辽宁省丹东市2024届高三下学期总复习质量测试（一）数学试卷

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．已知抛物线$y=2ax^2(a>0)$的焦点到准线的距离为1，则$a=$（　）

A．2　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{4}$

2．已知i为虚数单位，复数$z=\sum_{n=1}^{3}(1+\mathrm{i})^n$，则$\overline{z}$对应的点在（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，其前n项和为S_n，则“$d>0$”是“$S_8+S_{10}>2S_9$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=AC=AA_1$，$\angle BAC=120°$，则异面直线BA_1与AC_1所成角的余弦值为（　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{13}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{4}$

5．若$2^a=3$，$3^b=5$，$5^c=4$，则$\log_4 abc=$（　）

A．-2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．1

6．$(x+\frac{2}{x}-1)^4$的展开式中常数项为（　）

A．24　　B．25　　C．48　　D．49

7．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，直线$l:x-2y+2=0$与$C$交于$A$，$B$两点，且与$x$轴和$y$轴分别交于$E$，$F$两点，若$|AE|=|BF|$，则$C$的离心率为（　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{3}$

8．已知$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)(1+\cos\alpha)}{(1-\sin\alpha)(1-\cos\alpha)}}=4\sqrt{2}+1$，则$\sin 2\alpha=$（　）

A．$\frac{4\sqrt{2}+1}{8}$　　B．$\frac{4\sqrt{2}+1}{16}$　　C．$\frac{4\sqrt{2}-1}{8}$　　D．$\frac{4\sqrt{2}-1}{16}$

二、多选题

9．已知甲乙两人进行射击训练，两人各试射5次，具体命中环数如下表（最高环数为10.0

环），从甲试射命中的环数中任取3个，设事件A表示“至多1个超过平均环数”，事件B表示“恰有2个超过平均环数”，则下列说法正确的是（　）

人员	甲					乙				
命中环数	9.0	9.8	9.0	9.2	9.5	9.3	9.5	9.2	9.1	9.4

A．甲试射命中环数的平均数小于乙试射命中环数的平均数

B．甲试射命中环数的方差大于乙试射命中环数的方差

C．乙试射命中环数的的25%分位数是9.2

D．事件A，B互为对立事件

10．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\pi$）满足$-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$，且$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，则（　）

A．$\varphi=\frac{\pi}{3}$　　B．$f(x-\frac{\pi}{12})$为奇函数

C．$f(x)$的对称轴为$x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$　　D．$f(x)$在$[0,\pi]$上有3个零点

11．已知圆$C:(x-2)^2+(y-1)^2=9$，直线$l:kx-y+1=0$与C交于A,B两点，点M为弦AB的中点，$P(0,3)$，则（　）

A．弦$|AB|$有最小值为$2\sqrt{5}$　　B．$|OM|$有最小值为$\sqrt{2}-1$

C．$\triangle OCM$面积的最大值为$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　D．$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PM}$的最大值为9

三、填空题

12．已知集合$A=\{x\,|\,-x^2-2x+a>0\}$，$B=\mathrm{R}$，若$A\cap B=\varnothing$，则a的取值范围是_____.

13．已知球O的直径为AB，C，D为球面上的两点，点M在AB上，且$AM=3MB$，$AB\perp$平面MCD，若$\triangle MCD$是边长为$\sqrt{3}$的等边三角形，则球心O到平面BCD的距离为_____.

14．若x^2-80为完全平方数，则正整数x的取值组成的集合为_____.

四、解答题

15．记$\triangle ABC$内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\triangle ABC$面积为S，且$a^2+b^2-c^2=4\sqrt{3}S$．

(1)求C；

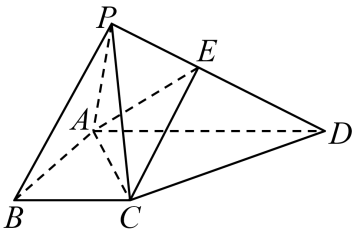
(2)若 $a=2\sqrt{3}$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=6$，求 S.

16．不透明的盒中有六个大小形状相同的小球，它们分别标有数字 –1，0，1，1，2，2，现从中随机取出 3 个小球.

(1)求取出的 3 个小球上的数字两两不同的概率；

(2)记取出的 3 个小球上的数字之积为 X，求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$PA=PB=PC=AD=2$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$，点 E 在棱 PD 上.



