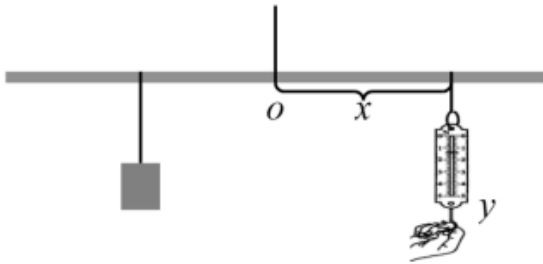


06 一次函数反比例函数及其综合应用大题综合

1. (2023·浙江丽水·统考一模) 如图, 取一根长100cm的均匀木杆, 用细绳绑在木杆的中点 O 并将其吊起来. 在中点 O 的左侧挂一个物体, 在中点 O 的右侧用一个弹簧秤向下拉, 使木杆处于水平状态. 根据杠杆原理, 当物体保持不动时, 弹簧秤的示数 y (单位: N) 是 x (弹簧秤与中点 O 的距离) (单位: cm) 的反比例函数, 当 $x=15$ 时, $y=16$.



(1) 求 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 移动弹簧秤的位置, 若木杆仍处于水平状态, 求弹簧秤的示数 y 的最小值.

【答案】(1) y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{240}{x}$

(2) 弹簧秤的示数 y 的最小值为4.8N

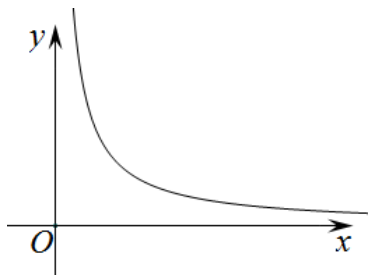
【分析】(1) 根据反比例函数的定义, 运用待定系数法即可求解;

(2) 根据反比例函数图形的性质即可求解.

【详解】(1) 解: 由题意设 $y = \frac{k}{x}$, 把 $x=15$, $y=16$ 代入, 得 $k=15 \times 16=240$,

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{240}{x}$.

(2) 解: 由(1)可知, y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{240}{x}$, $k=240>0$, x 是弹簧秤与中点 O 的距离是50cm, 如图所示,



$\because x>0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 把 $x_{\max}=50$ 代入 $y = \frac{240}{x}$, 得 $y_{\min}=4.8$,

$\therefore$ 弹簧秤的示数 y 的最小值为4.8N.

【点睛】 本题主要考查反比例函数的运用, 掌握待定系数法求反比例函数解析式, 反比

例函数图象的性质是解题的关键.

2. (2023·浙江宁波·统考三模) “戴口罩、勤洗手、常通风”已成为当下人们的生活习惯,

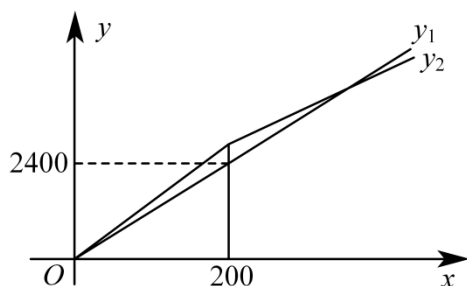
某校为做好校园防护工作. 计划采购一批洗手液, 已知某超市推出以下两种优惠方案:

方案一: 一律打八折.

方案二: 购买量不超过 200 瓶时, 按原价销售; 超过 200 瓶时, 超过的部分打六折.

设学校计划从该超市购买 x 瓶洗手液, 方案一的费用为 y_1 元, 方案二的费用为 y_2

元. y_1 、 y_2 关于 x 的函数图象如图所示.



(1) 该洗手液的标价为_元/瓶;

(2) 若 $x \geq 200$, 求 y_2 关于 x 的函数解析式;

(3) 若该校计划购买 420 瓶洗手液. 则选择哪种方案更省钱? 请说明理由.

【答案】 (1) 15

(2) 当 $x \geq 200$ 时, $y_2 = 9x + 1200$;

(3) 选择方案二更省钱.

【分析】 (1) 设洗手液的标价为 m 元, 根据图象及题意可直接进行求解;

(2) 由 (1) 及题意可直接进行求解函数解析式;

(3) 由 (2) 分别把 $x = 420$ 代入函数解析式, 然后问题可求解.

【详解】 (1) 解: 设洗手液的标价为 m 元, 由题意得: $m = \frac{2400}{0.8 \times 200} = 15$;

故答案为: 15; (2) 解: 由 (1) 及题意得: $y_1 = 15 \times 0.8x = 12x$,

当 $x \geq 200$ 时, $y_2 = 15 \times 200 + 15 \times 0.6(x - 200) = 9x + 1200$;

(3) 解: 由题意可把 $x = 420$ 分别代入 (2) 中函数解析式得:

$$y_1 = 12 \times 420 = 5040,$$

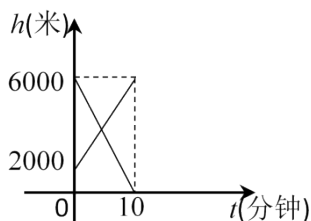
$$y_2 = 9 \times 420 + 1200 = 4980,$$

$$\because 4980 < 5040,$$

$\therefore$ 选择方案二更省钱.

