§5.1正弦函数的图象与性质再认识

情境导入

公元5世纪到12世纪,印度数学家对三角学做出了较大的贡献.尽管当时三角学仍然是天文学的一个计算工具,但是三角学的内容却由于印度数学家的努力而得到大大的丰富.三角学中“正弦”的概念是由印度数学家首先引进的.

当我们遇到一个新函数时,它总具有许多基本性质,要直观、全面了解基本特性,自然是从它的图象入手,画出它的图象,观察图象的形状,看它的特殊点,并借助它的图象研究它的性质,如值域、单调性、奇偶性、最值等.今天我们就来一起学习正弦函数的图象和性质.

课标要求

1. 能用“五点法”画正弦函数在[0, 2π]上的图象. 2. 理解正弦曲线的意义. 3. 掌握正弦函数的性质，会求正弦函数的最小正周期，单调区间和最值.

素养要求

1. 通过画正弦函数的图象，培养直观想象素养.

2. 通过正弦函数性质的应用，培养数学运算素养.

探究导学

探究点1　正弦函数的图象

在§3中引入了弧度制，在§4中我们借助单位圆学习了正弦函数、余弦函数的概念、性质和诱导公式.

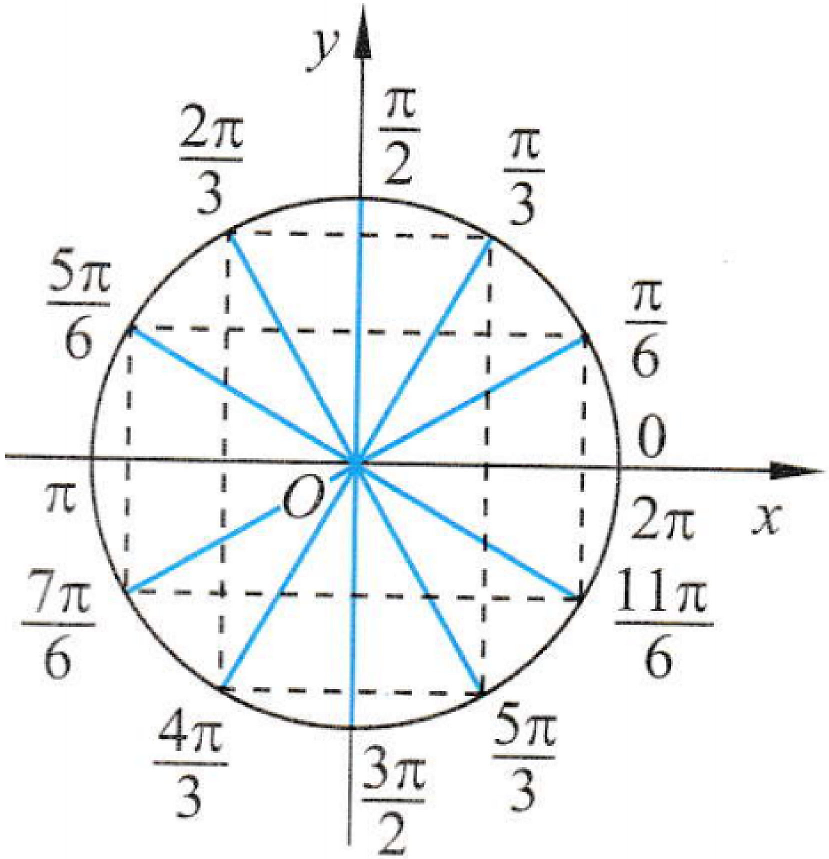
从现在起，正弦函数和余弦函数分别表示为$y=\sin x$和$y=\cos x$，并在平面直角作标系中讨论它们的图象和性质.

应该注意到，由于自变量x是用弧度表示的，这里讨论的函数y=sinx和y=cosx都是R的两个子集中元素之间的对应，它们都是周期函数，自变量x可以与角度无关.

因此，自然界大量的周期现象(如简谐振动、潮汐现象等)都可以用这类函数来描述.

