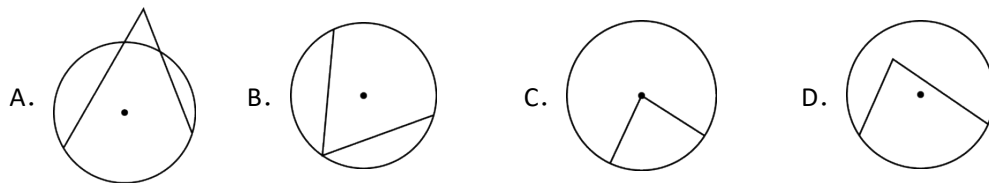


27.2 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系

一、单选题

1. 下图中是圆心角的是 ()



【答案】C

【分析】根据圆心角的概念：圆心角是指在中心为 O 的圆中，过弧 AB 两端的半径构成的 $\angle AOB$ ，称为弧 AB 所对的圆心角进行判断。

【解析】解：A、不是圆心角，故不符合题意；

B、不是圆心角，故不符合题意；

C、是圆心角，故符合题意；

D、不是圆心角，故不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查的是圆心角的概念，掌握顶点在圆心的角叫作圆心角是解题的关键。

2. 若 C 、 D 为半圆 AB 上三等分点，那么 $CD:AB$ 为 ()

A. $2:\sqrt{3}$

B. $1:\sqrt{3}$

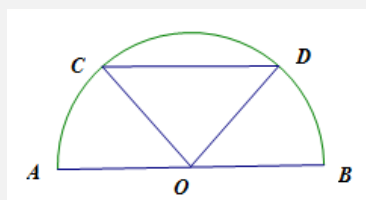
C. $2:1$

D. $1:2$

【答案】D

【分析】根据圆心角定理可得 $\angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 60^\circ$ ，则 $\triangle OCD$ 为等边三角形，即 CD 等于半径。

【解析】



$\because C$ 、 D 为半圆 AB 上三等分点，

$\therefore \angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OCD$ 为等边三角形，

则 $CD = OC = \frac{1}{2} AB$.

故选 D.

【点睛】本题主要考查圆心角定理：在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么他们所对的圆心角相等。

3. 下列四个命题:

- ①同圆或等圆中, 相等的弦所对的弧相等;
- ②同圆或等圆中, 相等的弧所对的弦相等;
- ③同圆或等圆中, 相等的弦的弦心距相等;
- ④同圆或等圆中, 相等的弧所对的圆心角相等.

真命题的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 C

【分析】 利用圆的有关性质分别判断后即可确定正确的选项.

【解析】 解: ①同圆或等圆中, 相等的弦所对的弧不一定相等, 故原说法错误, 是假命题, 不符合题意;

②同圆或等圆中, 相等的弧所对的弦相等, 正确, 是真命题, 符合题意;

③同圆或等圆中, 相等的弦的弦心距相等, 正确, 是真命题, 符合题意;

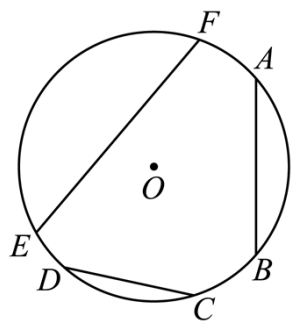
④同圆或等圆中, 相等的弧所对的圆心角相等, 正确, 是真命题, 符合题意,

真命题有 3 个,

故选: C.

【点睛】 考查了真假命题的判断, 解题的关键是掌握圆的有关性质, 难度不大.

4. 如图, 在一个圆内有 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$ 、 $\widehat{EF}$, 若 $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{EF}$, 则 $AB + CD$ 与 EF 的大小关系是 ()

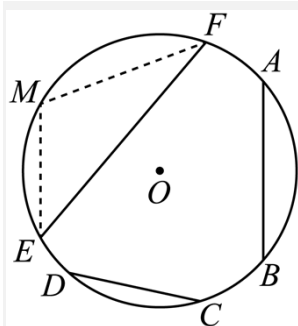


- A. $AB + CD = EF$ B. $AB + CD < EF$ C. $AB + CD \leq EF$ D. $AB + CD > EF$

【答案】 D

【分析】 在弧 EF 上取一点 M, 使 $\widehat{EM} = \widehat{CD}$, 推出 $\widehat{FM} = \widehat{AB}$, 根据圆心角、弧、弦的关系得到 $AB = FM$, $CD = EM$, 根据三角形的三边关系定理求出 $FM + EM > FE$ 即可.

