

七年级上册数学全册期末复习资料

精典专题一 有理数 课本-中考-奥数

一、 单元典型题例

1. 有理数的分类

易错题 (1) π 不是有理数; (2) 0 既不是正数, 也不是负数; (3) $-a$ 是负数吗?

2. 有理数的大小比较

有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 试比较 $a, -a, b, -b, c, -c, 0$

3. 利用绝对值的定义求值

已知 $|a|=3, |b|=5$, 且 $a < b$, 求 $a-b$ 的值

4. 逆用数学公式、法则

若 $x+y < 0, xy < 0, x > y$, 则有 ()

A $x > 0, y < 0, x$ 的绝对值较大; B $x > 0, y < 0, y$ 的绝对值较大;

C $x < 0, y > 0, x$ 的绝对值较大; D $x < 0, y > 0, y$ 的绝对值较大.

5. 利用绝对值的非负性求值

若 $|x-1| + |y+3| = 0$, 求 $x+y$ 的值

6. 有理数混合运算

计算 $|-15| + 15(-1)^{2013} - 5^2 \times (-0.2)^3$

二. 单元基础检测

得分

1. (济宁) 在数轴上到原点距离等于 2 的点所表示的数为 ()

A 2 B -2 C D 不能确定

2. 若 $|a-2| + (b+3)^2 = 0$, 则 $(a+b)^{2013}$ 的值为 ()

A -1 B 1 C D 5^{2013}

3. 下列说法: (1) 绝对值等于与它本身的数是正数; (2) 近似数 2.34 万精确到百分位; (3) $-a+b$ 与 $a-b$ 互为相反数; (4) 一个数的倒数等于它的本身, 这样的有理数有两个; (5) $a^2 = (-a)^2$; (6) 若 $|a| > b$, 则 $a^2 > b^2$, 其中正确的个数有 () A 2 个 B 3 个 C 4 个 D 5 个

4.

5. (盐城中考)

$a_4 = -|a_3 + 3|$, ..., 依次类推, 则 a_{2012} 的值为

- A. -1005 B. -1006 C. -1007 D. -2012

6. 计算 $-(-1) + \frac{1}{2} \times (-2)^3 + |-2| =$

7. (永州) 已知 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0$, 则 $\frac{ab}{|ab|}$ 的值为_____。

8. $2(-3)^2 - 4 \times (-2) + 10$

9. $(-30) \times (\frac{1}{3} - \frac{5}{6} - \frac{3}{10})$

10. $-14 - (2.5 - 2) \times \frac{1}{4} \times [4 - (-1)^3]$

11. 若 $ab > 0$, $a + b < 0$, 且 $|a| = 5$, $|b| = 2$, 则 $a^3 + b^2$ 的值是多少?

12. 有 20 筐白菜, 以每筐 25 千克为标准, 超过或不足的千克数分别用正、负数来表示, 记录如下:

(1) 20 筐白菜中, 最重的一筐比最轻的一筐多重多少千克?

(2) 与标准重量比较, 20 筐白菜总计超过或不足多少千克?

(3) 若白菜每千克售价 2.6 元, 则出售这 20 筐白菜可卖多少元? (结果保留整数)

三、有理数的计算提高版

例 1. 求和 $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2012}$

例 2. 已知 a 、 b 、 c 都不等于 0, 且 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的最大值为 m , 最小值为 n ,

求 $2012^{(m+n+1)}$ 的值。

例 3. 若 $(2x-1)^5 = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$, 求 $b+d$ 的值。

【练习一组】

1. 计算 $(1 - \frac{1}{19})(1 - \frac{1}{20})(1 - \frac{1}{21}) \dots (1 - \frac{1}{95})(1 - \frac{1}{96})$

2. 计算 $\frac{1-2+3-4+\dots-14+15}{-2+4-6+8-\dots+28-30}$

3. $|x|=x+1$, 求 $(2x+2)^{2012}$ 的值

4. 若 a, b 互为相反数, 求 $\frac{2000a^2 + 12b^2}{2012ab}$ 的值

四. 奥数经典讲与练

1. a, b 是有理数, 下列说法不正确的是_____ (填上不正确说法的序号)

①若 $a \neq b$, 则 $a^2 \neq b^2$; ②若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$; ③若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$; ④若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$;

2. 给定一系列数 $a_1, a_2, \dots, a_{2009}$, 其中 $a_1 = 1$, 且每相邻两项之和等于 4, 求 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_{2007} - a_{2008} + a_{2009}$ 的值

3. 已知 $y = |x-a| + |x+19| + |x-a-96|$, 如果 $19 < a < 96, a \leq x \leq 96$, 求 y 的最大值。

4. 有理数 a 、 b 、 c 均不为 0，且 $a+b+c=0$ ，设 $x=\frac{|a|}{b+c}+\frac{|b|}{a+c}+\frac{|c|}{a+b}$ ，求 $x^{19}-32x+2004$

5. 计算： $\frac{1}{3\times 7}+\frac{1}{7\times 11}+\frac{1}{11\times 15}+\cdots+\frac{1}{55\times 59}$

6. 若 $(a-1)^2+|ab-2|=0$ ，求 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+100)(b+100)}$

7. $(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}-\frac{3}{16})\times 48-35.75\times 2\frac{4}{5}+(-25\frac{1}{4})\times (-2\frac{4}{5})+4.5\times (-2\frac{4}{5})$

8. 已知 a 是有理数，求 $|a-2009|+|2010-a|$ 的最小值。

9. 计算 $\frac{1+2+3+\cdots+2010}{(1-\frac{1}{1006})(1-\frac{1}{1007})(1-\frac{1}{1008})\cdots(1-\frac{1}{2010})}$

10. 计算 $|\frac{1}{1001}-\frac{1}{1000}|+|\frac{1}{1002}-\frac{1}{1001}|-|\frac{1}{1002}-\frac{1}{1000}|$

11. 若 a 、 b 、 c 为整数，且 $|a-b|_{11}+|c-a|_{11}=1$ ，试求 $|c-a|+|a-b|+|b-c|$ 的值

精典专题二 有理数的运算和应用

一. 知识回顾

1. 同号两数相加, 取_____的符号为和的符号, 并把他们的绝对值相加; 异号两数相加, 取_____的符号为和的符号, 再用两数的绝对值____减____即可. 减去一个数等于加上这个数的_____.
2. 两数相乘, 同号得____, 异号得____, 再将绝对值相乘. 任何数和 0 相乘积为____; 两数相除, 同号得____, 异号得____, 再将绝对值相除; 0 除以任何不为 0 的数, 都得____; 除以不为 0 的数等于乘以这个数的_____;
3. 几个不等于 0 的数相乘, 积的符号由_____来决定; 几个数相乘, 有一个数为 0, 则积为_____.
3. 正数的任何次幂都是_____, 负数的____次幂是正数, ____次幂是负数.

