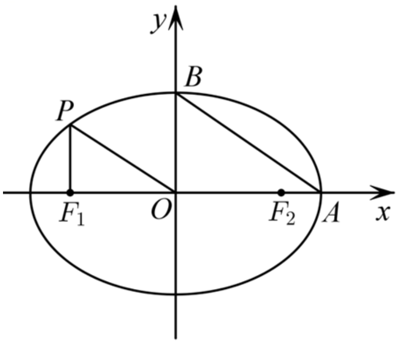
第五篇 解析几何

专题08 解析几何中的向量共线问题

常见考点

考点一 向量共线问题

典例1．如图F_1，F_2分别是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点，点$P$在椭圆$C$上，$PF_1\perp x$轴，点$A$是椭圆与$x$轴正半轴的交点，点$B$是椭圆与$y$轴正半轴的交点，且$AB // OP$，$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{2}$.



(1)求椭圆C的方程；

(2)已知M，N是椭圆C上的两点，若点$Q\left(-\frac{5}{4},0\right)$，$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\frac{7}{16}$，试探究点$M$，$F_1$，$N$是否一定共线？说明理由.

变式1-1．已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴长为6，离心率为$\frac{2}{3}$，长轴的左，右顶点分别为$A$，$B$．

(1)求椭圆C的方程；

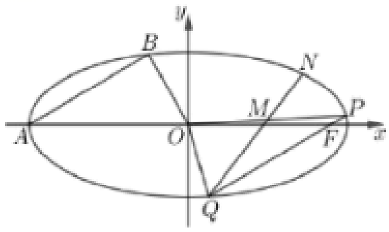
(2)已知过点$D(0,-3)$的直线l交椭圆C于M、N两个不同的点，直线AM，AN分别交y轴于点S、T，记$\overrightarrow{DS}=\lambda\overrightarrow{DO}$，$\overrightarrow{DT}=\mu\overrightarrow{DO}$（$O$为坐标原点），当直线$l$的倾斜角$\theta$为锐角时，求$\lambda+\mu$的取值范围.

变式 1-2．已知抛物线 $C:x^2=4y$，过点 $P\left(0,2\right)$ 的直线与 x 轴交于点 M，与 C 交于两点 A、B、O 为坐标原点，直线 BO 与直线 $y=-m\left(m>0\right)$ 交于点 N.

(1)若直线 AN 平行于 y 轴.求 m；

(2)设 $\overrightarrow{MA}=\lambda\overrightarrow{AP}$、$\overrightarrow{MB}=\mu\overrightarrow{BP}$，求 $\lambda+\mu$.

变式 1-3．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，过点 A 作倾斜角为 $30°$ 的直线与 C 相交于 A，B，且 $\angle ABO=90°$，其中 O 为坐标原点.



(1)求椭圆的离心率 e；

(2)若 $b=1$，过点 F 作与直线 AB 平行的直线 l，l 与椭圆 C 相交于 P，Q 两点.

①求 $k_{OP}\cdot k_{OQ}$ 的值；

②点 M 满足 $2\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}$，直线 MQ 与椭圆的另一个交点为 N，若 $\overrightarrow{NM}=\lambda\overrightarrow{NQ}$，求 λ 的值.