【解析】 如图, 在弧 EF 上取一点 M, 使 $\widehat{EM} = \widehat{CD}$,



则 $\widehat{FM} = \widehat{AB}$,

所以 $AB = FM$, $CD = EM$,

在 $\triangle MEF$ 中, $FM + EM > EF$,

所以 $AB + CD > EF$,

故选: D.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系, 圆心角、弧、弦的关系等知识点的理解和掌握, 能正确作辅助线是解题的关键.

5. 在 $\odot O$ 中, AB, CD 为两条弦, 下列说法: ①若 $AB = CD$, 则 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$; ②若 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 则 $AB = 2CD$; ③若 $AB = 2CD$, 则弧 $AB = 2$ 弧 CD ; ④若 $\angle AOB = 2\angle COD$, 则 $AB = 2CD$. 其中正确的有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【分析】根据圆心角、弧、弦之间的关系解答即可.

【解析】①若 $AB = CD$, 则 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 正确;

②若 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 则 $AB = CD$, 故不正确;

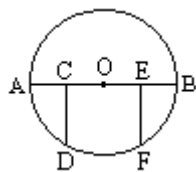
③由 $AB = 2CD$ 不能得到弧 $AB = 2$ 弧 CD , 故不正确;

④若 $\angle AOB = 2\angle COD$, 则 $AB = 2CD$, 错误.

故选 A.

【点睛】本题考查了圆心角、弧、弦之间的关系, 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等, 那么它们所对的其余各组量都分别相等. 也考查了等腰三角形的性质.

6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 AO 的垂直平分线, EF 是 OB 的垂直平分线, 则下列结论正确的是 ()



A. $\widehat{AD} = \widehat{DF} = \widehat{FB}$

B. $\widehat{AD} > \widehat{DF}$

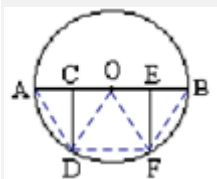
C. $\widehat{DF} < \widehat{FB}$

D. $\widehat{AD} = \widehat{FB} \neq \widehat{DF}$

【答案】A

【分析】如图，连接 AD，OD，DF，OF，BF，根据垂直平分线的性质易证 $DF=DF=BF$ ，再根据“在同圆或等圆中，所对的弦相等的两段弧是等弧”即可判断.

【解析】如图，连接 AD，OD，DF，OF，BF，



$\because CD$ 是 AO 的垂直平分线, EF 是 OB 的垂直平分线,

$$\therefore DF=CE=\frac{1}{2}AB, AD=OD, OF=BF,$$

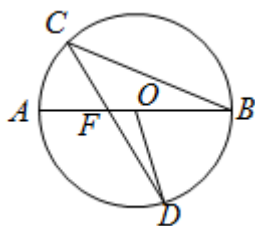
$$\therefore DF=DF=BF,$$

$$\text{则 } \widehat{AD} = \widehat{DF} = \widehat{FB}.$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查垂直平分线的性质，等弧的判定，解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 、 D 是 $\odot O$ 上的两点，且点 C 为弧 BAD 的中点，连接 CD 、 CB 、 OD ， CD 与 AB 交于点 F . 若 $\angle AOD=100^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为 ()



A. 15°

B. 20°

C. 25°

D. 30°

【答案】B

【分析】先根据邻补角的性质求出 $\angle BOD$ ，再根据点 C 为弧 BAD 的中点，求出 $\angle BOC$ 的度数，再根据等腰三角形的性质即可求出 $\angle ABC$ 的度数.

【解析】 $\because \angle AOD=100^\circ$,

$$\therefore \angle BOD=180^\circ-\angle AOD=80^\circ,$$

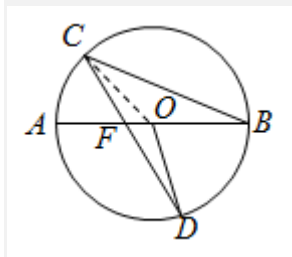
$\because$ 点 C 为弧 BAD 的中点

$$\therefore \angle BOC = \angle DOC = \frac{1}{2} (360^\circ - 80^\circ) = 140^\circ$$

$$\because OC = OB$$

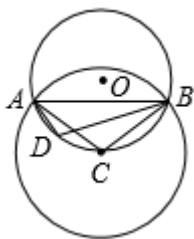
$$\therefore \angle ABC = \angle BCO = \frac{1}{2} (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

故选 B.