(1)求证：平面 $PAC\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)若平面 ACE 分两部分几何体 $PABCE$ 与 $ACDE$ 的体积之比 $3:2$，求二面角 $E-AC-D$ 的正弦值.

18．已知函数 $f(x)=\ln x+mx+1$.

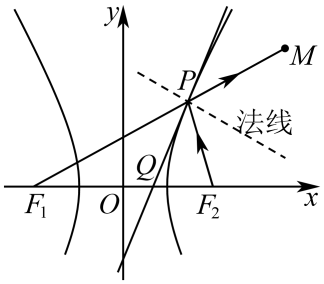
(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)当 $m=1$ 时，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=f(a_n)$

①求证：$a_n\le 2^{n-1}$；

②求证：$(1+\frac{1}{a_2^2})(1+\frac{1}{a_3^2})\cdots(1+\frac{1}{a_n^2})<\mathrm{e}$.

19．我们所学过的椭圆、双曲线、抛物线这些圆锥曲线，都有令人惊奇的光学性质，且这些光学性质都与它们的焦点有关. 如从双曲线的一个焦点处出发的光线照射到双曲线上，经反射后光线的反向延长线会经过双曲线的另一个焦点（如图所示，其中 PQ 是反射镜面也是过点 P 处的切线）. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左右焦点分别为 F_1，F_2，从 F_2 处出发的光线照射到双曲线右支上的点 P 处（点 P 在第一象限），经双曲线反射后过点 M .



(1)请根据双曲线的光学性质，解决下列问题：

当$a=1$，$b=\sqrt{3}$，且直线PF_2的倾斜角为120°时，求反射光线PM所在的直线方程；

(2)从F_2处出发的光线照射到双曲线右支上的点A处，且P,F_2,A三点共线，经双曲线反射后过点B，$AP\perp PM$，$\sin\angle PAB=\dfrac{3}{5}$，延长$F_2P$，$F_2A$分别交两条渐近线于$S,T$，点$N$是$ST$的中点，求证：$\dfrac{|NF_2|}{|F_1F_2|}$为定值.

(3)在（2）的条件下，延长PQ交y轴于点D，当四边形F_2PF_1D的面积为8时，求C的方程.

参考答案：

1．D

【分析】根据题意，利用抛物线的标准方程，即可求解.

【详解】由抛物线 $y=2ax^2(a>0)$，可化为 $x^2=\frac{1}{2a}y$，

因为抛物线 $y=2ax^2(a>0)$ 的焦点到准线的距离为 1，可得 $\frac{1}{4a}=1$，解得 $a=\frac{1}{4}$.

故选：D.

2．C

【分析】先根据复数的乘法运算求出复数 z，再根据共轭复数的定义和复数的几何意义即可得解.

【详解】$z=\sum_{n=1}^{3}(1+\mathrm{i})^n=(1+\mathrm{i})+(1+\mathrm{i})^2+(1+\mathrm{i})^2(1+\mathrm{i})=1+\mathrm{i}+2\mathrm{i}+2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})=-1+5\mathrm{i}$，

所以 $\overline{z}=-1-5\mathrm{i}$，其对应的点在第三象限.

故选：C.

3．C

【分析】由题意利用作差法结合等差数列前 n 项和基本量的计算以及充要条件的定义即可求解.

【详解】因为 $S_8+S_{10}>2S_9 \Leftrightarrow S_8+S_{10}-2S_9=a_9+a_{10}-2a_9=a_{10}-a_9=d>0$ ，

所以“$d>0$”是“$S_8+S_{10}>2S_9$”的充要条件.

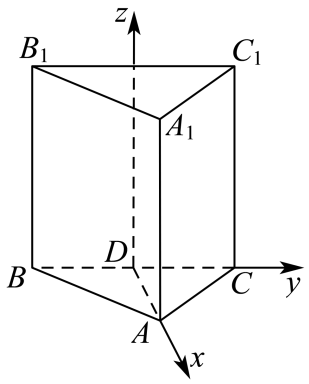
故选：C.

4．A

【分析】由题意建立适当的空间直角坐标系，求出异面直线 BA_1 与 AC_1 所在直线的方向向量，由空间向量夹角的余弦值的坐标公式即可运算求解.

