述, 当 $t = 10$ 秒或 $t = 85$ 秒时, 两灯的光束互相平行.

【点睛】本题考查了平行线的性质与一元一次方程的综合, 熟练运用平行线的性质找等量关系是解题的关键.

14. (22-23 七年级下·江苏·期中) 如图 1, 某段道路 $AB \parallel CD$, 两旁安装了两个探照灯 M 和 N . 灯 M 光束从 MB 开始旋转至 180° 便立即回转, 灯 N 光束从 NC 开始旋转至 180° 便立即回转. 灯 M 转动的速度是每秒 1 度, 灯 N 转动的速度是每秒 2 度, 灯 M 转动的时间为 t 秒.

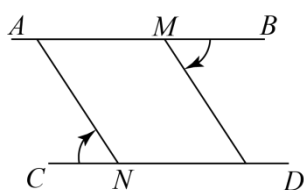


图1

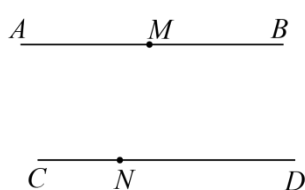


图2

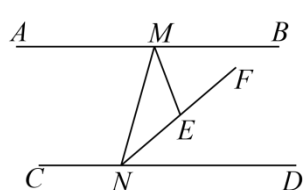


图3

(1) 如图 2, 灯 M 光束先转动 30 秒后, 灯 N 光束才开始转动.

①直接写出灯 M 光束和灯 N 光束, 灯 ____ 先回转; (填 M 或 N)

②在灯 M 光束回转之前, 当两灯的光束平行时, 求 t 的值;

(2) 如图 3, 两灯同时转动, 且均不回转. 连接 MN , 且 $\angle BMN = 2\angle MND$, 若两灯光束交于点 E , 在转动过程中, 请探究 $\angle BME$ 与 $\angle MEF$ 的数量关系是否发生变化? 并说明理由.

【答案】(1) ① N ; ② 当 t 的值为 60 或 140 时, 两灯的光束互相平行

(2) 不变, $\angle BME = \angle MEF$. 理由见解析

【分析】(1) ①分别计算 M 、 N 回转时间, 然后比较即可; ②根据 M 、 N 均未回转即 $30 < t < 120$ 和 N 回转后即 $120 < t < 180$ 两种情况, 进行求解即可;

(2) 由 $AB \parallel CD$, 可得 $\angle BMN + \angle MND = 180^\circ$, 则 $\angle BMN = 120^\circ$, $\angle MND = 60^\circ$, 由 $\angle BME = t^\circ$, $\angle CNF = 2t^\circ$, 得 $\angle NME = 120^\circ - t^\circ$, $\angle MNF = 2t^\circ - 120^\circ$, 求得 $\angle MEN = 180^\circ - t^\circ$, 则 $\angle MEF = t^\circ$, 进而可得 $\angle BME = \angle MEF$.

【详解】(1) ①解: 光束 M 回转时间为 $t = 180 \div 1 = 180$ (秒);

光束 N 回转时间 $t = 180 \div 2 + 30 = 120$ (秒);

$\because 120 < 180$,

$\therefore$ 光束 N 先回转,

故答案为: N ;

②解：当 $30 < t < 120$ 时，如图 1，

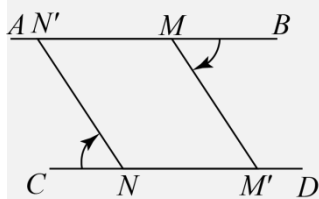


图1

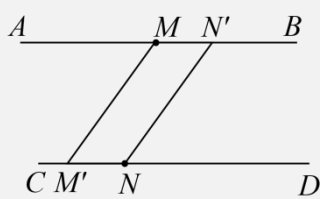


图2

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BMM' = \angle MM'C$,

$\because MM' \parallel NN'$,

$\therefore \angle N'NC = \angle MM'C$,

$\therefore \angle BMM' = \angle N'NC$,

$\therefore t = 2(t - 30)$, 解得 $t = 60$;

当 $120 < t < 180$ 时，如图 2，

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BMM' + \angle MM'D = 180^\circ$,

$\because MM' \parallel NN'$,

$\therefore \angle N'ND = \angle MM'D$,

$\therefore \angle BMM' + \angle N'ND = 180^\circ$,

$\therefore t + [2(t - 30) - 180] = 180$, 解得 $t = 140$,

综上所述，当 t 的值为 60 或 140 时，两灯的光束互相平行；

(2) 解：不变， $\angle BME = \angle MEF$. 理由如下：

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BMN + \angle MND = 180^\circ$,

$\because \angle BMN = 2\angle MND$,

$\therefore \angle BMN = 120^\circ$, $\angle MND = 60^\circ$,

$\because \angle BME = t^\circ$, $\angle CNF = 2t^\circ$,

$\therefore \angle NME = 120^\circ - t^\circ$, $\angle MNF = 2t^\circ - 120^\circ$,