【点睛】此题主要考查圆内角度求解，解题的关键是熟知圆心角、弧的关系.

8. 在 $\odot O$ 中，C是 $\widehat{AB}$ 的中点，D是 $\widehat{AC}$ 上的任一点（与点A、C不重合），则（ ）



A. $AC+CB=AD+DB$

B. $AC+CB < AD+DB$

C. $AC+CB > AD+DB$

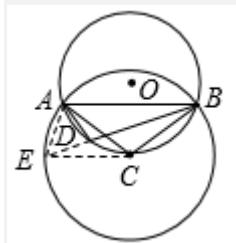
D. $AC+CB$ 与 $AD+DB$ 的大小关系不确定

【答案】C

【分析】欲求 $AC+CB$ 和 $AD+DB$ 的大小关系，需将这些线段构建到同一个三角形中，然后利用三角形的三边关系解题.

【解析】解：如图；

以 C 为圆心，AC 为半径作圆，交 BD 的延长线于 E，连接 AE、CE；



$$\because CB = CE,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CEB;$$

$$\because \angle DAC = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CEB;$$

$$\therefore AC = CE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA,$$

$$\therefore \angle CAE - \angle DAC = \angle CEA - \angle CED, \text{ 即 } \angle DAE = \angle DEA;$$

$$\therefore AD = DE;$$

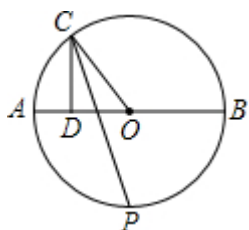
$$\therefore EC + BC > BE, EC = AC, BE = BD + DE = AD + BD,$$

$$\therefore AC + BC > BD + AD;$$

故选：C.

【点睛】本题考查圆心角、弧、弦的关系，涉及三角形三边关系等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

9. 如图，AB为 $\odot O$ 的直径，C为 $\odot O$ 上的一动点（不与A、B重合）， $CD \perp AB$ 于D， $\angle OCD$ 的平分线交 $\odot O$ 于P，则当C在 $\odot O$ 上运动时，点P的位置（ ）

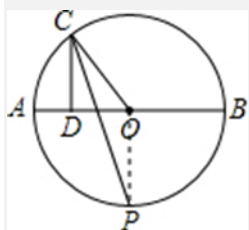


- A. 随点C的运动而变化
- B. 不变
- C. 在使 $PA=OA$ 的劣弧上
- D. 无法确定

【答案】B

【分析】因为CP是 $\angle OCD$ 的平分线，所以 $\angle DCP = \angle OCP$ ，所以 $\angle DCP = \angle OPC$ ，则 $CD \parallel OP$ ，所以弧AP等于弧BP，所以 $PA=PB$ 。从而可得出答案。

【解析】解：连接OP，



$\therefore$ CP是 $\angle OCD$ 的平分线，

$$\therefore \angle DCP = \angle OCP,$$

$$\text{又} \because OC = OP,$$

$$\therefore \angle OCP = \angle OPC,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle OPC,$$

$$\therefore CD \parallel OP,$$

$$\text{又} \because CD \perp AB,$$

$$\therefore OP \perp AB,$$

$$\therefore \overset{\frown}{AP} = \overset{\frown}{BP},$$

$$\therefore PA = PB.$$

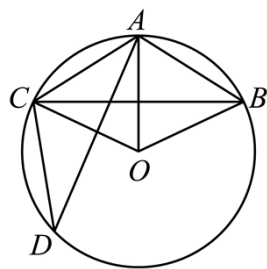
$\therefore$ 点 P 是线段 AB 垂直平分线和圆的交点,

$\therefore$ 当 C 在 $\odot O$ 上运动时, 点 P 不动.

故选 B.

【点睛】本题考查了圆心角、弦、弧之间的关系, 以及平行线的判定和性质, 在同圆或等圆中, 等弧对等弦.