【点睛】本题主要考查一次函数的应用，熟练掌握一次函数的应用是解题的关键.

3. (2023·浙江绍兴·统考一模) 在某次山地勘探任务中，小王和小明使用无人机进行了勘探. 中午12:00时小王控制的无人机A位于海拔2000米，小明控制的无人机B位于海拔6000米，接下去10分钟内两架无人机匀速上升或下降，当12:10时无人机A到达海拔6000米，无人机B刚好到达海拔0米，则海拔高度(h)与时间(t)的函数图象如图所示.



(1)求A, B无人机在12:00到12:10内海拔高度(h)与时间(t)的函数解析式;

(2)当 t 为多少时，两架无人机的高度相等.

【答案】(1)A无人机: $h = 400t + 2000$, B无人机: $h = -600t + 6000$;

(2)4

【分析】(1) 设出函数解析式，利用待定系数法求出函数解析式即可;

(2) 联立解析式，求出 t 即可.

【详解】(1) 解: 设A无人机在12:00到12:10内海拔高度(h)与时间(t)的函数解析式为: $h = k_1t + b_1$, 由图象可知, 直线过点 $(0, 2000), (10, 6000)$,

$$\text{则: } \begin{cases} 2000 = b_1 \\ 6000 = 10k_1 + b_1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_1 = 400 \\ b_1 = 2000 \end{cases},$$

$\therefore h = 400t + 2000$; 设B无人机在12:00到12:10内海拔高度(h)与时间(t)的函数解析式为: $h = k_2t + b_2$, 由图象可知, 直线过点 $(0, 6000), (10, 0)$,

$$\text{则: } \begin{cases} 6000 = b_2 \\ 0 = 10k_2 + b_2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_2 = -600 \\ b_2 = 6000 \end{cases},$$

$$\therefore h = -600t + 6000;$$

$$(2) \text{ 解: 联立 } \begin{cases} h = 400t + 2000 \\ h = -600t + 6000 \end{cases}, \text{ 得: } \begin{cases} t = 4 \\ h = 3600 \end{cases},$$

$\therefore$ 当 t 为4时，两架无人机的高度相等.

【点睛】本题考查一次函数的实际应用. 正确的识图，求出函数解析式，是解题的关键.

4. (2023·浙江台州·统考一模) 小波某时刻想喝水，饮水机显示水温为 30°C ，为预测水

烧开的时间，小波每隔 1 分钟观察一次水温，得到数据如表.

等待时间 t /分钟	0	1	2	3	
水温 T / $^{\circ}\text{C}$	30	40	50	60	

- (1)求水温 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 关于等待时间 t (单位: 分钟) 的函数解析式.
 (2)求小波喝到 100°C 开水的最短等待时间.

【答案】 (1) $T = 10t + 30 (t \geq 0)$

(2)最短等待时间为 7 分钟

【分析】 (1) 利用待定系数法求解即可;

(2) 当 $T = 100$ 时求出自变量的值即可.

【详解】 (1) 令水温 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 关于等待时间 t (单位: 分钟) 的函数解析式为

$$T = kt + b$$

将 $(0, 30)$ 、 $(1, 40)$ 代入可得
$$\begin{cases} 30 = 0 \cdot k + b \\ 40 = k + b \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} k = 10 \\ b = 30 \end{cases}$$

$\therefore$ 水温 T 关于等待时间 t 的函数解析式为 $T = 10t + 30 (t \geq 0)$ (2) 当 $T = 100$ 时即

$$10t + 30 = 100$$

解得 $t = 7$

$\therefore$ 最短等待时间为 7 分钟.

【点睛】 本题考查了一次函数的实际应用、待定系数法求解析式等知识点, 熟练掌握上述知识点是解答本题的关键.

5. (2023·浙江宁波·统考一模) 某次干旱灾情, 甲地急需抗旱用水 15 万吨, 乙地 13 万吨, 现有 A、B 两水库决定各调出 14 万吨水支援甲、乙两地抗旱, 已知从 A 水库到甲地 50 千米, 到乙地 30 千米; 从 B 水库到甲地 60 千米, 到乙地 45 千米.

(1) 设从 A 水库调往甲地水量为 x 万吨, 完成下表, 并直接写出 x 的取值范围是 _____.