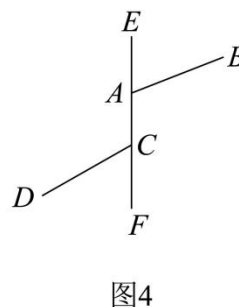
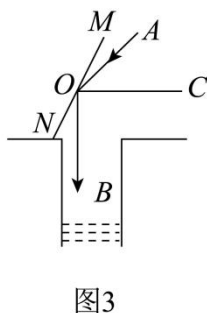
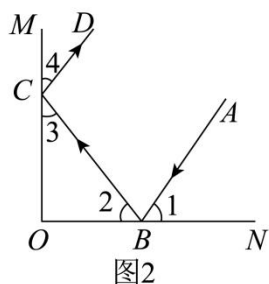
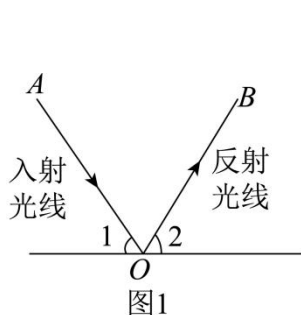
$\therefore \angle MEN = 180^\circ - (120^\circ - t^\circ) - (2t^\circ - 120^\circ) = 180^\circ - t^\circ$,

$\therefore \angle MEF = t^\circ$,

$\therefore \angle BME = \angle MEF$.

【点睛】本题考查了平行线的性质的应用，一元一次方程的应用．解题的关键在于明确角度之间的数量关系．

15. (21-22 七年级下·江苏泰州·阶段练习) 光线照射到镜面会产生反射现象，由光学知识，入射光线与镜面的夹角与反射光线与镜面的夹角相等，例如：在图 1 中，有 $\angle 1 = \angle 2$ ．



(1) 如图 2，已知镜子 MO 与镜子 ON 的夹角 $\angle MON = 90^\circ$ ，请判断入射光线 AB 与反射光线 CD 的位置关系，并说明理由；

(2) 如图 3，有一口井，已知入射光线 AO 与水平线 OC 的夹角为 50° ，当平面镜 MN 与水平线 OC 的夹角为 $^\circ$ ，能使反射光线 OB 正好垂直照射到井底；

(3) 如图 4，直线 EF 上有两点 A 、 C ，分别引两条射线 AB 、 CD ． $\angle BAF = 120^\circ$ ， $\angle DCF = 40^\circ$ ，射线 AB 、 CD 分别绕 A 点、 C 点以 3 度/秒和 1 度/秒的速度同时逆时针转动，设时间为 t 秒，在射线 AB 转动一周的时间内，是否存在某时刻，使得 CD 与 AB 平行？若存在，求出所有满足条件的的时间 t ．

【答案】(1) $AB \parallel CD$ ，理由见解析

(2) 70

(3) 在射线 AB 转动一周的时间内，存在时间 t ，使得 CD 与 AB 平行，其 $t = 10s$ 或 $100s$ ．

【分析】(1) 计算 $\angle ABC + \angle BCD$ 的值便可得出结论；

(2) 先计算出 $\angle AOB$ ，进而得 $\angle AOM + \angle BON$ 的值，再根据入射光线与镜面的夹角与反射光线与镜面的夹角相等，得出结果；

(3) 分四种情况讨论：当 $0s \leq t \leq 20s$ 时，当 $20s < t \leq 40s$ 时，当 $40s < t \leq 80s$ 时，当 $80s < t \leq 120s$ 时，根据角度大小变化关系确定 $AB \parallel CD$ 时的 t 值．

【详解】(1) 解： $AB \parallel CD$ ．理由如下：

$$\because \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - 2\angle 2, \angle BCD = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 180^\circ - 2\angle 3,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 360^\circ - 2(\angle 2 + \angle 3),$$

$$\because \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle AOC = 50^\circ, \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM + \angle BON = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\because \angle AOM = \angle BON,$$

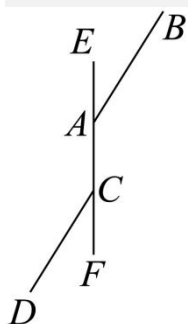
$$\therefore \angle AOM = \angle BON = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle COM = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ, \angle CON = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ,$$

$\therefore$ 当平面镜 MN 与水平线 OC 的夹角为 70° 时, 能使反射光线 OB 正好垂直照射到井底,

故答案为: 70 ;

$$(3) \text{ 解: } \textcircled{1} \text{ 当 } 0s \leq t \leq 20s \text{ 时, 如下图,}$$



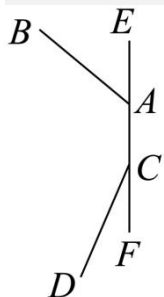
若 $AB \parallel CD$, 则 $\angle BAC = \angle ACD$,

$$\text{即 } 120 + 3t = 140 + t,$$

$$\text{解得 } t = 10,$$

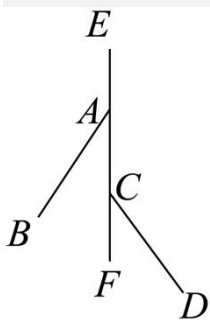
$$\therefore \text{当 } t = 10s \text{ 时 } AB \parallel CD;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } 20s < t \leq 40s \text{ 时, 如下图,}$$