10. 如图, 在半径为 6 的 $\odot O$ 中, 点 A 是劣弧 $\widehat{BC}$ 的中点, 点 D 是优弧 $\widehat{BC}$ 上一点, $\sin D = \frac{1}{2}$, 则 BC 的长为 ()



A. $6\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{3}$

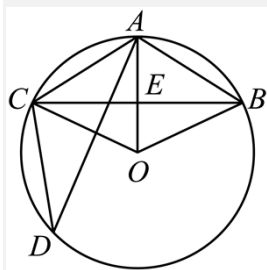
C. $\frac{7}{3}\sqrt{3}$

D. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

【答案】A

【分析】设 BC 与 OA 交于 E 点, 根据点 A 是劣弧 $\widehat{BC}$ 的中点, 得到 $\widehat{AC} = \widehat{AB}$, 继而得到 $\angle COA = \angle AOB$, 根据 $\sin D = \frac{1}{2}$, 得出锐角 $\angle D = 30^\circ$, 再同一段弧其所对圆心角是其所对应圆周角的两倍, 得到 $\angle COA = 2\angle D$, $\angle COA = 60^\circ = \angle AOB$, 再得到 $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$, 因为 $\angle OEC = 180^\circ - \angle OCB - \angle COA = 90^\circ$, 可知 $\triangle OEC$ 是直角三角形, 利用特殊角即可求出 CE, 再同理求出 BE, 即可求出 BC.

【解析】设 BC 与 OA 交于 E 点,



∵点 A 是劣弧 $\widehat{BC}$ 的中点,

∴ $\widehat{AC} = \widehat{AB}$,

∴圆心角 $\angle COA = \angle AOB$,

∵ $\sin D = \frac{1}{2}$,

∴锐角 $\angle D = 30^\circ$,

∵同一段弧其所对圆心角是其所对应圆周角的两倍, 即 $\angle COA = 2\angle D$,

∴ $\angle COA = 60^\circ = \angle AOB$,

又∵ $OC = OB$,

∴ $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$,

∴ $\angle OEC = 180^\circ - \angle OCB - \angle COA = 90^\circ$, 即 $\triangle OEC$ 是直角三角形,

∵ $OC = 6$, $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$,

∴ $CE = \frac{\sqrt{3}}{2} OC = 3\sqrt{3}$,

同理可求出 $BE = 3\sqrt{3}$,

∴ $BC = CE + EB = 6\sqrt{3}$,

故选: A.

【点睛】本题考查了锐角三角函数、圆心角与圆周角的关系、解直角三角形等知识. 依据 $\sin D = \frac{1}{2}$ 得到 $\angle D = 30^\circ$ 再得到 $\angle COA = 2\angle D$, $\angle COA = 60^\circ = \angle AOB$ 是解答本题的关键.

二、填空题

11. 120° 的圆心角是 360° 的 _____ 分之一, 它所对的弧是相应圆周长的 _____ 分之一.

【答案】 三 三

【分析】根据题意可知由于圆周角为 360° , 则圆心角是 120° 的圆心角所对弧长是圆周长的 $120^\circ \div 360^\circ = \frac{1}{3}$,

所以所对的弧长是相应的圆的周长的 $\frac{1}{3}$ ，据此解答即可．

【解析】解： $120^\circ \div 360^\circ = \frac{1}{3}$ ，

它所对的弧是相应圆周长的 $\frac{1}{3}$ ，

答： 120° 的圆心角是 360° 的三分之一，它所对的弧是相应圆周长的三分之一．

故答案为：三；三．

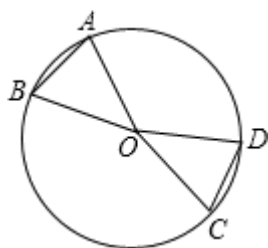
【点睛】本题考查圆的弧长和圆心角，注意掌握在同一个圆中，扇形的圆心角与 360° 度的比等于弧长与圆的周长的比．

12. 如图，OA，OB，OC，OD是 $\odot O$ 的半径，

(1) 如果 $\angle AOB = \angle COD$ ，那么_____，____=____， $\angle AOC$ _____ $\angle BOD$ ；

(2) 如果 $AB = CD$ ，那么____=____，_____；

(3) 如果 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ，那么____，____， $\widehat{AC}$ _____ $\widehat{BD}$ ．



【答案】 $AB=CD$ ， $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $=$ $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ，
 $AB=CD$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ， $=$

【分析】根据在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等进行解答．

【解析】(1) $\because \angle AOB = \angle COD$ ，

$\therefore AB = CD$ ， $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ， $\angle AOC = \angle BOD$ ；

(2) $\because AB = CD$ ，

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ；

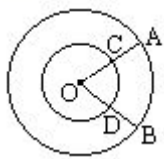
(3) $\because \widehat{AB} = \widehat{CD}$ ，

$\therefore AB = CD$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ， $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ．

故答案为 $AB=CD$ ， $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $=$ ， $\widehat{AB}$ ， $\widehat{CD}$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ， $AB=CD$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ， $=$

【点睛】此题考查了圆心角、弧、弦的关系，在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等．

13. 如图，在两个同心圆中， $\widehat{AB}$ 为 60° ，则 $\widehat{CD}$ 的度数为_____.