先画出正弦函数y=sinx 在区间x∈[0，2π]上的图象.在区间[0，2π]上取一系列的x值，例如，$0,\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2},\cdots,2\pi,$

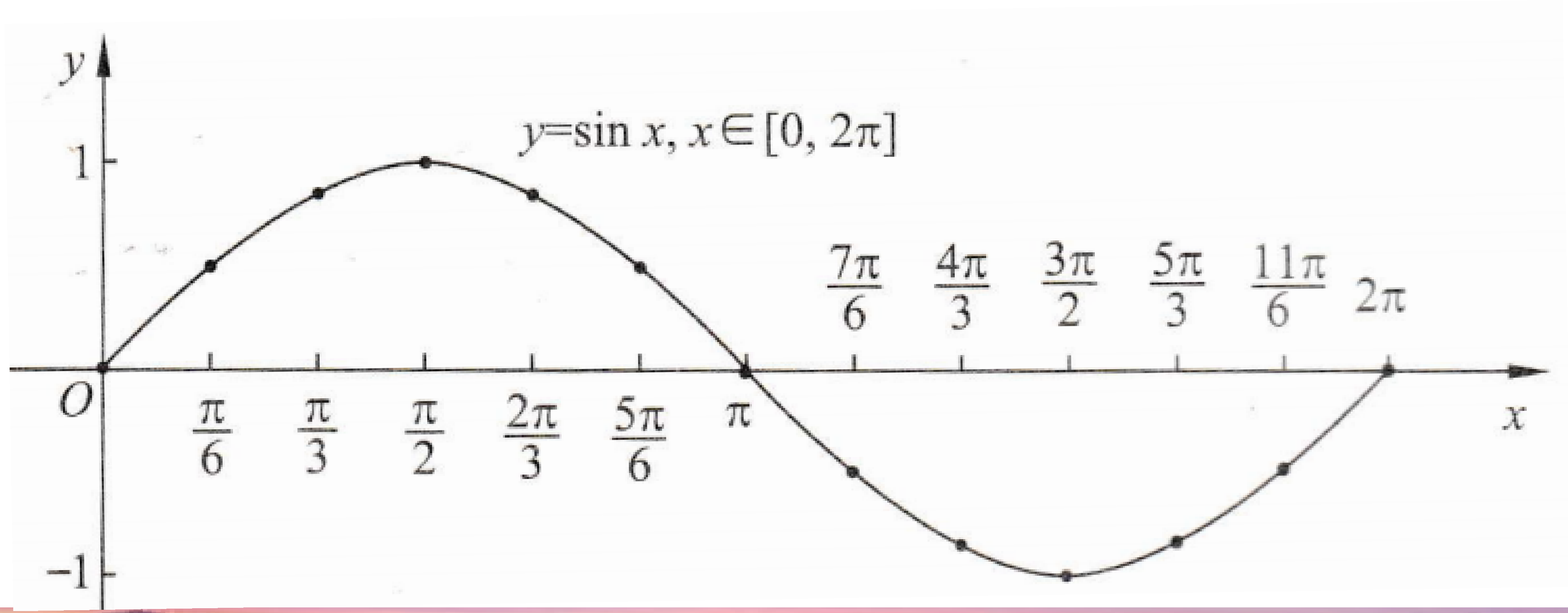
并借助单位圆获得对应的正弦函数值（如图）.



列表(如表).