调入地水量/万吨 调出地	甲	乙	总计
A	x		14

B			14
总计	15	13	28

(2)若调运水的费用为200 元/万吨·千米，求调运总费用 W 的最小值.

【答案】(1) $1 \leq x \leq 14$ ，表格见解析

(2)256000 元

【分析】(1) 根据由 A 到甲和乙的总和是14 万吨，即可表示出由 A 到乙是 $(14-x)$ 万吨，再根据到甲的总和是15 万吨，即可表示，再根据题意列出不等式组，解之可得 x 的取值范围；

(2) 首先用 x 表示出调运量的和，根据调运总费用 $W = \text{调运水的费用} \times \text{调运量的和}$ ，再根据一次函数的性质即可得出答案.

【详解】(1) 解：如图所示：

调入地水量/万吨 调出地	甲	乙	总计
A	x	$14-x$	14

B	$15-x$	$x-1$	14
总计	15	13	28

依题意得：

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 14-x \geq 0 \\ 15-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases},$$

解得： $1 \leq x \leq 14$ ，

$\therefore x$ 的取值范围是 $1 \leq x \leq 14$.

故答案为： $1 \leq x \leq 14$ 。

(2) 设从 A 水库调往甲地水量为 x 万吨，依题意，得：

$$W = 200[50x + 30(14-x) + 60(15-x) + 45(x-1)]$$

$$= 1000x + 255000,$$

$$\because 1000 > 0,$$

$\therefore W$ 随 x 的增大而增大，

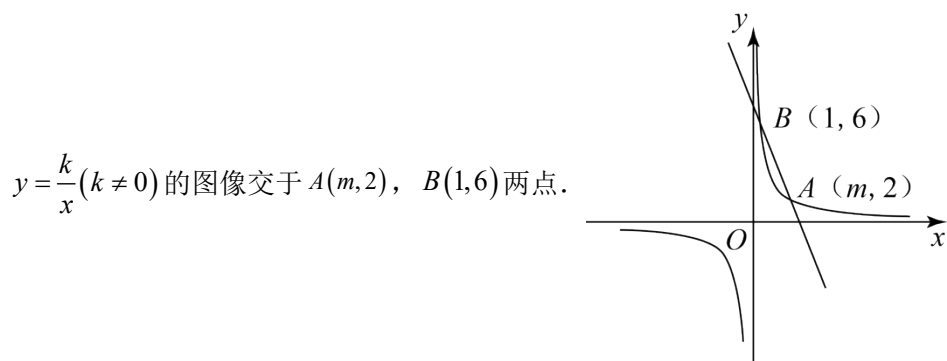
$$\because 1 \leq x \leq 14,$$

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 调运总费用 W 最小, 最小值为 $1000 \times 1 + 255000 = 256000$ (元),

$\therefore$ 调运总费用 W 的最小值为 256000 元。

【点睛】 本题考查一次函数的应用, 一元一次不等式组的应用。正确把调运总费用表示成 x 的函数是解题的关键。

6. (2023·浙江宁波·统考一模) 如图, 一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的图像与反比例函数



(1) 求反比例函数和一次函数的函数表达式;

(2) 根据图像直接写出满足当 $ax + b > \frac{k}{x}$ 时, x 的取值范围.

【答案】 (1) $y = \frac{6}{x}$, $y = -2x + 8$

(2) $x < 0$ 或 $1 < x < 3$

【分析】 (1) 用待定系数法求解析式即可;

(2) 根据两函数图像的上下位置关系结合交点横坐标, 即可得出一次函数大于反比例函数的值的 x 的取值范围.

【详解】 (1) 解: 把 $(1, 6)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 6$, $\therefore y = \frac{6}{x}$,

把 $(m, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $m = 3$, 把 $(3, 2)$, $(1, 6)$ 代入 $y = ax + b$ 得 $\begin{cases} 3a + b = 2 \\ a + b = 6 \end{cases}$, 解得

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 8.$$

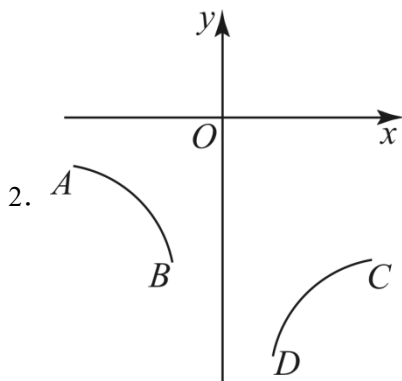
(2)

$$x < 0 \text{ 或 } 1 < x < 3$$

【点睛】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、反比例函数图像上点的坐标特征以及待定系数法求一次函数解析式, 以及利用图像求不等式的解集, 根据点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键。

7. (2023·浙江金华·统考一模) 如图, 在平面直角坐标系中, 曲线 AB 是反比例函数图

象的一部分. 把曲线 AB 关于 y 轴对称, 再向下平移 $m(m > 0)$ 个单位得到曲线 CD , 且点 D 恰好在直线 AB 上. 已知点 B 的坐标为 $(-1, -3)$, A, B 两点间的水平距离为



(1) 求曲线 AB 所在反比例函数的解析式.