【答案】 60°

【分析】 根据圆心角定理可得 $\angle AOB = 60^\circ$ ，即 $\angle COD = 60^\circ$ ，则 $\widehat{CD}$ 的度数为 60° .

【解析】 $\because \widehat{AB}$ 为 60° ,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

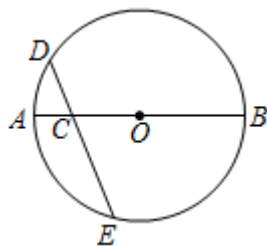
$\therefore \angle COD = 60^\circ$,

则 $\widehat{CD}$ 的度数为 60° .

故答案为 60° .

【点睛】 本题主要考查圆心角定理：圆心角的度数和它们对的弧的度数相等.

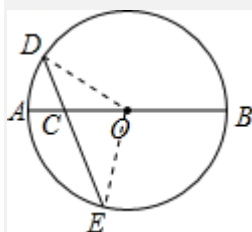
14. 如图，已知点 C 是 $\odot O$ 的直径 AB 上的一点，过点 C 作弦 DE ，使 $CD = CO$. 若 $\widehat{AD}$ 的度数为 35° ，则 $\widehat{BE}$ 的度数是_____.



【答案】 105° .

【分析】 连接 OD 、 OE ，根据圆心角、弧、弦的关系定理求出 $\angle AOD = 35^\circ$ ，根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理计算即可.

【解析】 解：连接 OD 、 OE ，



$\because \widehat{AD}$ 的度数为 35° ,

$\therefore \angle AOD = 35^\circ$,

$\because CD = CO$,

$$\therefore \angle ODC = \angle AOD = 35^\circ,$$

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle E = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - \angle ODC - \angle E = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle DOE - \angle AOD = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ,$$

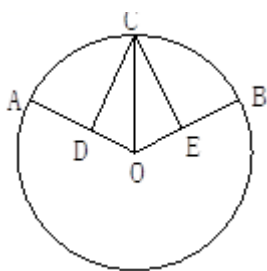
$$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ,$$

$$\therefore \widehat{BE} \text{ 的度数是 } 105^\circ.$$

故答案为 105° .

【点睛】本题考查了圆心角、弧、弦的关系定理：在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等.

15. 如图,D、E 分别是 $\odot O$ 的半径 OA、OB 上的点, $CD \perp OA$, $CE \perp OB$, $CD = CE$, 则弧 AC 与弧 CB 弧长的大小关系是_____.



【答案】相等

【分析】根据直角三角形的判定定理 HL，可得出 $\triangle COD \cong \triangle COE$ ，则 $\angle COD = \angle COE$ ，再根据在同圆中，相等的圆心角所对的弧也相等得出结论.

【解析】 $\because CD \perp OA$ 、 $CE \perp OB$,

$$\therefore \angle CDO = \angle CEO = 90^\circ,$$

$$\because CD = CE, CO = CO,$$

$$\therefore \triangle COD \cong \triangle COE,$$

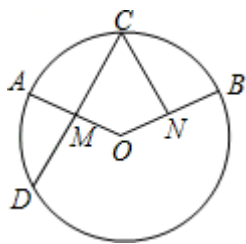
$$\therefore \angle COD = \angle COE,$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}.$$

故答案为相等.

【点睛】考查圆心角、弧、弦的关系，全等三角形的判定与性质，熟练掌握圆心角、弧、弦的关系是解题的关键.

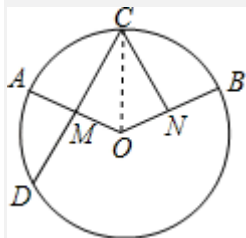
16. 如图所示, 已知 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, $OA \perp CD$ 于 M , $CN \perp OB$ 于 N , 若 $OA=r$, $ON=a$, 则 $CD=$ _____.



【答案】 $2\sqrt{r^2-a^2}$

【分析】根据圆心角、弧、弦之间关系求出 $\angle AOC = \angle BOC$, 根据角平分线性质的得出 OM 的长, 根据勾股定理计算 CM 的长, 根据垂径定理得出 $CD=2CM$, 代入求出即可.