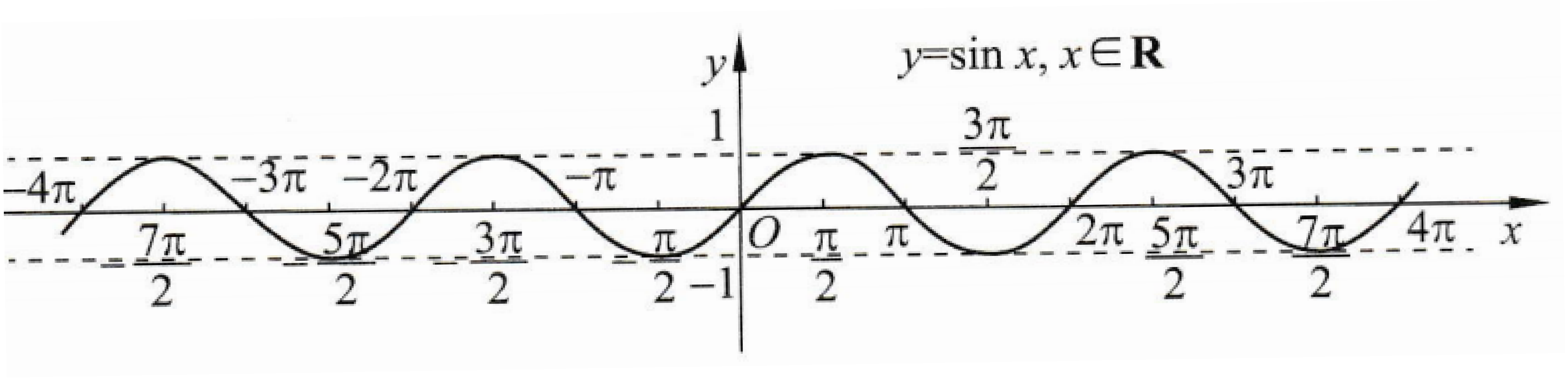
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

利用表中的数据，先在平面直角坐标系内描点，结合对函数y=sinx性质的了解，用光滑曲线顺次连接，就可以得到函数y=sinx在区间[0，2π]上的图象(如图).