(2) 求 m 的值.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{x}$

(2) $m = 2$

【分析】 (1) 将点 B 的坐标为 $(-1, -3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 即可求解;

(2) 先求出点 A 的坐标为 $(-3, -1)$, 再求出直线 AB 的关系式为 $y = -x - 4$, 求出点 D 的坐标, 即可求解.

【详解】 (1) 设: 曲线 AB 所在反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x}$,

将点 B 的坐标为 $(-1, -3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得: $-3 = \frac{k}{-1}$,

解得: $k = 3$,

$\therefore$ 曲线 AB 所在反比例函数的解析式为: $y = \frac{3}{x}$;

(2) $\because A, B$ 两点间的水平距离为 2,

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 $x = -3$,

将点 A 的横坐标 $x = -3$ 代入 $y = \frac{3}{x}$, 得: $y = \frac{3}{-3}$,

解得: $y = -1$,

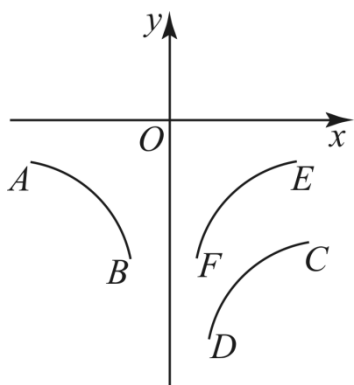
$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-3, -1)$,

设直线 AB 的关系式为: $y = ax + b$,

$\because y = ax + b$ 的图象经过点 $A(-3, -1)$ 和点 $B(-1, -3)$

则 $\begin{cases} -3a + b = -1 \\ -a + b = -3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AB 的关系式为: $y = -x - 4$, $\therefore$ 把曲线 AB 关于 y 轴对称,



∴对称后点 B 的对应点为点 F ,

∴点 F 的坐标为 $(1, -3)$,

∴把曲线 AB 关于 y 轴对称, 再向下平移 $m(m > 0)$ 个单位得到曲线 CD , 且点 D 恰好在直线 AB 上.

∴点 D 的横坐标为 1 ,

将点 D 的横坐标 $x = 1$ 代入 $y = -x - 4$, 得: $y = -1 - 4 = -5$,

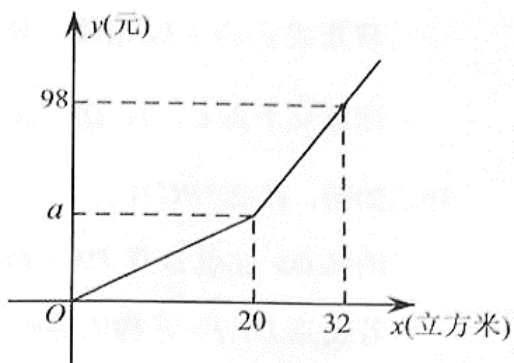
∴点 D 的坐标为 $(1, -5)$,

∴点 F 的坐标为 $(1, -3)$

∴ $m = -3 - (-5) = 2$

【点睛】本题考查求反比例函数的关系式及反比例函数与一次函数的综合问题, 解题的关键是根据题意, 正确求出关系式.

8. (2023·浙江绍兴·统考一模) 为了增强居民的节水意识, 某市规定: 每月用水量不超过 20 立方米时, 单价为每立方米 2.5 元, 每月用水量超过 20 立方米时, 单价提高. 某用户每月支付 y (元) 与用水量 x (立方米) 的函数图像如图所示, 根据图像, 回答下列问题:



(1) 求 a 的值? (2) 当每月用水量超过 20 立方米时, 求 y 关于 x 的函数关系式; 若该用户预计某个月用水量为 35 立方米, 则这个月的水费需支付多少元?

【答案】(1) 50;

(2)这个月的水费需支付 110 元

【分析】(1) 根据费用=单价×数量计算即可.

(2) 用待定系数法计算即可.

【详解】(1) 根据题意, 得 $a = 20 \times 2.5 = 50$ (元).

(2) 由图像知, 当每月用水量超过 20 立方米时, y 与 x 构成一次函数关系式,

设 $y = kx + b$, 把 $(20, 50)(32, 98)$ 代入得:

$$\begin{cases} 20k + b = 50 \\ 32k + b = 98 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 4 \\ b = -30 \end{cases}.$$

则 $y = 4x - 30$.

当 $x = 35$ 时, $y = 110$.

答: 这个月的水费需支付 110 元.

【点睛】本题考查了一次函数的实际应用, 读懂图像, 灵活运用待定系数法是解题的关键.

