

2024 年 1 月“九省联考”考后提升卷

高三数学

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 现有一组数据: 663, 664, 665, 668, 671, 664, 656, 674, 651, 653, 652, 656, 则这组数据的第 85 百分位数是()

- A. 652 B. 668 C. 671 D. 674

2. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点、右顶点、左焦点恰好是等腰三角形的三个顶点, 则

椭圆 C 的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

3. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且满足 $S_n = (-1)^n a_n - 2^{-n}$, 则 $S_5 + S_6 =$ ()

- A. $-\frac{1}{64}$ B. $-\frac{1}{32}$ C. $-\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{64}$

4. 已知 m, n 为异面直线, 直线 l 与 m, n 都垂直, 则下列说法不正确的是()

- A. 若 $l \perp$ 平面 α , 则 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$
B. 存在平面 α , 使得 $l \subset \alpha, m \subset \alpha, n \parallel \alpha$

C. 有且只有一对互相平行的平面 α 和 β , 其中 $m \subset \alpha, n \subset \beta$

D. 至少存在两对互相垂直的平面 α 和 β , 其中 $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$

5. 某学校举办运动会, 径赛类共设 100 米、200 米、400 米、800 米、1500 米 5 个项目, 田赛类共设铅球、跳高、跳远、三级跳远 4 个项目. 现甲、乙两名同学均选择一个径赛类项目和一个田赛类项目参赛, 则甲、乙的参赛项目有且只有一个相同的方法种数等于()

- A. 70 B. 140 C. 252 D. 504

6. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 在侧面 CC_1D_1D (含边界) 内运动, Q 在底面 $ABCD$ (含边界) 内运动, 则下列说法不正确的是()

- A. 若直线 BP 与直线 AD 所成角为 30° , 则 P 点的轨迹为圆弧
B. 若直线 BP 与平面 $ABCD$ 所成角为 30° , 则 P 点的轨迹为双曲线的一部分

C. 若 $|D_1Q| = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 Q 点的轨迹为线段

D. 若 Q 到直线 DD_1 的距离等于 Q 到平面 ABB_1A_1 的距离, 则点 Q 的轨迹为抛物线的一部分

7. 已知角 β 的终边上一点 P 的坐标为 $(2, \sqrt{3})$, 则 $\tan\left(\beta - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值为()

- A. 0 B. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

8. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 点 P 为双曲线渐近线上一点,

若 $PF_1 \perp PF_2$, $\tan \angle PF_1F_2 = \frac{1}{3}$, 则双曲线 Γ 的离心率为()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 将函数 $f(x) = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再将图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 得到 $g(x)$ 的图象, 则()

A. 函数 $g(x - \frac{\pi}{3})$ 是偶函数

B. $x = -\frac{\pi}{6}$ 是函数 $g(x)$ 的一个零点

C. 函数 $g(x)$ 在区间 $[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增

D. 函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

10. 已知 z_1 与 z_2 是共轭复数, 以下四个命题一定是正确的是()

A. $z_1^2 = |z_1|^2$ B. $z_1 z_2 = |z_2|^2$ C. $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ D. $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$

11. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x + \frac{7}{2}) + f(x) = 0$, 且 $y = f(x - \frac{7}{4})$ 为奇函数, 则下列说法一定正确的是()

A. 函数 $f(x)$ 的周期为 $\frac{7}{2}$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(-\frac{7}{4}, 0)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 为偶函数

D. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{7}{4}$ 对称

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知集合 $A = \left\{ x + \frac{x+1}{x} < 0 \right\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 且 $A \not\subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

13. 甲、乙两个圆锥的母线长相等, 侧面展开图的圆心角之和为 2π , 侧面积分别为 $S_{\text{甲}}$ 和 $S_{\text{乙}}$, 体积分别为 $V_{\text{甲}}$ 和 $V_{\text{乙}}$. 若 $\frac{S_{\text{甲}}}{S_{\text{乙}}} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} =$ _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} = -\frac{1}{2}$, $a_1 = -2, a_2 = \frac{1}{4}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项积的最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 设函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2$, $g(x) = e^x - bx$, $a, b \in \mathbb{R}$, 已知曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - y + 1 = 0$ 垂直.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $g(x)$ 的单调区间;

16. (15 分) 为倡导公益环保理念, 培养学生社会实践能力, 某中学开展了旧物义卖活动, 所得善款将用于捐赠“圆梦困境学生”计划. 活动共计 50 多个班级参与, 1000 余件物品待出售. 摄影社从中选取了 20 件物品, 用于拍照宣传, 这些物品中, 最引人注目的当属优秀毕业生们的笔记本, 已知高三 1, 2, 3 班分别有 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 的同学有购买意向. 假设三个班的人数比例为 6: 7: 8

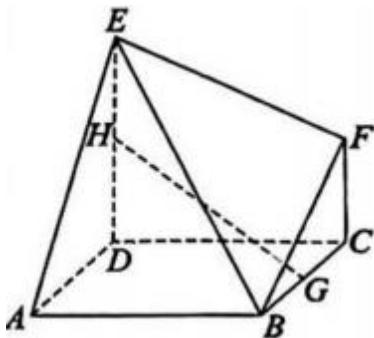
(1)现从三个班中随机抽取一位同学：

(i)求该同学有购买意向的概率；

(ii)如果该同学有购买意向，求此人来自 2 班的概率；

(2)对于优秀毕业生的笔记本，设计了一种有趣的“掷骰子叫价确定购买资格”的竞买方式：统一以 0 元为初始叫价，通过掷骰子确定新叫价，若点数大于 2，则在已叫价格基础上增加 1 元更新叫价，若点数小于 3，则在已叫价格基础上增加 2 元更新叫价；重复上述过程，能叫到 10 元，即获得以 10 元为价格的购买资格，未出现叫价为 10 元的情况则失去购买资格，并结束叫价.若甲同学已抢先选中了其中一本笔记本，试估计其获得该笔记本购买资格的概率(精确到 0.01).

17. (15 分) 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $DE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CF \parallel DE$ ，且 $AB = DE = 2$ ， $CF = 1$ ， G 为棱 BC 的中点， H 为棱 DE 上的动点.



(1) 求二面角 $A - BE - F$ 的正弦值；

(2) 是否存在点 H 使得 $GH \parallel$ 平面 BEF ？若存在，求 $\frac{EH}{ED}$ 的值；否则，请说明理由.

18. (17 分) 与 x 轴不垂直的直线 l 交抛物线 $T: y^2 = 2px (p > 0)$ 于 M 、 N 两点， F 为抛物线的焦点，

线段 MN 的垂直平分线交 x 轴于点 E(3,0), 已知 O(0,0), Q(4,0) 且有 $|MF| + |NF| = 4$

(1) 求抛物线 T 的方程:

(2) 过 F 的直线交抛物线 T 于 A、B 两点, 延长 AQ、BQ 分别交抛物线 T 于 C、D; G、H 分别为 AB、

以上内容仅为本文档的试下载部分, 为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文, 请访问: <https://d.book118.com/226130212025010104>