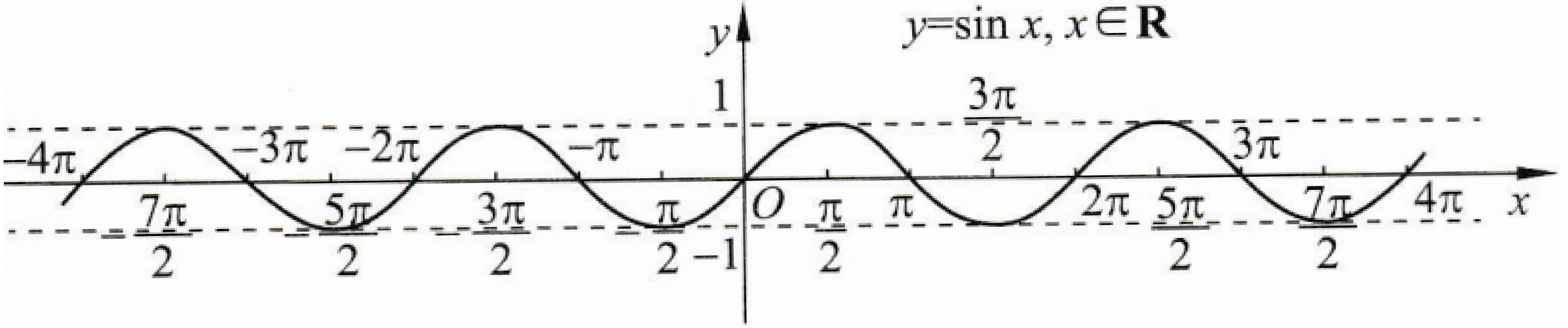
思考：

根据函数y=sinx，x∈[0， 2π]的图象，你能想象函数y=sinx，x∈R的图象吗？



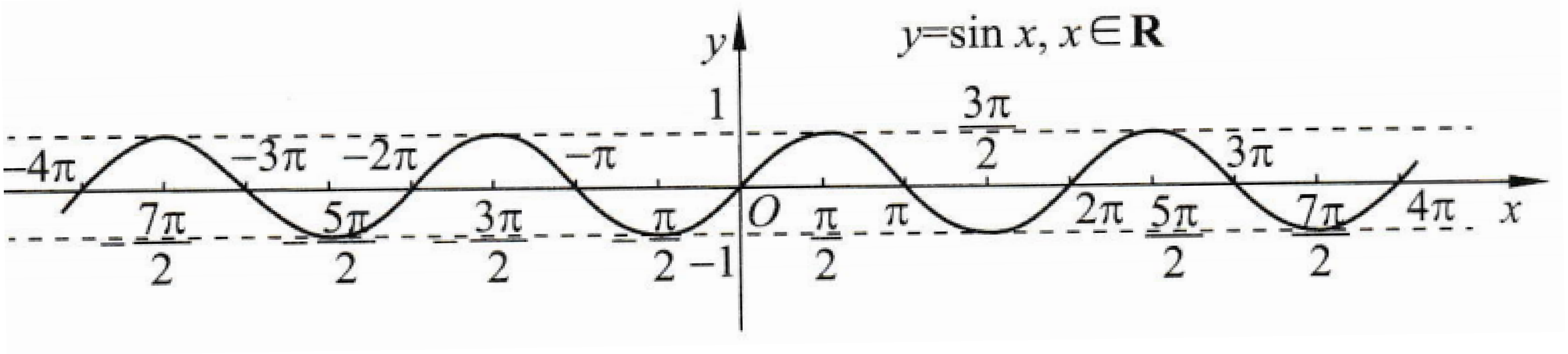
将函数y=sinx，x∈[0， 2π]的图象向左、右平移(每次平移2π个单位长度)，就可以得到正弦函数y=sinx，x ∈ R的图象(如图).正弦函数的图象称作正弦曲线.

这就是正弦函数图象的几何画法



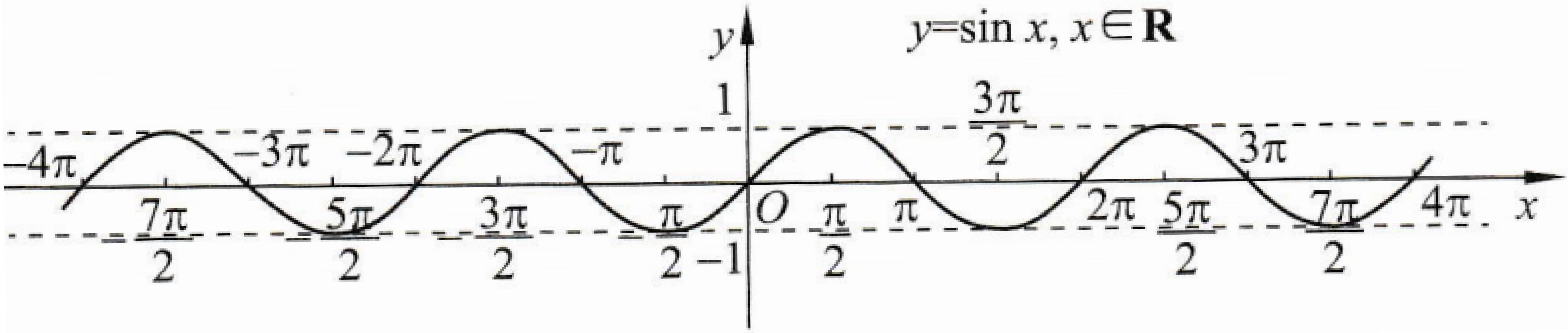
探究点2　　正弦函数性质的再认识

请观察正弦函数的图象(如图)，进一步理解正弦函数的性质.