9. (2023·浙江·模拟预测) 已知函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 和函数 $y_2 = k_2x + b$ (k_1, k_2, b 是常数, $k_1k_2 \neq 0$).

(1) 若两函数的图象交于点 $A(1, 4)$, 点 $B(a, 1)$, 求函数 y_1, y_2 的表达式.

(2) 若点 $C(-1, n)$ 向上平移 6 个单位恰好落在函数 y_1 上, 又点 $C(-1, n)$ 向右平移 2 个单位恰好落在函数 y_2 上, 且 $k_1 + k_2 = 0$, 求 b 的值.

【答案】(1) $y_1 = \frac{4}{x}$, $y_2 = -x + 5$

(2) $b = -6$

【分析】(1) 先将点 A 的坐标代入反比例函数的解析式求出 k , 从而求出反比例函数的解析式, 最后将 B 点的坐标代入解析式就可以求出 a 的值, 然后利用待定系数法即可求得一次函数的解析式;

(2) 根据点的平移得出平移后的坐标, 代入函数解析式分别求得 k_1, k_2 的值, 根据已知条件 $k_1 + k_2 = 0$, 建立方程, 解方程即可求解.

【详解】(1) 解: 将点 $A(1, 4)$, 代入 $y_1 = \frac{k_1}{x}$,

$$\therefore k_1 = 1 \times 4 = 4,$$

$$\therefore y_1 = \frac{4}{x},$$

$$\because \text{点 } B(a, 1) \text{ 在 } y_1 = \frac{4}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore 1 = \frac{4}{a}$$

$$\therefore a = 4,$$

$$\therefore B(4, 1),$$

将 $A(1, 4)$, $B(4, 1)$, 代入 $y_2 = k_2x + b$

$$\therefore \begin{cases} k_2 + b = 4 \\ 4k_2 + b = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = -1 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = -x + 5$$

(2) $\because$ 点 $C(-1, n)$ 向上平移 6 个单位得到 $(-1, n+6)$,

依题意, 点 $(-1, n+6)$ 在 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 上,

$$\text{则 } n+6 = -k_1,$$

$$\text{解得: } n = -k_1 - 6,$$

点 $C(-1, n)$ 向右平移 2 个单位得到 $(1, n)$,

依题意, $(1, n)$ 在函数 $y_2 = k_2x + b$ 上,

$$\therefore n = k_2 + b,$$

$$\therefore -k_1 - 6 = k_2 + b \text{ 即 } k_1 + k_2 = -6 - b$$

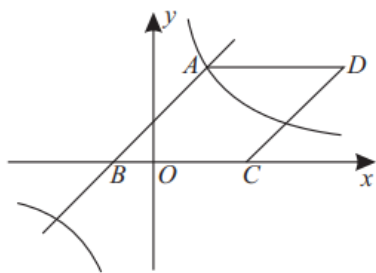
$$\text{又 } \because k_1 + k_2 = 0,$$

$$\therefore b = -6.$$

【点睛】 本题考查了一次函数与反比例函数交点问题, 待定系数法求函数解析式, 点的平移, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

10. (2023·浙江金华·统考一模) 如图, 已知反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y_2 = x + 2$ 图

象在第一象限内相交于 $A(3, n)$ 与 x 轴相交于点 B .



(1)求 n 和 k 的值.

(2)根据图象, 当 $y_1 \geq y_2$ 时, 求 x 的取值范围.

(3)如图, 以 AB 为边作菱形 $ABCD$, 使点 C 在 x 轴正半轴上, 点 D 在第一象限, 求点 D 的坐标.

【答案】 (1) $n = 5, k = 15$

(2) $x \leq -5$ 或 $0 < x \leq 3$

(3) $D(3+5\sqrt{2}, 5)$

【分析】 (1) 先将 $A(3, n)$ 代入 $y_2 = x + 2$ 即可求出 n 的值, 得出 $A(3, 5)$, 再用待定系数法求解 k 的值即可;

(2) 联立一次函数和反比例函数表达式, 求出两交点的横坐标, 结合图象, 即可写出 x 的取值范围;

(3) 先求出点 B 的坐标, 得出 AB 的长度, 根据菱形的性质可得 $AD = AB$, 即可写出点 D 的坐标.

【详解】 (1) 解: 将点 $A(3, n)$ 代入 $y_2 = x + 2$ 得: $n = 3 + 2 = 5$;

$\therefore A(3, 5)$, 将点 $A(3, 5)$ 代入 $y_1 = \frac{k}{x}$ 得: $5 = \frac{k}{3}$,

解得: $k = 15$,

$\therefore n = 5, k = 15$.

(2) 解: 联立函数表达式
$$\begin{cases} y = \frac{15}{x} \\ y = x + 2 \end{cases}$$
,

解得 $x_1 = -5, x_2 = 3$.