二. 重点突破

训练重点一: 能准确地进行有理数的加减及加减运算, 运用加减运算法则进行简单数的推理

1. 下列结论不正确的是().

A 若 $a > 0, b < 0$, 则 $a - b > 0$

B 若 $a < 0, b > 0$, 则 $a - b < 0$

C 若 $a < 0, b < 0$, 则 $a - (a - b) > 0$

D 若 $a < 0, b < 0$, 若 $|a| > |b|$, 则 $a - b < 0$

2. 已知 a, b 是有理数那么 $a + b$ 与 b 这两个数比较大小的结果是()

A. $a + b < b$ B. $a + b > b$

C. $a + b \leq b$ D. 大小关系取决于 a

难度分级: B 类

3. 若 $|a| = 3, |b| = 1, |c| = 5$, 且 $|a + b| = a + b, |a + c| = -(a + c)$, 求 $a - b + c$ 的值。

难度分级: C 类

课堂精练题

1. 若 $m < 0, n > 0$, 且 $|m| > |n|$, 则 $m + n$ _____ 0 (填 “>” “<” 或 “=”) 难度分级: B 类

2. $|a| + a = 0$ 则 a 取的数是()

A $a \geq 0$

B $a \leq 0$

C $a > 0$

D $a < 0$

难度分级: B 类

训练重点二: 能准确地进行有理数的乘除法, 乘方的运算, 运用运算法则进行简单数的推理

精讲题组

1. 若 $ab < 0$, 必有 () 难度分级: B 类

A. $a > 0, b < 0$ B. $a < 0, b > 0$ C. a, b 同号 D. a, b 异号

2. 若 $0 < x < 1$, 则 $x, \frac{1}{x}, x^2$ 的大小关系是 () 难度分级: C 类

A. $\frac{1}{x} < x < x^2$ B. $x < \frac{1}{x} < x^2$ C. $x^2 < x < \frac{1}{x}$ D. $\frac{1}{x} < x^2 < x$

课堂精练题

1. 设 a 、 b 为任意两个有理数，且 $ab = |ab|$ ，那么 ()

A. $ab > 0$ 或 $a = 0$ 或 $b = 0$ B. $ab > 0$ 或 $a = 0$ C. $a < 0$ 且 $b < 0$ D. a 、 b 同号或 $b = 0$

3. 若 a 、 b 为有理数，且 $-\frac{a}{b} = 0$ ，那么一定有 ()

A. $a = 0$ B. $a = 0$ 且 $b \neq 0$ C. $a = b = 0$ D. $a = 0$ 或 $b = 0$

4. 若 x 为任何有理数，则 x^2 一定是_____数， $-x^2$ 一定是_____数；若 $x \neq 0$ ，则 x^2 一定是_____数， $-x^2$ 一定是_____数。难度分级：B类

训练重点三：能准确地进行有理数的混合运算，综合运用运算法则进行简单数的推理

精讲题组

1. 若 $-a^2b > 0$ ，且 $a < 0$ ，则 ()

A. $ab^2 > 0$ B. $a + b > 0$ C. $a^2 + ab > 0$ D. $\frac{b}{a^2} > 0$ 难度分级：B类

2. 已知 x, y, z 是三个有理数，若 $x < y, x + y = 0$ ，且 $xyz > 0$ ，则 $x + z$ _____0.

3. 四个各不相同的整数 a, b, c, d ，它们的积 $a \cdot b \cdot c \cdot d = 9$ ，那么 $a + b + c + d$ 的值为 ()

A. 0 B. 8 C. -8 D. ± 8 难度分级：C类

课堂精练题

1. 计算：

(1) $36 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})^2 \div \frac{1}{2}$

(2) $-2\frac{1}{2} \times (1 - 1\frac{2}{7}) + (-5\frac{1}{3}) \div 1\frac{7}{9}$

(3) $-14 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3^2)]$

(4) $\left[\left(-\frac{5}{24} \right) - \left(+\frac{3}{8} \right) + \left(-\frac{7}{16} \right) \right] \times 48 + (-18) \times \left[(-1)^{101} \div (-1)^8 \right]$ 难度分级：A类

2. 下列说法中正确的是 ()

- ① 同号两数相乘，积必为正
- ② 1 乘以任何有理数都等于这个数本身
- ③ 0 乘以任何数的积均为 0
- ④ -1 乘以任何有理数都等于这个数的相反数

A. ①②③ B. ①②④ C. ①②③④ D. ①③④ 难度分级：A 类

3. 平方等于本身的有理数是_____立方等于本身的有理数是_____难度分级：A 类

4. 一个正数 a 的立方 () A. 一定比 a 大 B. 一定比 a 小 C. 一定等于 a D. 以上都有可能

5. 若 $x < 0, xy < 0$ ，求 $|y - x + 1| - |x - y - 5|$ 的值. 难度分级：C 类

应用训练重点一：理解有理数的意义，利用有理数解决实际问题：

精讲题组 1. 下表列出了国外几个城市与北京的时差(带正号的数表示同一时刻比北京时间早的时间)，请回答(1)如果现在是北京时间上午 8:00，那么东京时间是多少？

城市	纽约	巴黎	东京
与北京的时差	-13	-7	+1

(2) 如果小芳给远在纽约的叔叔打电话，她在北京时间下午 15:00 打电话，你认为合适吗？请说明理由
难度分级：B 类

2. 一跳蚤在一直线上从 0 点开始，第 1 次向右跳 1 个单位，紧接着第 2 次向左跳 2 个单位，第 3 次向右跳 3 个单位，第 4 次向左跳 4 个单位，……，依此规律跳下去，当它跳第 100 次落下时，落点处离 0 点的距离是_____个单位. 难度分级：C 类

课堂精练题

1. 个体儿童服装店老板以 32 元的价格购进 30 件连衣裙，针对不同的顾客，30 件连衣裙的售价不完全相同，若以 47 元为标准，将超过的钱数记为正，不足的钱数记为负，记录结果如下表所示：