【详解】取 BC 中点 D，连接 AD，因为 $AB=AC$，所以 $DA\perp DC$，

以 D 为原点，DA,DC 分别为 x,y 轴，过点 D 且垂直于面 BAC 的直线为 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



不妨设 $AB=AC=AA_1=1$，注意到 $\angle BAC=120°$，

所以 $BD=DC=\dfrac{\sqrt{3}}{2},AD=\dfrac{1}{2}$，

所以 $B\left(0,-\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right),A_1\left(\dfrac{1}{2},0,1\right),A\left(\dfrac{1}{2},0,0\right),C_1\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right)$，

所以 $\overrightarrow{BA_1}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right),\overrightarrow{AC_1}=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right)$，

所以异面直线 BA_1 与 AC_1 所成角的余弦值为

$$\left|\cos\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{AC_1}\right|=\frac{\left|\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{AC_1}\right|}{\left|\overrightarrow{BA_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC_1}\right|}=\frac{-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+1}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+1}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+1}}=\frac{3}{4}.$$

故选：A.

5．B

【分析】根据题意，结合指数幂与对数的互化公式，结合对数的换底公式，即可求解.

【详解】由 $2^a=3$，$3^b=5$，$5^c=4$，可得 $a=\log_2 3,b=\log_3 5,c=\log_5 4$，

所以 $abc=\log_2 3\times\log_3 5\times\log_5 4=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}\times\dfrac{\lg 5}{\lg 3}\times\dfrac{\lg 4}{\lg 5}=2$，则 $\log_4 abc=\log_4 2=\dfrac{1}{2}$.

故选：B.

6．D

【分析】利用二项式定理连续展开两次，然后令 $4-r-2k=0$，从而满足题意的数组 (r,k) 可以是：$(0,2),(2,1),(4,0)$，将这些数组回代入通项公式即可运算求解.

【详解】$(x+\dfrac{2}{x}-1)^4$ 的展开式通项为 $T_{r+1}=\sum\limits_{r=0}^{4}\mathrm{C}_4^r\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^{4-r}(-1)^r=\sum\limits_{r=0}^{4}\mathrm{C}_4^r(-1)^r\sum\limits_{k=0}^{4-r}\mathrm{C}_{4-r}^k x^{4-r-k}\left(\dfrac{2}{x}\right)^k$

$=\sum_{r=0}^{4}\mathrm{C}_4^r(-1)^r\sum_{k=0}^{4-r}\mathrm{C}_{4-r}^k 2^k x^{4-r-2k},(0\le r\le 4,0\le k\le 4-r,r,k\in\mathrm{N})$，

令$4-r-2k=0$，得满足题意的数组(r,k)可以是：$(0,2),(2,1),(4,0)$，

规定$\mathrm{C}_0^0=1$，

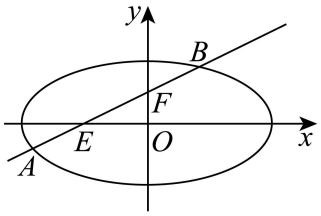
故所求为$\mathrm{C}_4^0(-1)^0\mathrm{C}_4^2 2^2+\mathrm{C}_4^2(-1)^2\mathrm{C}_2^1 2^1+\mathrm{C}_4^4(-1)^4 2^0=24+24+1=49$.

故选：D.

7．B

【分析】不失一般性，设点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),y_1<y_2$，由$|AE|=|BF|$可得$y_1+y_2=1$，所以只需联立直线$l$的方程与椭圆方程，化简后结合韦达定理即可得$a,b,c$满足的齐次关系，结合离心率公式以及$a^2=b^2+c^2$即可求解.

【详解】



分别令$x=0,y=0$，得$E(-2,0),F(0,1)$，

不失一般性，设点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),y_1<y_2$，

联立$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与$l:x-2y+2=0$得$\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\\ x-2y+2=0\end{cases}$，

化简并整理得$(4b^2+a^2)y^2-8b^2y+b^2(4-a^2)=0$，

而$\Delta=64b^4-4b^2(4b^2+a^2)(4-a^2)=4a^2b^2(4b^2-4+a^2)>0\Rightarrow a^2+4b^2>4$，

所以$y_1+y_2=\frac{8b^2}{4b^2+a^2}$，

若$|AE|=|BF|$，

则$-\sqrt{1+2^2}y_1=\sqrt{1+2^2}(y_2-1)$，也就是$y_1+y_2=\frac{8b^2}{4b^2+a^2}=1$，

解得$a^2=4b^2=b^2+c^2$，

所以$c^2=3b^2=3(a^2-c^2)$，即$4c^2=3a^2$，则C的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

8．A

【分析】首先结合二倍角公式、半角公式以及角的范围将已知等式变形为

$\dfrac{\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\cos\alpha+1}{2}}{\frac{\cos\alpha-1}{2}+\frac{1}{2}\sin\alpha}=4\sqrt{2}+1$，解得$\sin\alpha+\cos\alpha=1+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，两边平方即可求解.