由图象可知, 当 $y_1 \geq y_2$ 时, $x \leq -5$ 或 $0 < x \leq 3$.

(3) 解: 对于 $y = x + 2$, 令 $y = 0$, 则 $x = -2$.

$\therefore B(-2, 0)$,

$\therefore A(3, 5)$,

$$\therefore AB = 5\sqrt{2}.$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

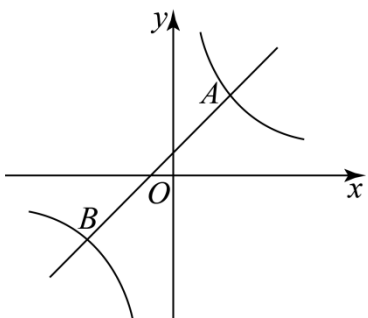
$$\therefore AD = AB = 5\sqrt{2}, \quad AD \parallel BC,$$

$$\therefore D \text{ 的坐标为 } (3+5\sqrt{2}, 5).$$

【点睛】本题主要考查了反比例函数和一次函数综合，菱形的性质，解题的关键是掌握用待定系数法求解函数表达式的方法，以及菱形四边相等.

11. (2023·浙江宁波·统考二模) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$)

的图像与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 > 0$) 的图像相交于 $A(3, 4)$, $B(-4, m)$ 两点.



(1) 求一次函数和反比例函数的解析式.

(2) 若点 $P(p, n)$ 在该反比例函数图象上，且它到 y 轴距离小于 3，请根据图象直接写出 n 的取值范围.

【答案】(1) 反比例函数为 $y = \frac{12}{x}$ ，一次函数为 $y = x + 1$ (2) $n < -4$ 或 $n > 4$

【分析】(1) 根据点 A 的坐标，用待定系数法即可求出反比例函数的解析式，将点 $B(-4, m)$ 代入反比例函数解析式，求出 m 的值，最后用待定系数法求出一函数解析式即可；

(2) 把 $y = 3, y = -3$ 分别代入反比例函数解析式，求出对应 x 的值，结合图象，即可进行解答.

【详解】(1) 解：∵ A 点为 $(3, 4)$

$$\therefore k_2 = 3 \times 4 = 12, \quad \text{即反比例函数为 } y = \frac{12}{x}$$

$$\text{将 } B(-4, m) \text{ 代入反比例函数得 } m = \frac{12}{-4} = -3$$

$$\therefore B \text{ 点为 } (-4, -3) \text{ 将 } A(3, 4)、B(-4, -3) \text{ 代入一次函数得 } \begin{cases} 3k_1 + b = 4 \\ -4k_1 + b = -3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k_1 = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

所以一次函数为 $y = x + 1$.

(2) 解: 把 $y = 3$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ 得: $3 = \frac{12}{x}$, 解得: $x = 4$;

把 $y = -3$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ 得: $-3 = \frac{12}{x}$, 解得: $x = -4$;

$\therefore$ 点 $P(p, n)$ 在该反比例函数图象上, 且它到 y 轴距离小于 3,

$\therefore n < -4$ 或 $n > 4$.

【点睛】本题主要考查了反比例函数和一次函数综合, 解题的关键是掌握用待定系数法求解函数解析式的方法和步骤.

12. 2023·浙江杭州·统考一模) 直线 $y_1 = k_1x + b$ (k_1, b 为常数, 且 $k_1 \neq 0$) 与双曲线 $y_2 = \frac{k_2}{x}$

(k 为常数, 且 $k_2 \neq 0$) 相交于 $A(2, -4), B(4, n)$ 两点, O 为坐标原点.

(1) 求上述一次函数与反比例函数的表达式.

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时, 请直接写出 x 的取值范围.

(3) 求 $\triangle OAB$ 的面积.

【答案】(1) $y_1 = x - 6$, $y_2 = -\frac{8}{x}$ (2) $0 < x < 2$ 或 $x > 4$

(3) 6

【分析】(1) 先利用待定系数法求出反比例函数解析式, 再求出点 B 的纵坐标, 利用待定系数法求出一次函数解析式即可;

(2) 根据函数图像即可得到 x 的取值范围;

(3) 根据梯形和三角形面积之间的关系得到答案即可.