【解析】解: 连接 OC ,



$\because C$ 为 $\widehat{AB}$ 的中点,

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$,

$\because CN \perp OB$, $CD \perp OA$, $ON=a$,

$\therefore OM = ON = a$,

$\therefore CM = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{r^2 - a^2}$,

$\because CM \perp OA$,

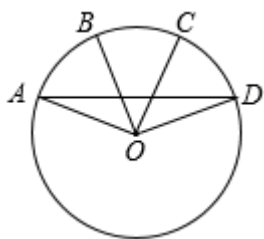
即 $OM \perp CD$,

由垂径定理得: $CD = 2CM = 2\sqrt{r^2 - a^2}$,

故答案为: $2\sqrt{r^2 - a^2}$.

【点睛】本题考查了圆心角、弧、弦之间关系、垂径定理, 角平分线性质的等知识点, 关键是求出 CM 的长和得出 $CD=2CM$.

17. 如图, A 、 B 、 C 、 D 为 $\odot O$ 上的点, 且 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$. 若 $\angle COD = 40^\circ$, 则 $\angle ADO =$ _____度.



【答案】30

【分析】先根据圆心角定理可得 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 40^\circ$ ，从而可得 $\angle AOD = 120^\circ$ ，再根据等腰三角形的性质即可得。

【解析】解：∵ $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ ， $\angle COD = 40^\circ$ ，

∴ $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 40^\circ$ ，

∴ $\angle AOD = 120^\circ$ ，

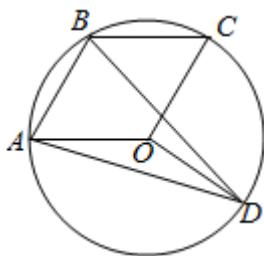
又∵ $OA = OD$ ，

∴ $\angle ADO = \angle OAD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOD) = 30^\circ$ ，

故答案为：30.

【点睛】本题考查了圆心角定理、等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握圆心角定理是解题关键.

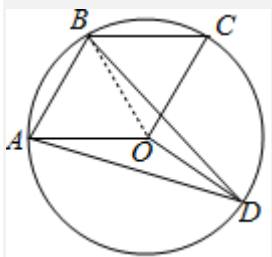
18. 如图，在平行四边形 $ABCO$ 中， $\angle C = 60^\circ$ ，点 A, B 在 $\odot O$ 上，点 D 在优弧 $\widehat{ADB}$ 上， $DA = DB$ ，则 $\angle AOD$ 的度数为_____.



【答案】150°

【分析】连接 OB ，先由平行四边形的性质得 $\angle OAB = \angle C = 60^\circ$ ，再由等腰三角形的性质得 $\angle OBA = \angle OAB = 60^\circ$ ，则 $\angle AOB = 60^\circ$ ，然后证 $\widehat{DA} = \widehat{DB}$ ，即可得出 $\angle AOD = \angle BOD = 150^\circ$ 。

【解析】解：连接 OB ，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCO$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle OAB = \angle C = 60^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\because DA = DB,$$

$$\therefore \widehat{DA} = \widehat{DB},$$

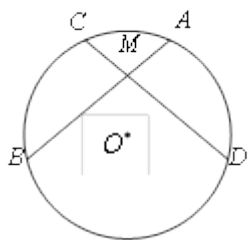
$$\therefore \angle AOD = \angle BOD = \frac{1}{2} (360^\circ - 60^\circ) = 150^\circ,$$

故答案为: 150° .

【点睛】此题考查了平行四边形以及圆的有关性质, 解题的关键是熟练掌握平行四边形以及圆的有关性质.

三、解答题

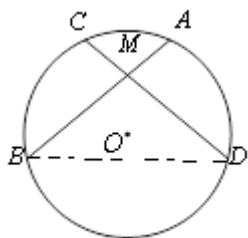
19. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 与弦 CD 相交于点 M , 且 $AB = CD$, 求证: $BM = DM$.



【答案】详见解析

【分析】连接 BD , 根据 $AB = CD$ 得到 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 再根据公共弧 $\widehat{AC}$ 得到 $\widehat{BC} = \widehat{AD}$, 再得到 $\angle D = \angle B$, 再利用等腰三角形的性质即可求解.

【解析】证明: 连接 BD .



$$\because AB = CD$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/218052057034006077>