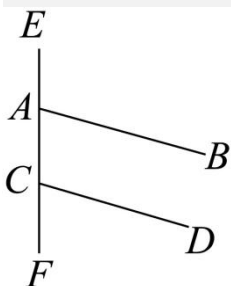
有 $\angle BAE < 90^\circ < \angle ACD$, 则 AB 与 CD 不平行;

$$\textcircled{3} \text{ 当 } 40s < t \leq 80s \text{ 时, 如下图,}$$



有 $\angle BAC < \angle ACD$, AB 与 CD 不平行;

④当 $80s < t \leq 120s$ 时, 如下图,



若 $AB \parallel CD$, 则 $\angle BAC = \angle DCF$,

即 $3t - 240 = t - 40$,

解得 $t = 100$,

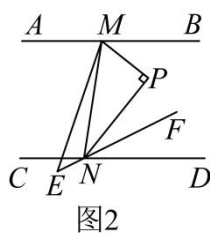
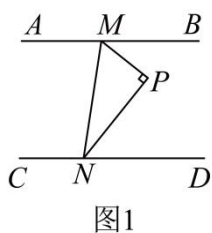
$\therefore$ 当 $t = 100s$ 时, $AB \parallel CD$;

综上所述, 在射线 AB 转动一周的时间内, 存在时间 t , 使得 CD 与 AB 平行, 其 $t = 10s$ 或 $100s$.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质与判定, 关键是应用分类讨论思想解决问题.

六. 根据平行线的性质与判定求角度 (共 3 小题)

16. (23-24 七年级上·福建泉州·期末) 如图 1, 直线 $AB \parallel CD$, 三角形 PMN 是含 30° 角的直角三角板, $\angle MPN = 90^\circ$.



(1) 求 $\angle BMP + \angle DNP$ 的度数.

(2) 若 NP 平分 $\angle DNM$, 试说明 MN 平分 $\angle AMP$, 并写出推理过程.

(3) 如图 2, ME 平分 $\angle AMP$, FN 平分 $\angle PND$, 直线 ME 与直线 FN 相交于点 E , 试判断 $\angle MPN$ 与 $\angle MEN$ 之间的数量关系, 并说明理由.

【答案】(1) $\angle BMP + \angle DNP = 90^\circ$

(2)见解析

(3) $\angle MPN = 2\angle MEN$ ，见解析

【分析】 本题主要考查平行线的性质，角平分线的定义，正确引出辅助线解决问题的关键.

(1) 过点 P 作 $PH\parallel AB$ ，利用平行线的判定和性质即可求解；

(2) 利用角平分线的定义求得 $\angle DNM = 60^\circ$ ，再利用平行线的性质求解即可；

(3) 过点 E 作 $EI\parallel CD$ ，设 $\angle FND = \alpha$ ，则 $\angle FEI = \angle FND = \alpha$ ，利用角平分线的性质求得 $\angle PND = 2\alpha$ ，推出 $\angle AMP = 90^\circ + 2\alpha$ ，得到 $\angle MEI = \angle AME = 45^\circ + \alpha$ ，据此求解即可.

【详解】(1) 解：如图 1，过点 P 作 $PH\parallel AB$.

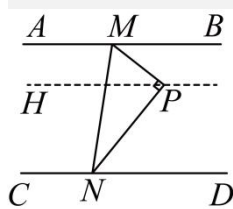


图1

$\because AB\parallel CD$,

$\therefore AB\parallel CD\parallel PH$,

$\therefore \angle BMP = \angle MPH$, $\angle HPN = \angle DNP$.

由题可知 $\angle MPN = 90^\circ$,

$\therefore \angle MPH + \angle HPN = 90^\circ$,

$\therefore \angle BMP + \angle DNP = 90^\circ$;

(2) 解：由题可知 $\angle MNP = 30^\circ$, $\angle PMN = 60^\circ$.

$\because NP$ 平分 $\angle DNM$,

$\therefore \angle DNM = 2\angle MNP = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$.

$\because AB\parallel CD$,

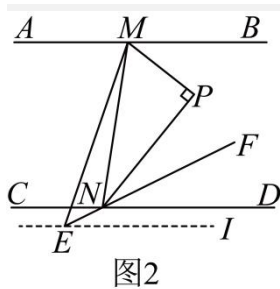
$\therefore \angle AMN = \angle DNM = 60^\circ$,

$\therefore \angle AMN = \angle PMN = 60^\circ$,

$\therefore MN$ 平分 $\angle AMP$;

(3) 解： $\angle MPN = 2\angle MEN$.

理由：如图 2，过点 E 作 $EI\parallel CD$.

