

## 4.2.1 指数爆炸和指数衰减

# 一、激思导学

实数指数幂:  $N = a^u$   $\xrightarrow{a \text{ 为常数}}$   $y = a^x$

$\downarrow$   $u \text{ 为常数}$

一般的, 函数  $y = x^\alpha$  叫做**幂函数**,  
其中  $x$  为自变量,  $\alpha$  为非零常数.

## 二、概念探究

一般的，函数  $y = a^x$  叫做**指数函数**。

其中  $x$  是自变量  $x \in R$  ，

底数  $a$  满足  $a > 0$  且  $a \neq 1$  。

## 二、概念探究

**问题1：** 定义中为什么规定底数  $a > 0$  且  $a \neq 1$  ？

## 二、概念探究

若  $a < 0$  ，如  $y = (-2)^x$  ，当  $x$  取  $\frac{1}{2}$  ，  $\frac{1}{4}$  等类似有理数时，  
幂无意义，函数的定义域过于复杂。

若  $a = 0$  或  $a = 1$  ，函数为常值函数，性质简单。

若  $a > 0$  且  $a \neq 1$  ，如  $y = (2)^x$  ，函数定义域为  $R$  。

### 三、概念深化

**问题2：**指数函数  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 中  
两变量间有着怎样的**变化规律**？

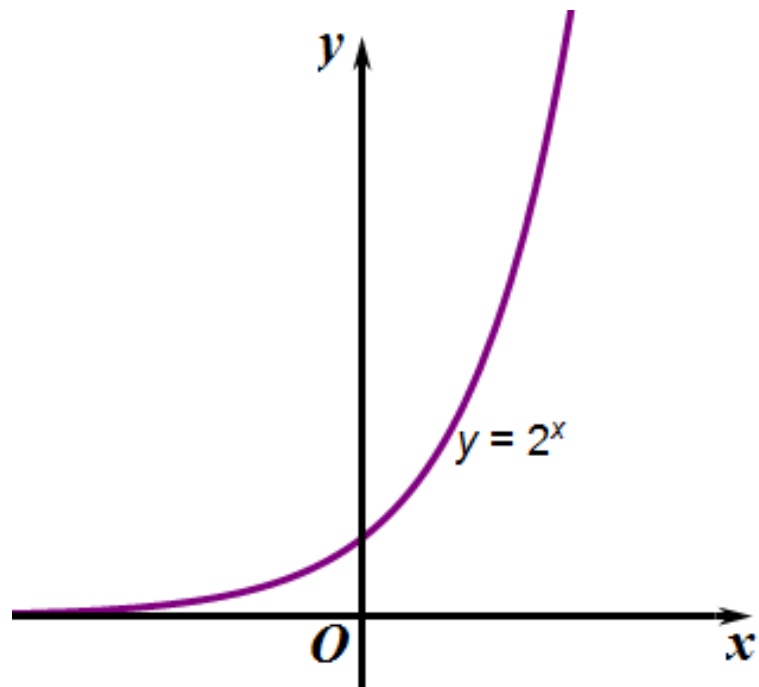
当底数  $a > 1$  时，指数函数值随自变量增大而增大，如  $y = 2^x$  .

当底数  $0 < a < 1$  时，指数函数值随自变量增大而减小，

如  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  .