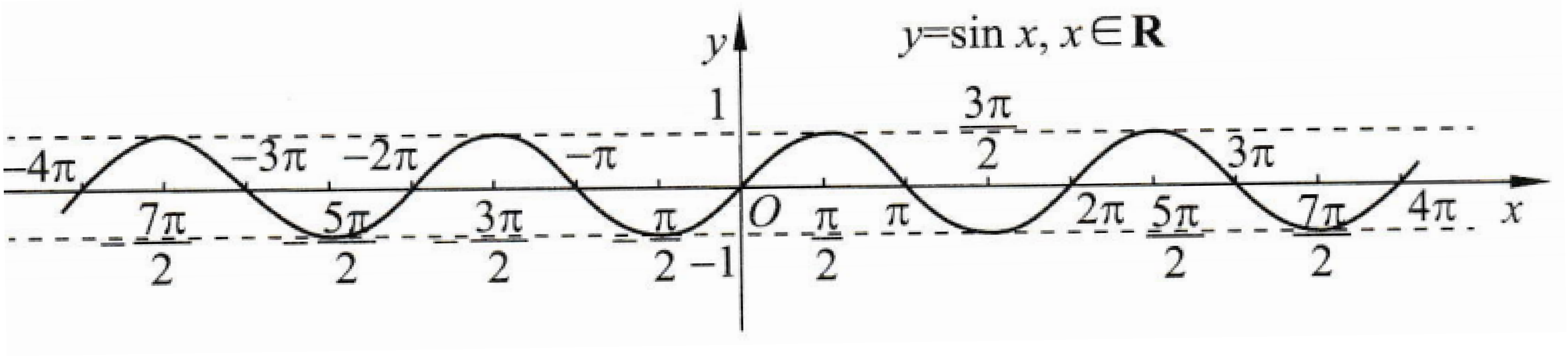
1. 定义域

正弦函数的定义域是R.



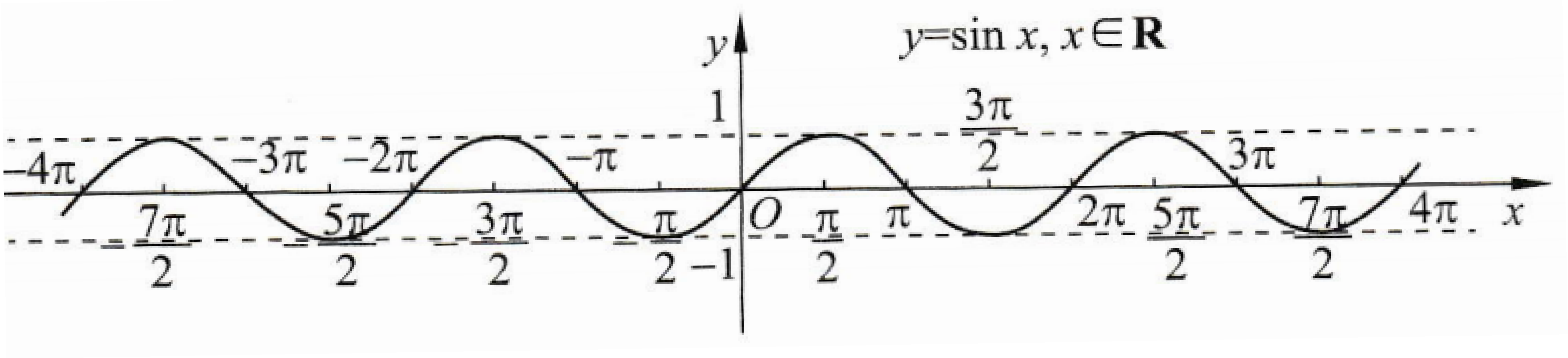
2.周期性

从正弦函数的图象(如图)可以看到，当自变量x的值增加2π的整数倍时，函数值重复出现.即正弦函数是周期函数，它的最小正周期为2π.同样，也可以从诱导公式$\sin(x+2k\pi)=\sin x$，$k\in Z$中得到正弦函数的最小正周期为2π.