 $\because AB \parallel CD,$
$$\therefore AB \parallel CD \parallel EI,$$
$$\therefore \angle AME = \angle MEI, \quad \angle FND = \angle FEI.$$

设 $\angle FND = \alpha$, 则 $\angle FEI = \angle FND = \alpha$.

$\therefore FN$ 平分 $\angle PND$,

$$\therefore \angle PND = 2\angle FND = 2\alpha.$$

由 (1) 可知 $\angle BMP + \angle DNP = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BMP = 90^\circ - \angle DNP = 90^\circ - 2\alpha,$$
$$\therefore \angle AMP = 180^\circ - \angle BMP = 180^\circ - (90^\circ - 2\alpha) = 90^\circ + 2\alpha.$$

$\therefore ME$ 平分 $\angle AMP$,

$$\therefore \angle AME = \frac{1}{2} \angle AMP = 45^\circ + \alpha,$$
$$\therefore \angle MEI = \angle AME = 45^\circ + \alpha.$$
$$\therefore \angle FEI = \angle FND = \alpha,$$
$$\therefore \angle MEN = \angle MEI - \angle FEI = 45^\circ.$$

由题意知 $\angle MPN = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MPN = 2\angle MEN.$$

17. (23-24 七年级上·吉林长春·期末)【感知探究】(1) 如图①, 已知, $AB \parallel CD$, 点 M 在 AB 上, 点 N 在 CD 上. 求证: $\angle MEN = \angle BME + \angle DNE$.

【类比迁移】(2) 如图②, $\angle F$ 、 $\angle BMF$ 、 $\angle DNF$ 的数量关系为 . (不需要证明)

【结论应用】(3) 如图③, 已知 $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 120^\circ$, $\angle D = 80^\circ$, 则 $\angle ACD =$ $^\circ$.

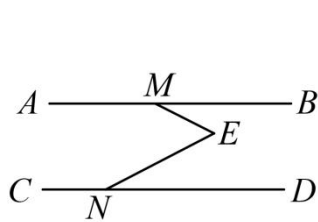


图 ①

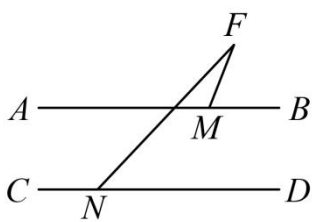


图 ②

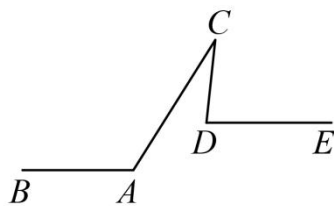


图 ③

【答案】(1) 见解析；(2) $\angle F = \angle BMF - \angle DNF$ ；(3) 20

【分析】本题主要考查平行线的判定和性质，作辅助线是解题的关键．

(1) 过点E作 $EF \parallel AB$ ，根据平行线的性质可求解；

(2) 如图②，过F作 $FH \parallel AB$ ，根据平行线的性质即可得到结论；

(3) 如图③，过C作 $CG \parallel AB$ ，根据平行线的性质即可得到结论．

【详解】(1) 证明：如图①，过点E作 $EF \parallel AB$ ，

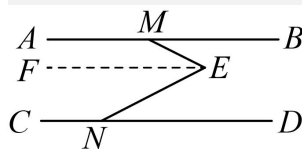


图 ①

则 $\angle MEF = \angle BME$ ，

又 $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore EF \parallel CD$ ，

$\therefore \angle NEF = \angle DNE$ ，

$\therefore \angle MEN = \angle MEF + \angle NEF$ ，

即 $\angle MEN = \angle BME + \angle DNE$ ；

(2) 解： $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$ ．

证明：如图②，过F作 $FK \parallel AB$ ，

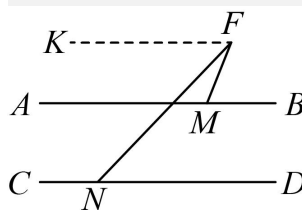


图 ②

$\therefore \angle BMF = \angle MFK$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore FK \parallel CD$,

$\therefore \angle FND = \angle KFN$,

$\therefore \angle MFN = \angle MFK - \angle KFN = \angle BMF - \angle FND$,

即: $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$.

故答案为: $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$;

(3) 如图③, 过C作 $CG \parallel AB$,

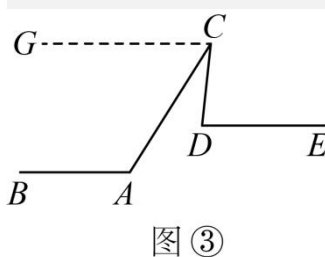
$\therefore \angle GCA = 180^\circ - \angle BAC = 60^\circ$,

$\because AB \parallel DE$,

$\therefore CG \parallel DE$,

$\therefore \angle GCD = \angle CDE = 80^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 20^\circ$,

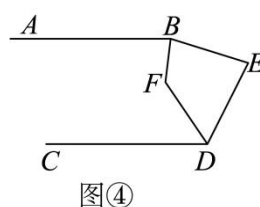
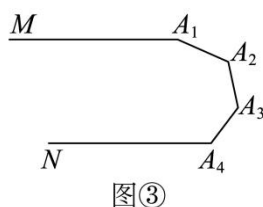
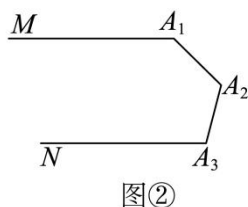
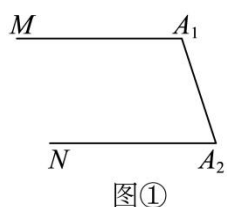


故答案为: 20.