售出件数		6	3	5	4	5
售价(元)	+3	+2	+1	0	-1	-2

请问该服装店在售完这 30 件连衣裙后，赚了多少钱？ 难度分级：A 类

2. 三峡大坝从 6 月 1 日下闸蓄水，下表是工作人员连续五天的水位记录(如果规定蓄水位为 135 米)情况，记录如下。(单位：米)

6 月 1 日	6 月 2 日	6 月 3 日	6 月 4 日	6 月 5 日
-5	+2	-1	+3	+2

问：(1) 这 5 天中每天的水位各是多少米？
(2) 总的来说，水位是高了还是低了？若高，高了多少？若低，低了多少？ 难度分级：B 类

3. 某种细菌在培养过程中，每半小时分裂一次(由一个分裂为两个)，且原细菌死亡。若这种细菌由 1

个分裂为 16 个, 那么在这个过程中要经过 ()

- A. 1 小时 B. 2 小时 C. 3 小时 D. 4 小时

难度分级: C 类

训练重点二: 探索数及数的运算规律, 进行较复杂的运算:

精讲题组

1. 观察下列算式:

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, 3^7 = 2187, 3^8 = 6561, \dots$$

用你所发现的规律写出 3^{2008} 的末尾数字_____。

难度分级: B 类

2. $1.2^2 = \underline{\quad}$, $12^2 = \underline{\quad}$, $120^2 = \underline{\quad}$, $0.12^2 = \underline{\quad}$, $0.012^2 = \underline{\quad}$, 从以上的计算中,

我们可以发现:

(1) 底数的小数点向右 (或向左) 移动一位, 其平方数的小数点怎样移动?

(2) 底数的小数点向右 (或向左) 移动两位, 其平方数的小数点怎样移动? 难度分级: B 类

3. 如果规定符号 \ast 的意义是 $a \ast b = \frac{ab}{a-b}$, 求 $2 \ast (-3) \ast 4$ 的值 难度分级: B

课堂精练题

1. 现有四个有理数: $-2, 5, -10, 18$ 将这四个数 (每个数只能用一次) 进行加, 减, 乘, 除四则运算. 等于 24 的算式为_____。 难度分级: B 类

2. 计算 $\left| \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right| + \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right| + \left| \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \right| + \dots + \left| \frac{1}{2009} - \frac{1}{2008} \right|$ 的值.

3. 你能比较 2018^{2017} 和 2017^{2018} 的大小吗? 为了解决这个问题, 我们从比较简单的情形入手, 经过归纳, 从中发现, 得出结论

(1) 比较下列各数 (填 " $<$ ", " $>$ " 或 " $=$ ")

$$1^2 \underline{\quad} 2^1, 2^3 \underline{\quad} 3^2, 3^4 \underline{\quad} 4^3, 4^5 \underline{\quad} 5^4, 5^6 \underline{\quad} 6^5, \dots$$

从 (1) 题解答归纳猜想出 n^{n+1} 与 $(n+1)^n$ 的结论

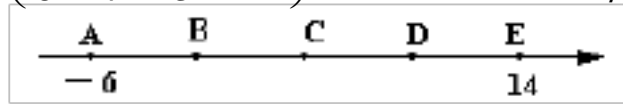
根据上面归纳的结论可得出 $2018^{2017} \underline{\quad} 2017^{2018}$ (填 " $>$ ", " $<$ ", 或 " $=$ ") 难度分级: C 类

4. 用 \ast 规定一种运算, 对于任意有理数 a, b 有 $a \ast b = -b^2 + 1$, 例如 $7 \ast 4 = -4^2 + 1 = -15$, 试计算 $(-5) \ast 3$ 的值

三. 课后作业

1. 计算:

(1). $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (-4)^2 \div \left(-\frac{1}{8}\right)$ (2). $-\frac{1}{42} \div \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{7} + \frac{2}{3} - \frac{3}{14}\right)$ (3). $\frac{1}{7} \times (-7) \div \left(-\frac{1}{7}\right) \times 7$



(4) $-9^2 + 2 \times (-3)^2 + (-6) \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

(5) $(-3)^3 \div 2\frac{1}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 2^3 + (-2)^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

2. 两个有理数 a 、 b ，如果 $ab < 0$ ，且 $a + b < 0$ ，那么 () 难度分级：B 类

A. $a > 0, b > 0$ B. $a < 0, b > 0$ C. a 、 b 异号，且正数的绝对值较大 D. a 、 b 异号，且负数的绝对值较大

3. 若 $|a - 3| - 3 + a = 0$ ，则 a 的取值范围 ()

A. $a \leq 3$ B. $a < 3$ C. $a \geq 3$ D. $a > 3$ 难度分级：C 类

4. 下列说法正确的是 () 难度分级：B 类

A. a 是有理数，则 a 的倒数是有理数

B. $-\frac{1}{2}$ 的倒数与它的相反数的积是 1

C. 若两数的商为零，则两数中至少有一个为零

D. 若 $a^3 = (-a)^3$ ，则 $a = 0$

5. $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$ ($ab \neq 0$) 的所有可能的值有 _____ 个

难度分级：C 类

6. 已知 $|a^2 - 1| + (b + 1)^2 = 0$ ，求 $a^{2007} + b^{2007}$ 的值。

难度分级：B 类

7. $|x| = 3$ ， y 是 $-\frac{1}{2}$ 的倒数，求 $x^3 + y^3$ 的值

难度分级：C 类

8. 计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1999 \times 2000}$

难度分级：B 类

9. 如图，A B. C. D. E 为某未标出原点的数轴上的五个点，且 $AB = BC = CD = DE$ ，则点 D 所表示的数是 ()

A. 10 B. 9 C. 6 D. 0

10. 已知 $|x-y+2|+|y-4|=0$, 求 $\frac{1}{2}(x-y)^3-4xy-x^5$ 的值 难度分级: C 类

11. 已知 $2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32$, 观察规律, 试猜想 2^{2010} 的个位数是_____

难度分级: B 类

12. 有若干数, 记作 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 规定 $a_2 = \frac{1}{1-a_1}, a_3 = \frac{1}{1-a_2}, \dots, a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$, 若给出 $a_1 = -\frac{1}{2}$,

(1) 试求出 $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}, a_3 = \underline{\hspace{2cm}}, a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) 并推出 a_{1000} 和 a_{1001} 的值

13. 当 a 取什么什么有理数时, 代数式 $\frac{8}{3+(a+6)^2}$ 有最大值? 最大值为多少?