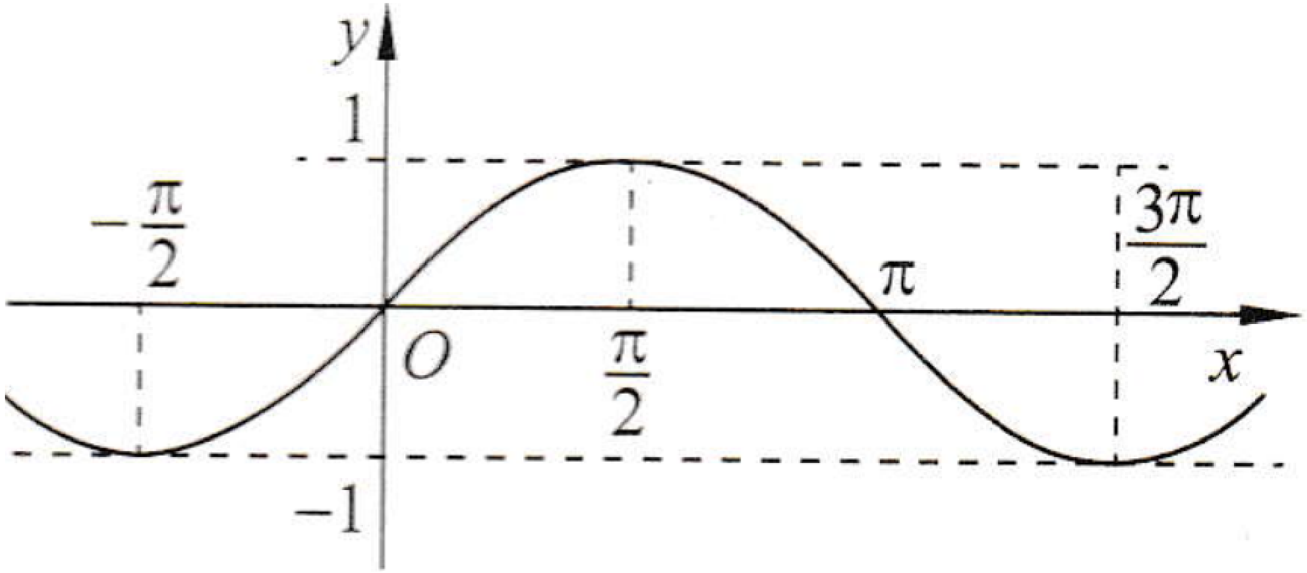
2. 周期性

因此，为了研究问题方便，可以任意选取一个2π长度的区间，讨论y=sinx的性质，然后延拓到定义域R上.