18. (23-24 七年级上·云南昆明·期末) (1) 如图①, $MA_1 \parallel NA_2$, 则 $\angle A_1 + \angle A_2 =$ _____; 如图②, $MA_1 \parallel NA_3$, 则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 =$ _____;

(2) 如图③, $MA_1 \parallel NA_4$, 则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 =$ _____;

(3) 利用上述结论解决问题: 如图④, $AB \parallel CD$, $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 的平分线相交于点F, $\angle E = 80^\circ$, 求 $\angle BFD$ 的度数.



【答案】(1) 180° , 360° ; (2) 540° ; (3) 140°

【分析】本题考查了平行线的性质, 角平分线的定义,

(1) 根据平行线的性质, 解答即可;

(2) 过 A_2 作 $PA_2 \parallel MA_1$, 过 A_3 作 $QA_3 \parallel MA_1$, 根据平行线的性质, 解答即可;

(3) 根据 (1) 的结论, 得出 $\angle ABE + \angle E + \angle CDE = 360^\circ$, 进而得出 $\angle ABE + \angle CDE = 230^\circ$, 再根据角平分

线的定义，得出 $\angle EBF + \angle EDF = 115^\circ$ ，再根据四边形的内角和等于 360° ，计算即可得出 $\angle BFD$ 的度数.

【详解】解：（1）如图①，

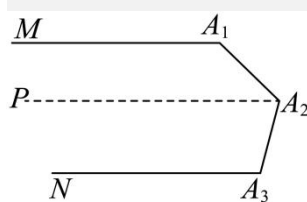
$$\because MA_1 \parallel NA_2,$$

$$\therefore \angle A_1 + \angle A_2 = 180^\circ,$$

故答案为： 180° ；

$\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 = 360^\circ$ ，理由如下：

如图②，过 A_2 作 $PA_2 \parallel MA_1$ ，



图②

$$\because MA_1 \parallel NA_3,$$

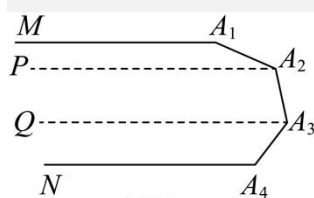
$$\therefore PA_2 \parallel MA_1 \parallel NA_3,$$

$$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2P = 180^\circ, \angle A_3 + \angle A_3A_2P = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2A_3 + \angle A_3 = 360^\circ,$$

故答案为： 360° ；

（2）如图③，过 A_2 作 $PA_2 \parallel MA_1$ ，过 A_3 作 $QA_3 \parallel MA_1$ ，



图③

$$\because MA_1 \parallel NA_3,$$

$$\therefore QA_3 \parallel PA_2 \parallel MA_1 \parallel NA_3,$$

$$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2P = 180^\circ, \angle QA_3A_2 + \angle A_3A_2P = 180^\circ, \angle A_4 + \angle A_4A_3Q = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2A_3 + \angle A_2A_3A_4 + \angle A_4 = 540^\circ;$$

故答案为： 540° ；

（3）如图④， $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle ABE + \angle E + \angle CDE = 360^\circ,$$

$$\because \angle E = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CDE = 360^\circ - \angle E = 280^\circ,$$

$\because BF$ 、 DF 分别是 $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 的平分线，

$$\therefore \angle EBF = \frac{1}{2}\angle ABE, \angle EDF = \frac{1}{2}\angle CDE,$$

$$\therefore \angle EBF + \angle EDF = \frac{1}{2}\angle ABE + \frac{1}{2}\angle CDE = \frac{1}{2}(\angle ABE + \angle CDE) = 140^\circ,$$

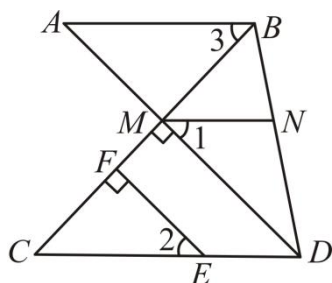
$$\because \angle BFD + \angle EBF + \angle EDF + \angle E = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = 360^\circ - \angle E - \angle EBF - \angle EDF = 360^\circ - 80^\circ - (\angle EBF + \angle EDF) = 360^\circ - 80^\circ - 140^\circ = 140^\circ.$$

七. 根据平行线的性质与判定进行证明（共3小题）

19. (22-23 七年级下·内蒙古乌海·期中) 如图所示, $EF \perp BC$ 于点 F , $DM \perp BC$ 于点 M , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle C$. 求

证: $AB \parallel MN$.