【有理数应用专题突破 -找规律】

【基础】-常见几组数的规律:

一、微点探究 探究数学中的集中规律

【1、“数列规律”——从数列中探索规律】

例 1(1) 给定一系列按规律排列的数: $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \dots$, 则这列数的第 6 个数是 ()

- A、 $\frac{6}{37}$ B、 $\frac{6}{35}$ C、 $\frac{5}{31}$ D、 $\frac{7}{39}$

(2) (大庆) 有一列数如下: 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, ..., 则第 9 个 1 在这列数中是第_____数

【练习】(1) 按一定规律排列的一系列数依次为: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, -\frac{1}{26}, \frac{1}{35}, \dots$, 按此规律

排列下去，这列数中的第 7 个数是_____.

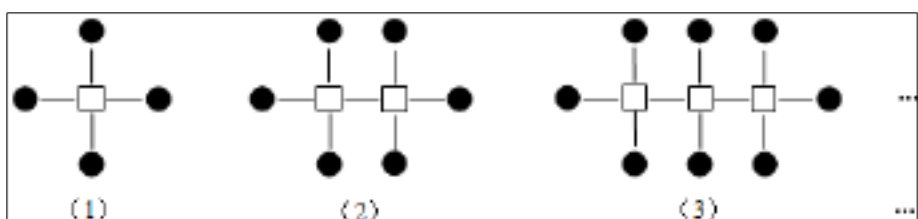
(2) 下表中的数字是按一定规律填写的，表中 a 的值应是_____.

1	2	3	5	8	13	a	...
2	3	5	8	13	21	34	...

(3) 小说《达·芬奇密码》中出现了一串神秘排列的数，将这组数按从小到达为 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., 这列数中的第 10 个数是_____.

【2、“图形规律”——从图形变化中探索规律】

例 2 下列图形是由一些小正方形和实心圆按一定规律排列而成的，如图所示，按此规律排列下去，第 20 个图形中有_____个实心圆.



【练习 2】 (1) 如图，这是由边长为 1 的等边三角形摆出的一系列图形，按这种方式摆下去，则第 n 个图形的周长是_____.

(2) 下列是一组有规律的图案，第 1 个图案由 4 个基础图形组成，

第 2 个图案由 7 个基础图形组成，第 3 个图形由 10 个基础图形组成...，按此规律，第_____个图形由 2011 个基础图形组成

【“数字规律”——从数阵（数表）中探索规律】

例 3 (湘潭) 如图，按此规律，第 6 行最后一个数字是_____，第_____行最后一个数是 2014.

练习 3 正整数按如图所示的规律排列. 则第 10 行，第 5 列的数字是_____

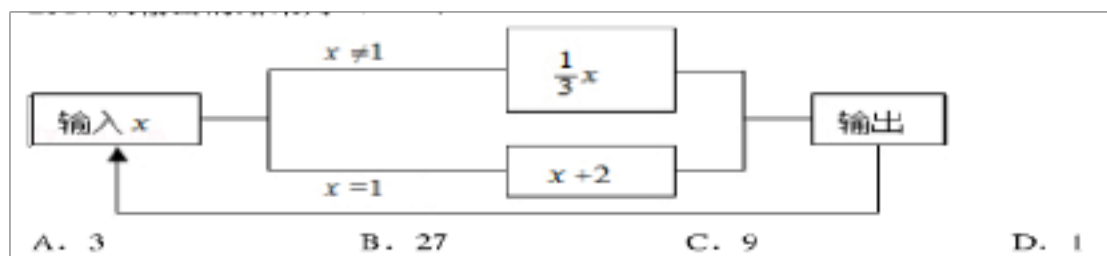
【4、“数字规律”——从运算中探索规律】

例 4. (南充) 一列数 , 其中则

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2014} = \underline{\hspace{2cm}}$$

练

习 4 如图是一个运算程序的示意图，若开始输入 X 的值为 81，则第 2014 次输出的结果为 ()



【5、“计算规律型”——从计算式子中探索规律】

例5 阅读下列材料：

$$1 \times 2 = \frac{1}{3} (1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2),$$

$$2 \times 3 = \frac{1}{3} (2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3),$$

$$3 \times 4 = \frac{1}{3} (3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4),$$

由以上三个等式相加，可得： $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 5 = 20.$

读完以上材料，请你计算下列各题：

- (1) $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 10 \times 11 =$ _____;
- (2) $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) =$ _____;
- (3) $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + 7 \times 8 \times 9 =$ _____.

活学活用 5 (1) 观察规律： $1=1^2$; $1+3=2^2$; $1+3+5=3^2$; $1+3+5+7=4^2$; \dots ，则 $1+3+5+\dots+2013$ 的值是_____.

(2) 观察下列各式：

$$1^3 = 1^2; 1^3 + 2^3 = 3^2; 1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2; 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2; \dots$$

猜想： $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 =$ _____

【6、算式的规律】

例6 如图，每一幅图中均含有若干个正方形，第①幅图中含有1个正方形；第②幅图中含有5个正方形；按这样的规律下去，则第⑥幅图中含有正方形的个数为_____

活学活用 6 在 $n \times n$ 的正方形网格中，网格中正方形的总数怎样表示？ $n=100$ 时，应如何计算正方形的具体个数呢？为了解决这个问题。首先，通过探究，我们已经知道 $0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (n-1) \times n = \frac{n(n+1)(n-1)}{3}$ 时，我们可以这样做：

(1) 观察并猜想：

$$1^2 + 2^2 = (1+0) \times 1 + (1+1) \times 2 = 1+0 \times 1 + 2 + 1 \times 2 = (1+2) + (0 \times 1 + 1 \times 2);$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = (1+0) \times 1 + (1+1) \times 2 + (1+2) \times 3$$

$$= 1+0 \times 1 + 2 + 1 \times 2 + 3 + 2 \times 3$$

$$= (1+2+3) + (0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 3)$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = (1+0) \times 1 + (1+1) \times 2 + (1+2) \times 3 +$$

$$= 1+0 \times 1+2+ 1 \times 2+3+2 \times 3+$$

$$= (1+2+3+4) + (\quad)$$

.....