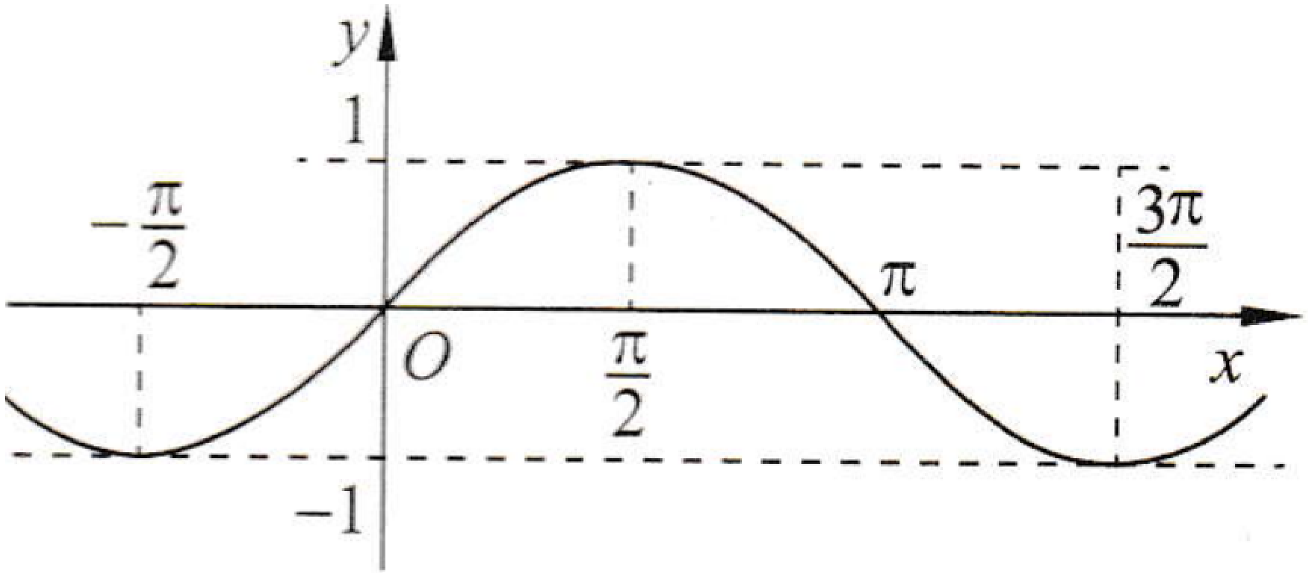
3. 单调性

在正弦函数的图象中，选取长度为2π的区间$[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$观察图，可以看出：当x由$-\frac{\pi}{2}$增加到$\frac{\pi}{2}$时，sinx的值由-1增加到1；当x由$\frac{\pi}{2}$增加到$\frac{3\pi}{2}$时，sinx的值由1减小到-1.



3. 单调性

正弦函数在区间 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增,在区间 $[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$ 上单调递减.

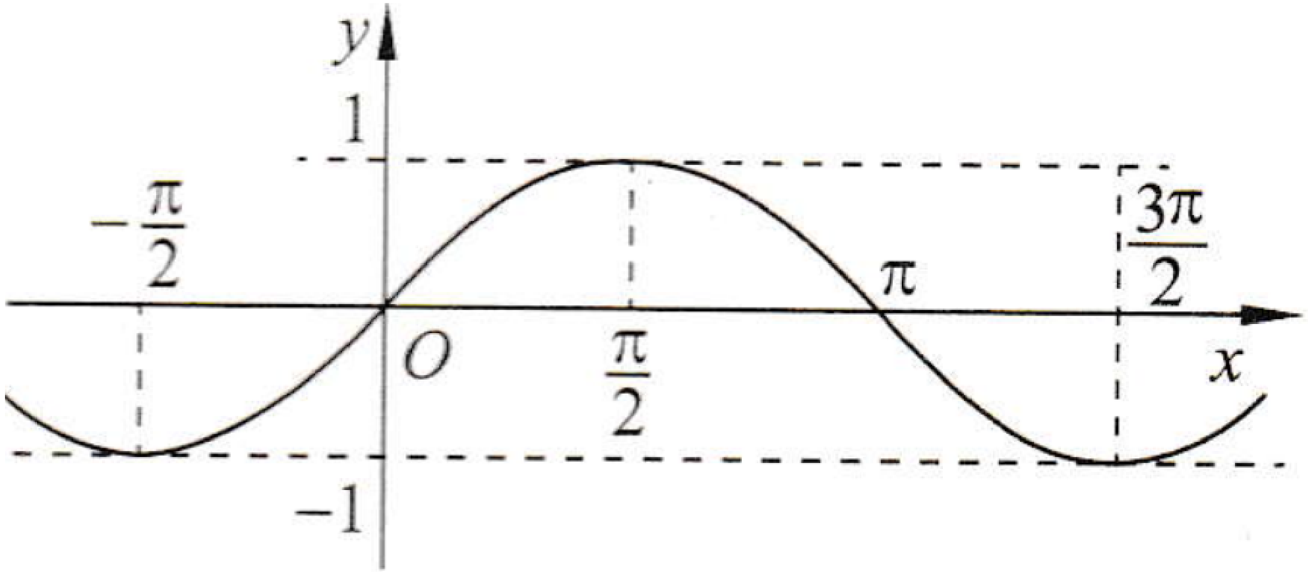


3. 单调性

由正弦函数的周期性可知，

正弦函数在每一个区间 $[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]$ $k\in z$上都单调递增，

在每一个区间 $[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}]$ $k\in z$上都单调递减.



4. 最大(小)值和值域

设集合$A=\{x\mid x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\ k\in z\}$, $B=\{x\mid x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}k\in z\}$,

当$x\in A$时, 正弦函数$y=\sin x$取得最大值1;反之，当正弦函数$y=\sin x$达到最大值1时, $x\in A$.

当$x\in B$时, 正弦函数$y=\sin x$取得最小值-1;反之，当正弦函数$y=\sin x$达到最小值-1时, $x\in B$.