【答案】见解析

【分析】

本题主要考查了平行线的性质与判定的综合应用. 由垂直的性质得到 $EF \parallel DM$, 进而可证 $\angle 1 = \angle CDM$, 根据平行线的判定得到 $CD \parallel MN$, 再由 $\angle 3 = \angle C$, 可证 $AB \parallel CD$, 然后根据平行线的判定即可得到 $AB \parallel MN$.

【详解】证明: $\because EF \perp BC, DM \perp BC$ (已知)

$$\therefore \angle EFC = \angle DMC = 90^\circ \text{ (垂直定义)}$$

$$\therefore EF \parallel DM \text{ (同位角相等, 两直线平行)}$$

$$\therefore \angle 2 = \angle CDM \text{ (两直线平行, 同位角相等)}$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 \text{ (已知)}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CDM \text{ (等量代换)}$$

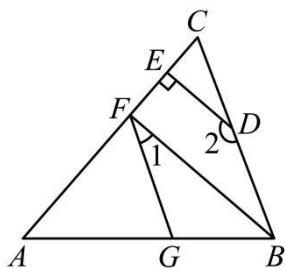
$$\therefore CD \parallel MN \text{ (内错角相等, 两直线平行)}$$

$$\because \angle 3 = \angle C \text{ (已知)}$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{ (内错角相等, 两直线平行)}$$

$$\therefore AB \parallel MN \text{ (平行于同一直线的两直线互相平行)}.$$

20. (22-23 七年级下·内蒙古呼伦贝尔·期末) 如图所示, $\angle AGF = \angle ABC$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.



(1)试判断 BF 与 DE 的位置关系？并说明理由；

(2)如果， $DE \perp AC$ ， $\angle 2 = 150^\circ$ ，求 $\angle AFG$ 的度数.

【答案】(1) $BF \parallel DE$ ，见解析

(2) 60°

【分析】本题考查的是平行线的性质和判定，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

(1) 根据平行线的判定与性质解答即可；

(2) 根据平行线的性质解答即可.

【详解】(1) 解： $BF \parallel DE$

理由如下： $\because \angle AGF = \angle ABC$ (已知)

$\therefore FG \parallel BC$ (同位角相等，两直线平行)

$\therefore \angle 1 = \angle FBD$ (两直线平行，内错角相等)

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知)

$\therefore \angle 2 + \angle FBD = 180^\circ$ (等量代换)

$\therefore BF \parallel DE$;

(2) 解： $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 2 = 150^\circ$ (已知)

$\therefore \angle 1 = 30^\circ$ (等量代换)

$\because DE \perp AC$ (已知)

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$ (垂直定义)

$\because BF \parallel DE$ (已证)

$\therefore \angle BFA = \angle DEF = 90^\circ$ (两直线平行，同位角相等)

$\therefore \angle AFG = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

21. (23-24 七年级上·吉林长春·期末)【阅读理解】如图①， $\angle BAE$ 与 $\angle DCE$ 的边 AB 与 CD 互相平行，另一组边 AE 、 CE 交于点 E ，且点 E 在 AB 、 CD 之间，且在直线 AC 右侧，试说明： $\angle BAE + \angle DCE = \angle AEC$.

老师在黑板中写出了部分求解过程，请你完成下面的求解过程，并填空（理由或数学式）.

解：如图②，过点 E 作 $EM \parallel AB$.

$$\therefore \angle BAE = \angle AEM \quad ().$$

$$\because AB \parallel CD \quad ()$$

$$\therefore EM \parallel CD \quad ().$$

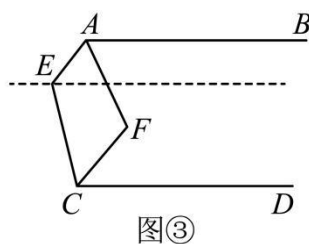
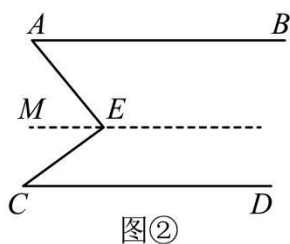
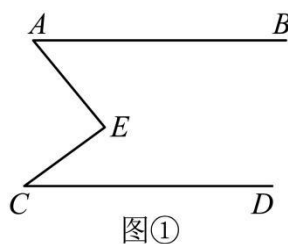
$$\therefore \angle DCE = \angle CEM.$$

$$\therefore \angle BAE + \angle DCE = \angle AEM + \angle CEM. \quad ()$$

$$\therefore \angle BAE + \angle DCE = \angle AEC.$$

[理解应用]如图③，当图①中的点 E 在直线 AC 右侧时，其它条件不变，若 $\angle AEC = 120^\circ$. 求 $\angle BAE$ 与 $\angle DCE$ 的和.