【详解】因为$\alpha\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，所以$\dfrac{\alpha}{2}\in(0,\dfrac{\pi}{4})$，所以$\cos\dfrac{\alpha}{2}>\sin\dfrac{\alpha}{2}$，

所以$\sqrt{\dfrac{(1+\sin\alpha)(1+\cos\alpha)}{(1-\sin\alpha)(1-\cos\alpha)}}=\sqrt{\dfrac{\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2\cdot 2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2\cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}$

$=\dfrac{\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2}}{\left(-\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\cos\alpha+1}{2}}{\frac{\cos\alpha-1}{2}+\frac{1}{2}\sin\alpha}=4\sqrt{2}+1$，

所以$\dfrac{1}{2}\left(\sin\alpha+\cos\alpha\right)+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\left(\sin\alpha+\cos\alpha\right)\cdot\left(4\sqrt{2}+1\right)-\dfrac{1}{2}\cdot\left(4\sqrt{2}+1\right)$，

即$2\sqrt{2}\left(\sin\alpha+\cos\alpha\right)=2\sqrt{2}+1$，

所以$\sin\alpha+\cos\alpha=1+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

即$\left(\sin\alpha+\cos\alpha\right)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha=1+\sin2\alpha=\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)^2$，

所以$\sin2\alpha=\dfrac{4\sqrt{2}+1}{8}$.

故选：A.

【点睛】关键点点睛：关键是得出$\sin\alpha+\cos\alpha=1+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，由此即可顺利得解.

9．BCD

【分析】根据平均数和方差的计算公式直接求解判断选项 AB，利用25%分位数的定义判断选项 C，结合对立事件分析两事件的意义即可直接判断选项 D.

【详解】对于 A，甲试射命中环数的平均数为$\dfrac{9.0+9.8+9.0+9.2+9.5}{5}=9.3$，

乙试射命中环数的平均数为$\dfrac{9.3+9.5+9.2+9.1+9.4}{5}=9.3$，故 A 错误；

对于 B，甲试射命中环数相比乙试射命中环数，更为分散，则甲对应的方差更大，故 B 正确；

对于 C，乙试射命中环数排序为$9.1,9.2,9.3,9.4,9.5$，

因为$5\times25\%=1.25$，所以25%分位数为9.2，故 C 正确；

对于 D，因为甲试射命中环数的平均数为9.3，

且甲试射命中的环数中有两个超过平均数的，

则任取3个的情况为：“没有1个超过平均环数”、“有1个超过平均环数”和“有2个超过平均环数”，

而事件A表示“没有1个超过平均环数”或“有1个超过平均环数”，

事件事件B表示“恰有2个超过平均环数”，

所以事件A，B互为对立事件，D 正确.

故选：BCD

10．AC

【分析】先通过条件推知$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$是$f(x)$的对称中心，以及$x=\frac{7\pi}{12}$是$f(x)$的的对称轴，然后结合$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减得出$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=1$，$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，再推知$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，至此可直接验证 A 正确，而验证$f\left(\frac{\pi}{12}\right)$是否为 0 即可判断 B，分别解方程$\left|\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|=1$和$\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=0$即可判断 C 和 D.

【详解】由于$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，$-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)$，故$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{3}$对应的点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$是$f(x)$的对称中心，即$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

同样地由于$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，故最小正周期$T\geq2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2\pi}{3}$.

同时，由于对任意的实数a，方程$f(x)=a$在一个形如$[u,u+T)$的区间上至多有两个根，且在有两个根的情况下，这两个根的平均值x_0对应的直线$x=x_0$一定是$f(x)$的的对称轴，而$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$，$\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}\leq\frac{\pi}{2}+T$，从而$\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}+T\right)$，故$x_0=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{7\pi}{12}$对应的直线$x=\frac{7\pi}{12}$一定是$f(x)$的的对称轴.