(2) 归纳结论:

$$1^2+ 2^2+ 3^2+ \dots +n^2 = (1+0) \times 1+(1+1) \times 2+(1+2) \times 3+ \dots +[1+ (n-1)]n$$

$$= 1+0 \times 1+2+1 \times 2+3+2 \times 3+ \dots +n+(n- 1) \times n$$

$$= (\quad)+[\quad]$$

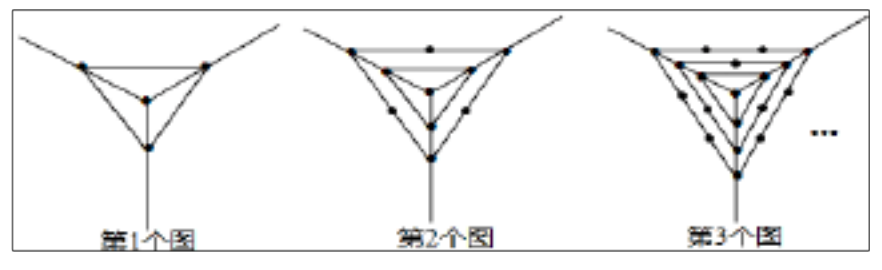
$$= \frac{1}{6} \times$$

(3) 实践应用:

通过以上探究过程. 我们就可以算出当 n 为 100 时, 正方形网格中正方形的总个数是

当堂训练

1、观察下列一组图形中的个数, 其中第 1 个图中共有 4 个点, 第 2 个图中共有 10 个点, 第 3 个图中共有 19 个点, ……., 按此规律第 5 个图中共有点的个数是 ()



- A. 31 B. 46 C. 51 D. 66

2、如图, 下列各图形中的三个数之间均具有相同的规律. 根据此规律, 图形中 M 与 m、n 的关系是 ()

- A. $M=mn$ B. $M=n(m+1)$ C. $M=mn+1$ D. $M=mn+m$

3、下列图形都是由同样大小的五角星按一定的规律组成, 其中第①个图形一共有 2 个五角星, 第②个图形一共有 8 个五角星, 第③个图形一共有 18 个五角星, …, 则第⑥个图形中五角星的个数为_____.

- A. 50 B. 64 C. 68 D. 72

4、有这样一组数据 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 满足以下规律:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{n}, \quad (n \geq 2 \text{ 且 } n \text{ 为正整数}), \text{ 则 } a_{2013} \text{ 的值为}$$

5、(东营) 将自然数按以下规律排列:

表中数 2 在第二行第一列，与有序数对 (2, 1) 对应，数 5 与 (1, 3) 对应，数 14 与 (3, 4) 对应，根据这一规律，数 2014 对应的有序数对为_____.

6、观察下面一系列数：-1, 2, -3, 4, -5, 6, -7...，将这列数排成下列形式：

记 a_{ij} 为第 i 行第 j 列的数，如 $a_{23}=4$ ，那么 a_{87} 是_____ . a_{i2} _____ .

			-1			
		2	-3	4		
		-5	6	-7	8	-9
10	-11	12	-13	14	-15	16
					

精典专题三 整式的加减及幂的运算性质

★1 【知识目标清单】

- 1、同类项的概念及其运用；
- 2、单项式与多项式的概念；
- 3、整式的加减（去括号、合并同类项）
- 4、熟练运用幂的运算性质进行整式的化简

★2 【知识体系梳理】

◆ 单项式、多项式的相关概念

I、单项式的定义：表示数与字母的积的代数式。如 $\frac{1}{5}x^2y^4, -bk, \frac{1}{2}ab$

注意：（1）单独的一个数字或一个字母也是单项式，如 $0, -a, \pi$ 等。

（2）定义中的积是对数和字母而言的，意为单项式中只能含有乘法或乘方运算，而不能含有加、减等其它运算。

II、单项式的系数与次数

单项式中的数字因数叫单项式的系数，单项式中所有字母的指数的和叫单项式的次数，单独一个非零数字的次数是 0 。

III、多项式的定义：几个单项式的和叫多项式。例如： $3x-2; x^2-2y+1$ 等。

IV、多项式的项与次数

1、组成多项式的每个单项式叫多项式的项，其中不含字母的项叫常数项。

2、多项式的次数：多项式中次数最高的项的次数。常数项的次数为 0 。

注意：（1）确定多项式的项一定连同它前面的符号；

（2）多项式的次数不是所有项的次数之和，而是次数最高项的次数

（3）多项式没有系数概念，但对多项式中的每一项来说都有系数。

◆ 整式的概念：单项式和多项式统称为整式

◆ 幂的运算性质：

1、同底数幂的乘法： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ；推广： $a^m \cdot a^n \cdot a^t = a^{m+n+t}$

2、幂的乘方： $(a^m)^n = a^{mn}$ （可以推广）；幂的乘方，底数不变，指数相乘；

3、积的乘方： $(ab)^m = a^m \cdot b^m$ （可以推广）；积的乘方，等于把积中的每一个因式分别乘方；

4、同底幂的除法法则： $a^m \div a^n = a^{m-n}$ （ $a \neq 0$ ， m 、 n 是整数， $m > n$ ）

同底数幂相除，底数不变，指数相减。

◆ 零指数幂的意义： $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）即任何不等于0的数的0次幂都等于1。

◆ 负整数指数幂的意义： $a^{-p} = \frac{1}{a^p} = \left(\frac{1}{a}\right)^p$ （ $a \neq 0$ ， p 是正整数），即任何不等于0的数的 $-p$ 次幂（ p 是正整数）等于这个数的 p 次幂的倒数。

◆ 科学计数法：把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式。（其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数）

★3 【典型例题解析】

◆ 考点一：整式的概念及整式加减运算

【例1】若 $5a^3b^n - 8amb^2 = -3a^3b^2$ ，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

【例2】求值：

1、化简求值：若 $(a+2)^2 + |b+1| = 0$ ，求 $5ab^2 - \{2a^2b - [3ab^2 - (4ab^2 - 2a^2b)]\}$ 的值；