[拓展] $\angle BAE$ 与 $\angle DCE$ 的边 AB 与 CD 互相平行，且点 B 、 D 在直线 AC 同侧，另一组边 AE 、 CE 交于点 E ，且点 E 在 AB 、 CD 之间. 若 $\angle BAE$ 的角平分线与 $\angle DCE$ 的角平分线交于点 F ，设 $\angle E = \alpha$ ，请借助图①和图③，用含 α 的代数式直接写出 $\angle AFC$ 的度数.



【答案】[阅读理解]两直线平行，内错角相等；已知；平行线的传递性；等式性质；；[理解应用] 240° ；[拓展] $\frac{1}{2}\alpha$ 或 $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$

【分析】本题主要考查了平行线的判断与性质，解答此类问题的关键所在是作出辅助线.

[阅读理解] 过点 E 作 $EM \parallel AB$ ，利用平行线的传递性可得 $EM \parallel CD$ ，利用平行线的性质可得 $\angle BAE = \angle AEM$ ， $\angle DCE = \angle CEM$ ，然后利用等式的性质即可得证

[理解应用] 过点 E 作 $EM \parallel AB$ ，类似[阅读理解]可得出 $\angle BAE + \angle AEC + \angle DCE = 360^\circ$ ，然后代入 $\angle AEC$ 的度数求解即可；

[拓展]分点 E 在直线 AC 左侧和点 E 在直线 AC 右侧两种情况讨论即可.

【详解】解：[阅读理解]如图②，过点 E 作 $EM \parallel AB$.

$$\therefore \angle BAE = \angle AEM \quad (\text{两直线平行，内错角相等}).$$

$$\because AB \parallel CD \quad (\text{已知})$$

$$\therefore EM \parallel CD \quad (\text{平行线的传递性}).$$

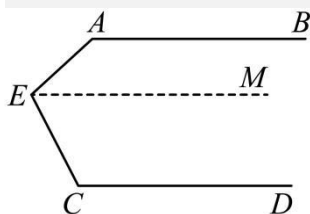
$$\therefore \angle DCE = \angle CEM.$$

$\therefore \angle BAE + \angle DCE = \angle AEM + \angle CEM$. (等式性质)

$\therefore \angle BAE + \angle DCE = \angle AEC$.

故答案为：两直线平行，内错角相等；已知；平行线的传递性；等式性质；

[理解应用] 如图，过点 E 作 $EM \parallel AB$,



$\therefore \angle BAE + \angle AEM = 180^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore EM \parallel CD$,

$\therefore \angle DCE + \angle CEM = 180^\circ$,

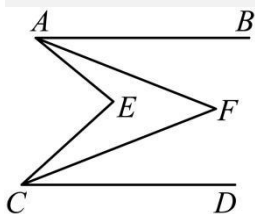
$\therefore \angle BAE + \angle AEM + \angle DCE + \angle CEM = 360^\circ$,

即 $\angle BAE + \angle AEC + \angle DCE = 360^\circ$,

又 $\angle AEC = 120^\circ$

$\therefore \angle BAE + \angle DCE = 240^\circ$;

[拓展] 如图，当点 E 在直线 AC 左侧时，



由[阅读理解]可知： $\angle AEC = \angle BAE + \angle DCE$,

同理可证 $\angle AFC = \angle BAF + \angle DCF$,

$\because AF$ 、 CF 分别是 $\angle BAE$ 、 $\angle DCE$ 的角平分线，

$\therefore \angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAE$, $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCE$,

$\therefore \angle AFC = \angle BAF + \angle DCF$

$= \frac{1}{2} \angle BAE + \frac{1}{2} \angle DCE$

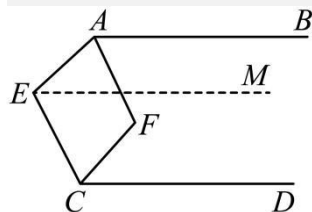
$= \frac{1}{2} (\angle BAE + \angle DCE)$

$= \frac{1}{2} \angle AEC$,

又 $\angle E = \alpha$,

$$\therefore \angle AFC = \frac{1}{2}\alpha;$$

点 E 在直线 AC 右侧



由[理解应用]可知 $\angle BAE + \angle AEC + \angle DCE = 360^\circ$,

$$\therefore \frac{1}{2}\angle BAE + \frac{1}{2}\angle AEC + \frac{1}{2}\angle DCE = 180^\circ,$$

$$\text{又 } \angle BAF = \frac{1}{2}\angle BAE, \angle DCF = \frac{1}{2}\angle DCE, \angle E = \alpha,$$

$$\therefore \frac{1}{2}\alpha + \angle BAF + \angle DCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle DCF = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\text{又 } \angle AFC = \angle BAF + \angle DCF,$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

综上, $\angle AFC$ 的度数为 $\frac{1}{2}\alpha$ 或 $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

八. 平行线之间的距离 (共 2 小题)

22. (22-23 七年级下·甘肃张掖·期中) 在同一平面内, 设 a 、 b 、 c 是三条互相平行的直线, 已知 a 与 b 的距离为 4cm, b 与 c 的距离为 1cm, 则 a 与 c 的距离为 ()

- A. 1cm B. 3cm C. 5cm 或 3cm D. 1cm 或 3cm

【答案】C

【分析】分直线 c 在 a 、 b 之间和直线 c 不在 a 、 b 之间两种情况, 分别利用平行线间的距离的意义求解即可.