现在，由于$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$是$f(x)$的对称中心，$x=\frac{7\pi}{12}$是$f(x)$的的对称轴，故$x=\frac{\pi}{12}$是$f(x)$的对称轴. 而$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，$\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{12}<\frac{\pi}{3}\leq\frac{T}{2}$，故$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=1$，$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减.

再由$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$是$f(x)$的对称中心，就知道$\frac{T}{4}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}$，所以$T=\pi$，故$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

此时得到$f(x)=\sin(2x+\varphi)$，代入$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=1$得$\sin\left(\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=1$，即$\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

从而$\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，由$|\varphi|<\pi$知$k=0$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，即$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

经验证，$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$满足条件.

然后逐一验证各个选项：

我们已经推出$\varphi=\frac{\pi}{3}$，故 A 正确；

由$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\neq0$，知函数$f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$在$x=0$处有定义但不过原点，从而不可能是奇函数，B 错误；

由于$|f(x)|=1$当且仅当$\left|\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|=1$，即$2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即$x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

故$f(x)$的对称轴是$x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，C 正确；

由于$f(x)=0$当且仅当$\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=0$，即$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即$x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，故$f(x)$在$[0,\pi]$上的全部零点是$\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}$，只有 2 个，D 错误.

故选：AC.

11．BCD

【分析】易得直线$l:kx-y+1=0$过定点$Q(0,1)$，根据点Q为弦AB的中点时，$|AB|$最小，即可判断 A；根据点M为弦AB的中点，可得$CM\perp MQ$，进而可得出点M的轨迹是以CQ为直径的圆，即可判断 B；要使$\triangle OCM$面积取得最大值，只要点M到直线OC的距离最大即可，进而可判断 C；设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立$\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=9\\kx-y+1=0\end{cases}$，利用韦达定理求出$x_1+x_2$，进而可求出$M$的坐标，再根据数量积的坐标公式结合基本不等式即可判断 D.

【详解】圆$C:(x-2)^2+(y-1)^2=9$的圆心$C(2,1)$，半径$r=3$，

直线$l:kx-y+1=0$过定点$Q(0,1)$，

因为$(0-2)^2+(1-1)^2=4<9$，所以点$Q(0,1)$在圆内，

所以直线l与圆C一定相交，

当点Q为弦AB的中点时，$|AB|$有最小值，

此时直线l的斜率不存在，而直线l的斜率一定存在，

所以$|AB|>2\sqrt{r^2-|CQ|^2}=2\sqrt{9-4}=2\sqrt{5}$，故A错误；

因为点M为弦AB的中点，所以$CM\perp AB$，即$CM\perp MQ$，

所以点M的轨迹是以CQ为直径的圆(去除$(0,1)$)，圆心为$N(1,1)$，半径为1，

所以轨迹方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1(x\neq 0)$，

因为$(0-1)^2+(0-1)^2=2>1$，所以点O在圆外，

所以$|OM|$的最小值为$\sqrt{(0-1)^2+(0-1)^2}-1=\sqrt{2}-1$，故B正确；

对于C，$|OC|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$，

要使$\triangle OCM$面积取得最大值，只要点M到直线OC的距离最大即可，

直线OC的方程为$y=\frac{1}{2}x$，即$x-2y=0$，

圆心$N(1,1)$到直线OC的距离$d=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以点M到直线OC的距离最大值为$\frac{\sqrt{5}}{5}+1$，

所以$\triangle OCM$面积的最大值为$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\left(\frac{\sqrt{5}}{5}+1\right)=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，故C正确；

对于D，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=9\\ kx-y+1=0\end{cases}$，得$(k^2+1)x^2-4x-5=0$，

则$x_1+x_2=\frac{4}{k^2+1}$，故$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2=\frac{2k^2+4k+2}{k^2+1}$，

所以点M的坐标为$\left(\frac{2}{k^2+1},\frac{k^2+2k+1}{k^2+1}\right)$，

则$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PM}=(0,-3)\cdot\left(\frac{2}{k^2+1},\frac{-2k^2+2k-2}{k^2+1}\right)=6\cdot\frac{k^2-k+1}{k^2+1}=6\left(1-\frac{k}{k^2+1}\right)$，

当$k=0$时，$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PM}=6$，

当$k>0$时，$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PM}<6$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/225113140034011141