2、运用整体思想求值：

已知 $y = ax^5 + bx^3 + cx - 5$ ，当 $x = -3$ 时， $y = 7$ ，求当 $x = 3$ 时 y 的值；

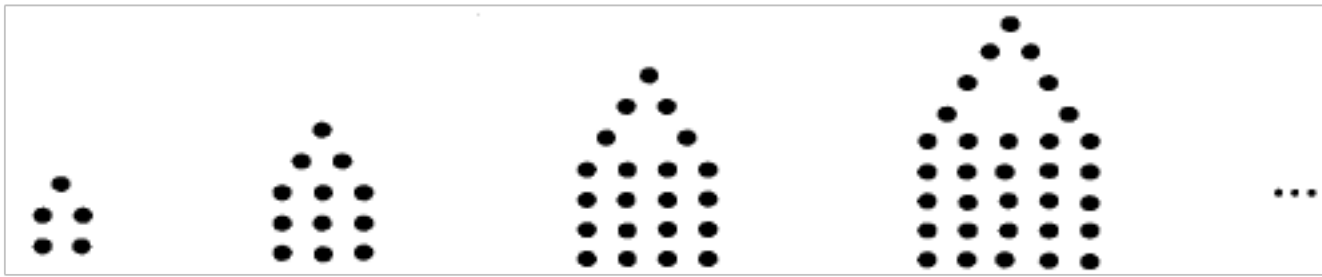
【例3】代数式的有关概念及列代数式

1、代数式 $6x^2y + \frac{1}{x}$ 、 $4xy + z^2$ 、 $-\frac{1}{5}y^2 + xy$ 、 $\frac{2}{xy}$ 、 $\pi - 2$ 中，不是整式的有（ ）

A、1个 B、2个 C、3个 D、4个

2、下图是某同学在沙滩上用石子摆成的小房子。观察图形的变化规律，写出第 n 个小房子

用了_____块石子。



◎ 变式议练一

一、填空题、选择题：

1、若 $x^2 - 2x + 1 = 0$, 则 $2x^2 - 4x =$ _____;

2、若 $2x + 5y + 4z = 6$, $3x + y - 7z = -4$, 则 $x + y - z =$ _____;

3、已知多项式 $-\frac{1}{5}x^2y^{m+1} + xy^2 - 3x^3 - 6$ 是六次四项式, 单项式 $3x^{2n}y^{5-m}$ 与该多项式的次数相同, 则 $m+n =$ _____;

4、下列各组代数式中, 互为相反数的有 ()

(1) $a-b$ 与 $-a-b$ (2) $a+b$ 与 $-a-b$ (3) $-a+b$ 与 $a-b$

A、(1) 与 (2) B、(1) 与 (3) C、(2) 与 (3) D、(1)、(2)、(3)

5、对于代数式 $(a+b)^2$, 下列描述正确的是 ()

A、 a 与 b^2 的平方的和;

B、 a 、 b 的平方和;

C、 a 与 b 的和的平方;

D、 a 与 b 的平方的和

6、下列各组两项中, 是同类项的是 ()

A、 $3x^2y$ 与 $3xy^2$

B、 $\frac{1}{5}abc$ 与 $\frac{1}{5}ac$

C、 $-2xy$ 与 $-3ab$

D、 0 与 $-\pi$

7、若多项式 $x^4 - (a-1)x^3 + 5x^2 - (b+3)x - 1$ 中不含 x^3 和 x 项, 则 $a =$ _____, $b =$ _____;

8、已知: $a+b=10$, $ab=-2$, 则 $3a+3b-5ab =$ _____;

二、解答题:

1、已知 $A = 2x^3 - xyz$, $B = y^3 - z^2 + xyz$, $C = -x^2 + 2y^2 - xyz$, 且 $(x+1)^2 + |y-1| + |z| = 0$ 求: $A - (2B - 3C)$ 的值.

2、观察下列数表:

1	2	3	4	...
2	3	4	5	...
3	4	5	6	...
4	5	6	7	...
...

第一行
第二行
第三行
第四行

- (1) 根据数表所反映的规律, 猜想第 6 行与第 6 列的交叉点上的数是什么数?
(2) 第 n 行与 n 列交叉点上的数是什么数?
(用含有正整数 n 的式子表示)

第 一 列 第 二 列 第 三 列 第 四 列

3、如图是某居民小区的一块长为 $2a$ 米, 宽为 b 米的长方形空地, 为了美化环境, 准备在这个长方形的四个顶点处修建一个半径为 $\frac{1}{2}a$ 米的扇形花台, 然后在花台内种花, 其余种草. 如果建造花台及种花费用每平方米需要资金 100 元, 种草每平方米需要资金 50 元, 那么美化这块空地共需资金多少元?



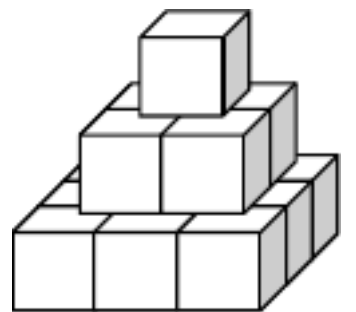
◆ 【能力拓展】

【例 4】已知 $a^2 + a + 1 = 0$, 求 $a^{2009} + a^{2008} + a^{2007}$ 的值;

【例 5】已知一个四位数, 其千位上的数字与十位上的数字相同, 个位上的数字与百位上的数字相同, 证明这个数一定能被 101 整除;

【例 6】已知: $A = 2x^2 + 3ax - 2x - 1, B = -x^2 + ax - 1$, 且 $3A + 6B$ 的值与 x 无关, 求 a 的值;

【例 7】如图几何体是用边长为 acm 的立方体泥坯堆成三层形成的, 在这个几何体的表面上刷漆, 若油漆的需求量为 $30g/cm^2$, 求刷好这个几何体共需要多少克油漆?



精典专题四 整式的加减 提高版

一、 单元典型题例

1. 列代数式

某企业今年3月份产值为 a 万元，4月份比3月份减少了10%，5月份比4月份增加了15%，则5月份的产值是（ ）万元

- A. $(a-10\%)(a+15\%)$ B. $a(1-10\%)(1+15\%)$ C. $(a-10\%+15\%)$ D. $a(1-10\%+15\%)$

2 整式的化简求值

先化简，再求值： $-\frac{9}{2}x-2(x-\frac{1}{3}y^2)+(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2)$ ，其中 $x=-1, y=-1/2$

3. 同类项有关的计算

已知 $-3x^{3-a}y^3$ 与 $0.5xy^{2-b}$ 是同类项，求 $(a+b)^{2012}$ 的值

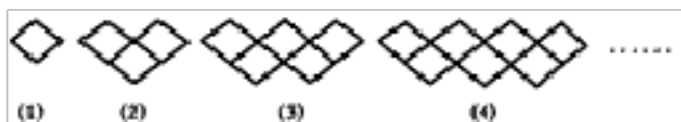
4. 利用项的存在性化简求值

已知多项式 $(2mx^2-x^2+3x+1)-(5x^2-4y^2+3x)$ 化简后不含 x^2 ，求多项式 $2m^3-[3m^3-(4m-5)+m]$ 的值