【详解】解: 因为 a 与 b 的距离为 4cm, b 与 c 的距离为 1cm,

所以当直线 c 在 a 、 b 之间时, a 与 c 的距离为 $4 - 1 = 3\text{cm}$;

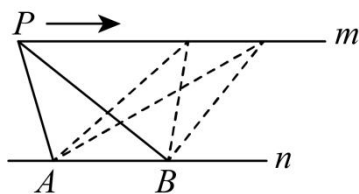
当直线 c 不在 a 、 b 之间时, a 与 c 的距离为 $4 + 1 = 5\text{cm}$,

综上, a 与 c 的距离为 5cm 或 3cm.

故选: C.

【点睛】本题考查了平行线之间的距离, 注意分类讨论.

23. 如图, 点 P 在直线 m 上移动, A, B 是直线 n 上的两个定点, 且直线 $m \parallel n$, 对于下列各值: ①点 P 到直线 n 的距离; ② $\triangle PAB$ 的周长; ③ $\triangle PAB$ 的面积; ④ $\angle APB$ 的大小. 其中不会随点 P 的移动而变化的是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ③④

【答案】B

【分析】 本题主要考查了平行线间的距离和同底等高的三角形的面积相等知识, 属于基础题型, 熟练掌握平行线间的距离的概念是关键. 根据平行线间的距离不变即可判断①; 根据三角形的周长和点 P 的运动变化可判断②④; 根据同底等高的三角形的面积相等可判断③; 进而可得答案.

【详解】 解: $\because$ 直线 $m \parallel n$,

$\therefore$ ①点 P 到直线 n 的距离不会随点 P 的移动而变化;

$\because PA, PB$ 的长随点 P 的移动而变化,

$\therefore$ ② $\triangle PAB$ 的周长会随点 P 的移动而变化, ④ $\angle APB$ 的大小会随点 P 的移动而变化;

$\because$ 点 P 到直线 n 的距离不变, AB 的长度不变,

$\therefore$ ③ $\triangle PAB$ 的面积不会随点 P 的移动而变化;

综上, 不会随点 P 的移动而变化的是①③.

故选: B.

九. 三角形的稳定性 (共 2 小题)

24. (22-23 七年级下·河南南阳·期末) 如图, 在网上课时把平板放在三角形支架上用到的数学道理是 ()



- A. 三角形具有稳定性 B. 两点之间, 线段最短
C. 三角形的内角和为 180° D. 垂线段最短

【答案】A

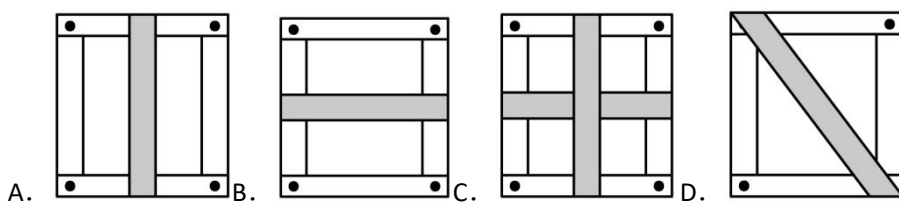
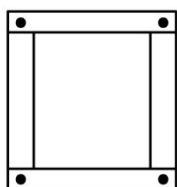
【分析】 根据三角形具有稳定性即可解答.

【详解】 解: 因为三角形支架具有稳定性,

故选：A.

【点睛】本题考查了三角形的特性：具有稳定性，掌握这一特性是关键.

25. (22-23 八年级上·河南安阳·期末) 在手工课上，小杰用四个螺丝将四条不可弯曲的木条围成一个如图所示的木框，小杰发现相邻两木条的夹角均可调整，所以很容易变形，为了使木框不易变形，下列方案中最好的是 ()



【答案】D

【分析】根据三角形的稳定性判断即可.

【详解】解：选项 A，B，C 中的加固方式都只含有四边形，选项 D 中的加固方式形成了三角形，利用了三角形的稳定性，故选 D.

【点睛】本题考查了三角形的稳定性和四边形的不稳定性，解题的关键是从图中找到利用三角形固定的方式.

十. 确定三角形第三边的取值范围 (共 3 小题)

26. (22-23 七年级下·广东·期中) 三角形的两边长分别为 3 和 7，第三边长为奇数，这个三角形的周长可能是 ()

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

【答案】C

【分析】本题考查了三角形边长关系，利用两边之差小于第三边，两边之和大于第三边，可得第三边长的关系为大于 4，小于 10，再利用第三边长为奇数，可得第三边长可能为 5,7,9，即可解答，熟记三角形三边长关系是解题的关键.

【详解】解：设三角形第三边长为 a ,

$\because$ 三角形的两边长分别为 3 和 7,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/217122150115006150>