【详解】(1) 把 $A(2, -4)$ 代入 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 得, $-4 = \frac{k_2}{2}$, 解得 $k_2 = -8$,

$$\therefore y_2 = -\frac{8}{x},$$

把点 $B(4, n)$ 代入 $y_2 = -\frac{8}{x}$ 得到, $n = -\frac{8}{4} = -2$,

$\therefore B(4, -2)$,

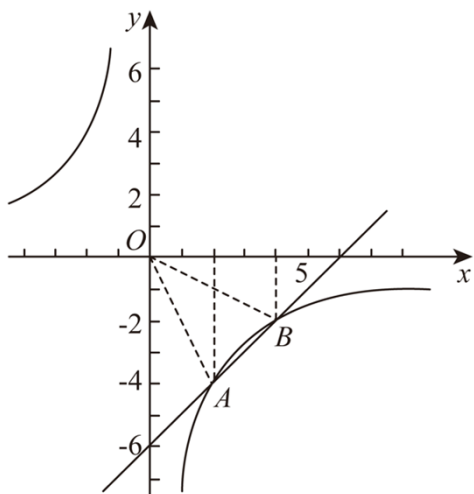
把 $A(2, -4), B(4, -2)$ 代入 $y_1 = k_1x + b$ 得,

$$\begin{cases} 2k_1 + b = -4 \\ 4k_1 + b = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = 1 \\ b = -6 \end{cases},$$

$$\therefore y_1 = x - 6,$$

(2) 由图像可知, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 $0 < x < 2$ 或 $x > 4$;



(3) $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 6$, 即 $\triangle OAB$ 的面积是 6.

【点睛】此题考查了一次函数和反比例函数综合题, 熟练掌握待定系数法和数形结合是解题的关键.

13. (2023·浙江·模拟预测) 若函数 $y_1 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与 $y_2 = 3x + k$ 图像有一个交点 A 的横坐标是 -2 .

(1) 求 k 的值,

(2) 若 y_1 与 y_2 图像的另一个交点 B 的坐标为 (m, n) , 求 $\frac{3}{n} - \frac{1}{m}$ 的值.

【答案】(1) $k = 4$

(2) -1

【分析】(1) 将点 A 的横坐标是 -2 代入一次函数求出 y_2 , 将点 A 的坐标代入反比例函数求解即可得到答案;

(2) 联立函数求解代入求解即可得到答案;

【详解】(1) 解: 将点 A 的横坐标是 -2 代入一次函数得,

$$y_2 = 3 \times (-2) + k = -6 + k,$$

再将 $(-2, -6 + k)$ 代入反比例函数可得,

$$\frac{k}{-2} = -6 + k,$$

解得: $k = 4$;

(2) 解: 由 (1) 得,

$$y_1 = \frac{4}{x}, \quad y_2 = 3x + 4,$$

联立可得,

$$3x+4=\frac{4}{x},$$

解得： $x_1=\frac{2}{3}$ ， $x_2=-2$ ， 经检验符合题意，

$$\therefore y_1=\frac{4}{\frac{2}{3}}=6,$$

$\therefore y_1$ 与 y_2 图像的另一个交点 B 的坐标为 (m,n) ，

$$\therefore m=\frac{2}{3}, n=6, \therefore \frac{3}{n}-\frac{1}{m}=\frac{3}{6}-\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1;$$

【点睛】本题考查一次函数与反比例函数交点问题，解题的关键是熟练掌握交点坐标满足两个函数代入求解。

14. (2023·浙江·模拟预测) 已知反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 与正比例函数

$y_2=x$ 的图象有一个交点为 $P(3,m)$ 。

(1)求 k 的值；

(2)将点 P 向下平移 6 个单位，再向左平移 5 个单位后，得点 P' ，试判断点 P' 是否在函数 y_1 的图象上，并说明理由；

(3)当 $y_1 > y_2$ 时，利用函数图象直接写出自变量 x 的取值范围。

【答案】(1) $k=9$

(2)点 P' 不在函数 y_1 的图象上，理由见解析

(3) $0 < x < 3$ 或 $x < -3$

【分析】(1) 将 $P(3,m)$ 代入 $y_2=x$ ，得 $m=3$ ，再将 $P(3,3)$ 代入 $y_1=\frac{k}{x}$ ，即可求出 k ；