5. 定义新运算

规定一种新运算： $a*b=2a+3b, a@b=3a-2b$ ，其中 a, b 为有理数，试化简 $a^2b*3ab+5a^2b@4ab$ ，并求出当 $a=5, b=3$ 时，该代数式的值是多少。

7. 图形的规律探索如图是用相同长度的小棒摆成的一组有规律的图案，图案(1)需要4根小棒，图案(2)需要10根小棒……，按此规律摆下去，第 n 个图案需要小棒（ ）根（用含有的代数式表示）。



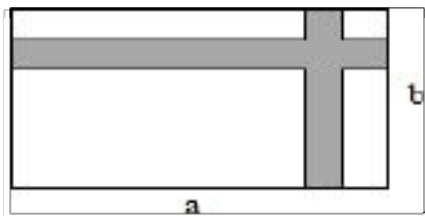
二、 单元基础检测

1. 下列说法正确的是 ()

A 单项式 $-5a^2bc$ 的次数是 2 ; B $\frac{5x^3}{3}$ 不是整式

C $3x^2-5y+2x^2y$ 是三次三项式; D 多项式 $2x^3y-xy^2+xy$ 的各项分别是 $2x^3y, xy^2, xy$

2. 某中学有一块长为 a 米, 宽为 b 米的矩形场地, 计划在该场地上修筑宽都为 2 米的两条互相垂直的道路余下的四块矩形小场地建成草坪, 则草坪面积为 ()



A $ab-(a+b)x$ B $ab-(a+b)x-x^2$ C $(a+b)x$ D $ab-(a+b)x+x^2$

3.

4. 单项式 $-\frac{3^2xy^3}{2}$ 的系数是_____, 次数是_____。

5. 若 $3x^{m+5}$ 与 x^3y^n 的和是单项式, 则 $m^n=$

6. (沈阳中考)

7. (淮安中考)

8. 化简 $3(a^2-2a-3)-5(-5a^2-2)$

9. 先化简再求值

(1) $2(xy-xy^2+3)-(-4xy^2+xy-1)$, 其中 $x=-4, y=1/2$.

(2) $3a^2b-[2ab^2-6(ab-a^2b)+4ab]-2ab$, 其中 a, b 满足 $(a+2)^2+|3b-1|=0$

10. 七年级学生在 5 名教师的带领下去公园秋游, 公园的门票为每人 30 元, 现有两种优惠方案, 甲方案: 带队教师免费, 学生按 8 折收费; 乙方案: 师生都 7.5 折收费。

①若有 m 名学生, 用代数式表示两种优惠方案各需多少元?

②当 $m=70$ 时, 采用那种方案优惠?

③当 $m=100$ 时, 采用哪种方案优惠?

三、奥数拓展

例 1. 已知多项式 ax^5+bx^3+cx-5 , 当 $x=-2$ 时, 多项式的值是 7, 求当 $x=2$ 时, 求多项式的值。

例 2. 已知当 $x=2, y=-4$ 时, $ax^3 + \frac{1}{2}by + 5 = 1997$, 求当 $x=-4, y=-\frac{1}{2}$ 时, 代数式 $3ax - 24by^3 + 4986$ 的值。

例 3. 已知 $a-2b+3c=7, 4a+3b-2c=3$, 求代数式 $5a+12b-13c$ 的值。

【一组练习】

1. 若 $a+b < 0$, 化简 $|a+b-1| - |3-a-b|$

2. 已知 $x^2+x-1=0$, 求代数式 x^3+2x^2+2012

3. 当 $x=2$ 时, 代数式 $ax^3-bx+11$ 的值的值等于 -17 , 求当 $x=-1$ 时, 代数式 $12ax-3bx^3-5$ 的值。

4. 已知多项式 $x^2+ax-y+b$ 和 $bx^2-3x+6y-3$ 的差值与字母 x 的取值无关, 求代数式 $3(a^2-2ab-b^2) - (4a^2+ab+b^2)$

5. 已知 $y=ax^7+bx^5+cx^3+dx+e$, 其中 a, b, c, d, e 为常数。当 $x=2, y=23$; 当 $x=-2$ 时, $y=-35$. 求 e 的值

四. 奥数经典讲与练

1. 下列说法错误的是 ()

A 0 和 π 都是单项式; B $-xy^2$ 和 $1/2y^2x$ C $a+b=0$ 不是代数式 D $x + \frac{1}{x}$ 和 $\frac{x-y}{3}$ 都是多项式

2. 若 $\frac{y-x}{y+x} = \frac{1}{3}$, 求代数式 $\frac{2(y+x)}{y-x} + \frac{1}{3}$

3. 已知 $m^2-mn=15$, $mn-n^2=-6$, 求代数式 $3m^2-mn-2n^2$ 的值

4. 已知 m 、 n 为常数, $mx^2+3xy-5x$ 与 $2x^2-2nxy+2y$ 的差不含二次项, 求 m 、 n 的值。

5. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 求 $\frac{2y-3xy-2x}{y+2xy-x}$ 的值。

6. 已知 $f(x)=ax^7+bx^5+cx^3+dx-5$, 其中 a 、 b 、 c 、 d 为常数, 并且 $f(-7)=7$, 求 $f(7)$ 的值。

7. 已知 $a+2=b-c=c/2=2001$, 且 $a+b+c=3001k$, 那么 k 的值是 ()

A $1/4$ B 4 C $-1/4$ D -4

8. 若 $3x^2-x=1$, 则 $9x^3+9x^2-7x+2001$ 的值等于 ()

A 1999 B 2001 C 2003 D 2005

9. 已知 $x=2, y=-4$ 时, 代数式 $ax^3+\frac{1}{2}by+5$ 的值等于 1997, 求当 $x=-4, y=-\frac{1}{2}$ 时, 代数式 $3ax-24by^3+4986$ 的值。

精典专题五 一元一次方程的解法和应用

一、知识回顾

1. 等式及其性质

(1) 等式: 用等号“=”来表示_____关系的式子叫等式.