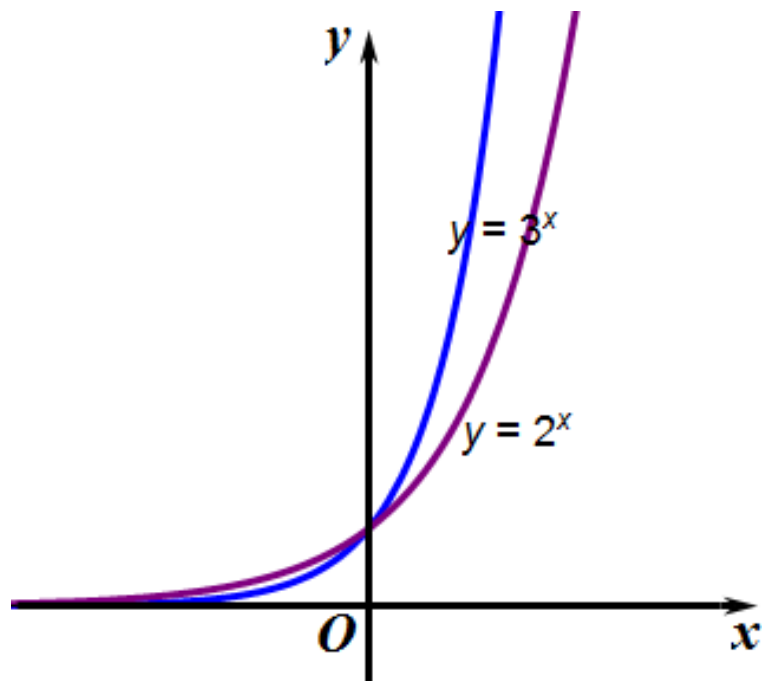
### 三、概念深化

问题3：底数  $a > 1$  时函数呈增长趋势，有何**增长特征**？



### 三、概念深化

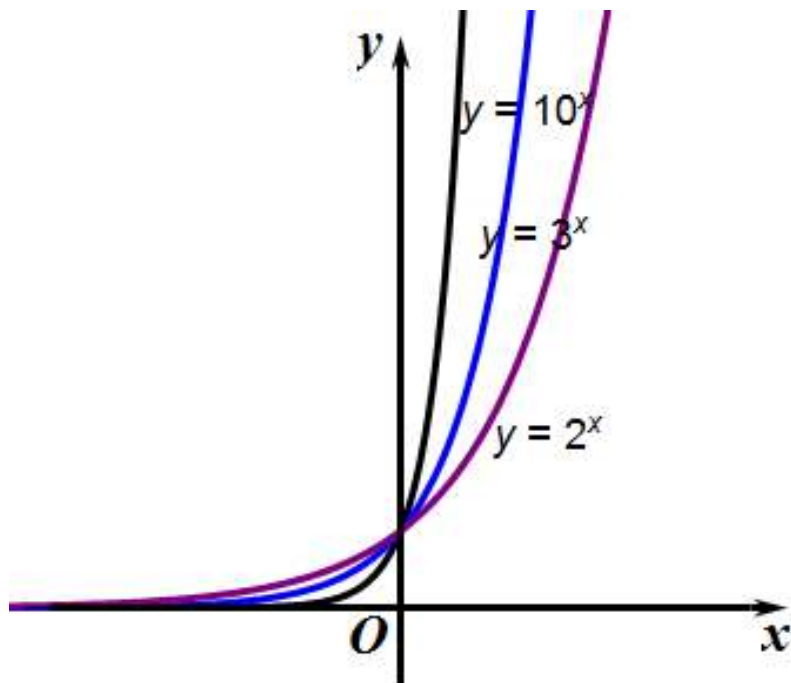
问题3：底数  $a > 1$  时函数呈增长趋势，有何**增长特征**？





### 三、概念深化

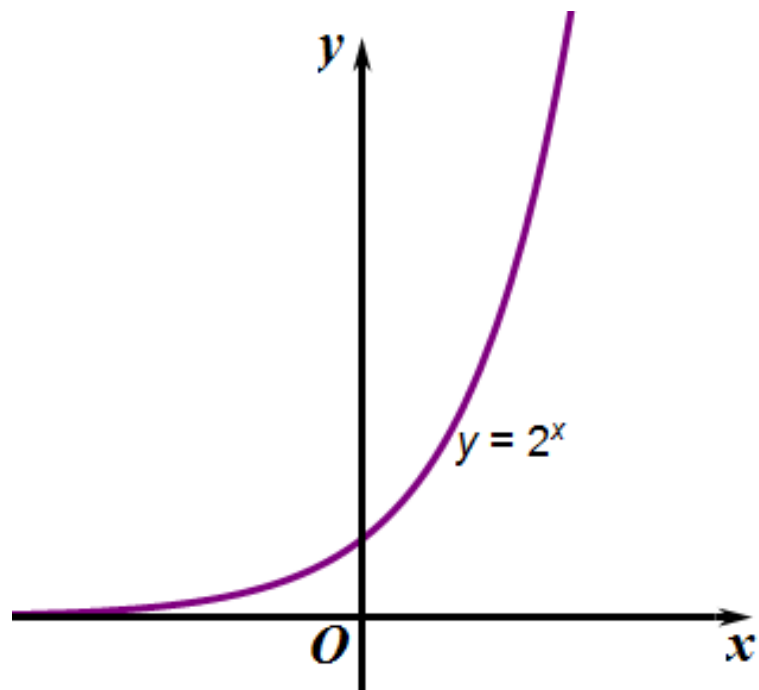
问题3：底数  $a > 1$  时函数呈增长趋势，有何**增长特征**？



特别的，底数  $a$  较大时指数函数值增长速度惊人，被称为**指数爆炸**

### 三、概念深化

问题3：底数  $a > 1$  时函数呈增长趋势，有何**增长特征**？



在长为  $T$  的时间周期  $[u, u + T]$  中，

$$\begin{aligned} \text{函数值增长量: } & 2^{u+T} - 2^u \\ & = 2^u (2^T - 1) \end{aligned}$$

变量

$$\text{增长率: } \frac{2^{u+T} - 2^u}{2^u} = 2^T - 1$$

常量

### 三、概念深化

把自变量  $x$  看成时间，在长为  $T$  的时间周期  $[u, u+T]$  中，指数函数  $y = a^x (a > 1)$  的值从  $a^u$  增长到  $a^{u+T}$

增长量：  $a^{u+T} - a^u$       增长率：  $\frac{a^{u+T} - a^u}{a^u} = a^T - 1$  常量

当某个量在一个既定的时间周期中，其百分比增长（增长率的百分比表示）是一个**常量**时，这个量就被描述为**指数式增长**，也称**指数增长**。

### 三、概念深化

当底数  $0 < a < 1$  时，指数函数值随自变量增大而缩小至无限接近于0，叫做**指数衰减**。

在长为  $T$  的时间周期  $[u, u+T]$  中，指数函数的值从  $a^u$  减少到  $a^{u+T}$

$$\text{衰减率} : \frac{a^u - a^{u+T}}{a^u} = 1 - a^T$$

**指数衰减的特点是：**在一个既定的时间周期中，其缩小百分比（衰减率的百分比表示）是一个**常量**。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/218040134033007006>