(2) 根据平移的性质得到 P' 的坐标，再将 P' 的横坐标代入 y_1 的解析式求出 y 值与点 P' 的纵坐标比较即可；

(3) 先解方程组求出两个函数图象的交点坐标，再根据函数图象得到答案。

【详解】(1) 解：将 $P(3,m)$ 代入 $y_2=x$ ，得 $m=3$ ，

$$\therefore P(3,3),$$

将 $P(3,3)$ 代入 $y_1=\frac{k}{x}$ ，得 $3=\frac{k}{3}$ ，

解得 $k=9$ ；

(2) 点 P' 不在函数 y_1 的图象上；

∴将点 P 向下平移 6 个单位，再向左平移 5 个单位后，得点 P' ，

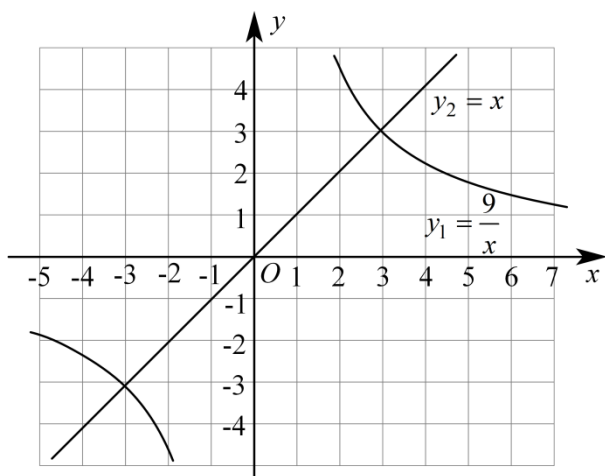
∴ $P'(3-5, 3-6)$ ，即 $P'(-2, -3)$ ，

当 $x = -2$ 时， $y_1 = \frac{9}{x} = \frac{9}{-2} = -\frac{9}{2} \neq -3$ ，∴点 P' 不在函数 y_1 的图象上；

(3) 解方程组
$$\begin{cases} y = \frac{9}{x}, \\ y = x \end{cases}$$

得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases}$ ，

∴两个函数图象交点为 $(3, 3)$ 、 $(-3, -3)$ ，



∴当 $y_1 > y_2$ 时， $0 < x < 3$ 或 $x < -3$ 。

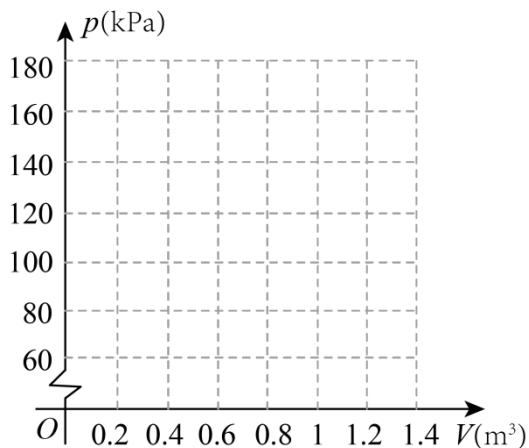
【点睛】此题考查了一次函数与反比例函数的综合，待定系数法求函数的解析式，函数图象的交点，利用函数值确定自变量的取值范围，点的平移规律，正确掌握各知识点是解题的关键。

15. (2023·浙江金华·统考二模) 某气球内充满一定质量的气体。通过测量，当温度不变时，该气球内气体的压强 p (kPa) 和气体体积 V (m^3) 的几组对应值如下表。

V (m^3)	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
p (kPa)	150.4	112.5	90.0	75.1	64.3

(1) 根据表中的数据画出函数图象，并求出压强 p (kPa) 关于体积 V (m^3) 的函数表达

式. (函数表达式中的数值精确到单位 1)



(2) 当气体体积为 2m^3 时, 气球内气体的压强是多少?

(3) 当气球内气体的压强大于 180kPa 时, 气球就会爆炸. 请问气体的体积应不小于多少时, 气球才不会爆炸.

【答案】(1) 画图见解析; $p = \frac{90}{V}$;

(2) 气球内气体的压强是 45kPa ;

(3) $0 < V < 0.5$

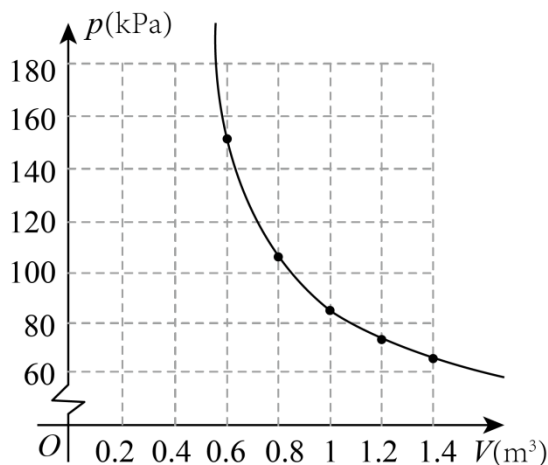
【分析】(1) 根据描点, 连线即可画出函数图象; 设函数解析式为 $p = \frac{k}{V}$, 把点 $(1, 90)$

代入函数解析式求出 k 值即可;

(2) 将 $V = 2$ 代入 (1) 中的反比例函数解析式即可求出;

(3) 由 $\frac{90}{V} > 180$, 再利用函数图象可得答案.

【详解】(1) 解: 如图, 先描点, 再连线即可;



把 $(1, 90)$ 代入 $p = \frac{k}{V}$,

$\therefore k = pV = 90$; $\therefore$ 函数关系式为: $p = \frac{90}{V}$;

(2) 当气体体积为 2m^3 时, 气球内气体的压强是 $p = \frac{90}{2} = 45$ (kPa);

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/218133133056006074>