(2) 性质: ① 如果 $a=b$, 那么 $a \pm c =$ _____;

② 如果 $a = b$ ，那么 $ac = \underline{\hspace{2cm}}$ ；如果 $a = b$ ($c \neq 0$)，那么 $\frac{a}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 方程、一元一次方程的概念

(1) 方程：含有未知数的 叫做方程；使方程左右两边值相等的 ，叫做方程的解；求方程解的 叫做解方程. 方程的解与解方程不同.

(2) 一元一次方程：在整式方程中，只含有 个未知数，并且未知数的次数是 ，系数不等于 0 的方程叫做一元一次方程；它的一般形式为 ($a \neq 0$).

3. 解一元一次方程的步骤 ①去 ；②去 ；③移 ；④合并 ；⑤系数化为 1.

4. 易错知识辨析

(1) 判断一个方程是不是一元一次方程，首先在整式方程前提下，化简后满足只含有一个未知数，并且未知数的次数是 1，系数不等于 0 的方程，像 $\frac{1}{x} = 2$ ， $2x + 2 = 2(x + 1)$ 等不是一元一次方程.

(2) 解方程的基本思想就是应用等式的基本性质进行转化，要注意：①方程两边不能乘以（或除以）含有未知数的整式，否则所得方程与原方程不同解；②去分母时，不要漏乘没有分母的项；③解方程时一定要注意“移项”要变号.

二、精讲精练

(一) 一元一次方程的定义

例题 1 若 $kx^{3-2k} + 2k = 3$ 是关于 x 的一元一次方程，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

【搭配课堂训练题】

(A) 1. 若 $(m-2)x^{|m|-1} = 5$ 是一元一次方程，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

(B) 2. 下列方程中，属于一元一次方程的是 ()

A. $x-3$ B. $x^2 - 1 = 0$ C. $2x-3=0$ D. $x-y=3$

(二) 方程的解

例题 2 已知关于 x 的方程 $3x+2a=2$ 的解是 $x=a-1$ ，则 a 的值是 () A. 1 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. -1

【搭配课堂训练题】

(A) 1. 方程 $2x+a-4=0$ 的解是 $x=-2$ ，则 a 等于 ()

A. -8 B. 0 C. 2 D. 8

(B) 2. 已知关于 x 的方程 $4x-3m=2$ 的解是 $x=m$ ，则 m 的值是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{2}{7}$ D. $-\frac{2}{7}$

(三) 解方程

例题 3 若 $2005-200.5=x-20.05$, 那么 x 等于 ()

- A. 1814.55 B. 1824.55 C. 1774.55 D. 1784.55 【难度分级】: A 类

例题 4. 关于 x 的一元一次方程 $mx+1=-2(m-x)$ 的解满足 $|x|=2$ 则 m 的值为 _____.

【难度分级】: C 类

例题 5 对于有理数 a, b, c, d , 规定一种运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 例如 $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \times 5 - (-2) \times 2 = 9$.

若 $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 2-x \end{vmatrix} = 1$, 求 x 的值.

例题 6 如果 $\frac{3y+12}{4}$ 与 $\frac{5y-7}{3} - 2$ 互为相反数, 求代数式 $\frac{3y+12}{4}$ 的值

【搭配课堂训练题】

(A) 1. 解方程 $(3x+2) + 2[(x-1) - (2x+1)] = 6$, 得 $x = ()$ A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

(A) 2. 方程 $2 - \frac{2x-4}{3} = \frac{x-7}{6}$ 去分母得 ()

- A. $2 - 2(2x-4) = -(x-7)$ B. $12 - 2(2x-4) = -x-7$ C. $12 - 4x - 8 = -(x-7)$ D. $12 - 2(2x-4) = x-7$

(B) 3. 已知方程 $4x+2m=3x+1$ 和方程 $3x+2m=6x+1$ 的解相同, 求 m 的值;

(C) 4. 已知关于 x 的方程 $mx+2=2(m-x)$ 的解满足 $|x - \frac{1}{2} - 1| = 0$, 则 m 的值是 ()

- A. 10 或 $\frac{2}{5}$ B. 10 或 $-\frac{2}{5}$ C. -10 或 $\frac{2}{5}$ D. -10 或 $-\frac{2}{5}$

(C) 6. 对于两个实数 a, b , 我们规定一种新运算 “*”: $a*b=3ab$

(1) 解方程: $3*x-2*4=0$

(2) 若无论 x 为何值, 总有 $a*x=x$, 求 a 的值.

(C)7. 当 x 取何值时, 代数式 $\frac{10-7x}{3} - \frac{x}{2}$ 的值比代数式 $-\frac{1+x}{2}$ 的值小 3?

三. 当堂训练

【课后练习】

(A类) 1. (1) 若 $kx^{3-2k} + 2k = 3$ 是关于 x 的一元一次方程, 则 $k =$ _____.

(A类) 2. 如果 $x=5$ 是方程 $ax+1=10-4a$ 的解, 那么 $a =$ _____.

(A类) 3. 如果 $2a+4=a-3$, 那么代数式 $2a+1$ 的值是 _____.

(B类) 4. 解方程 (1) $3(x-1)-7(x+5)=30(x+1)$; (2) $\frac{2x+1}{3} - \frac{10x+1}{6} = 1$

(3) $\frac{0.3x+0.5}{0.2} = \frac{2x-1}{3}$

(B类) 5. 当 m 取什么整数时, 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}mx - \frac{5}{3} = \frac{1}{2}(x - \frac{4}{3})$ 的解是正整数?

(B类) 6. 当 $x =$ _____ 时, 单项式 $5a^{2x+1}b^2$ 与 $8a^{x+3}b^2$ 是同类项.

(B类) 7. 三个连续奇数的和为 69, 则这三个数分别为 _____.

(C类) 8. m 为何值时, 代数式 $2m - \frac{5m-1}{3}$ 的值与代数式 $\frac{7-m}{2}$ 的值的和等于 5?

(C类) 9. 我们来定义一种运算: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. 例如 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 3 \times 4 = -2$; 再如 $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3x - 2$,

按照这种定义, 当 x 满足 () 时, $\begin{vmatrix} \frac{1}{2}x & 2 \\ x & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-1 & -4 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}$. A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

四. 奥数经典讲与练

1. 关于 x 的一次方程 $(5a-7b)x+7=0$ 无解, 则 ab 是 ()

A 正数 B 非正数 C 负数 D 非负数

2. 关于 x 的方程 $\frac{1}{3}x - 3k = 5(x-k) + 1$ 的解是非负数, 求 k 的取值范围.

3. 若 $(k+m)x+4=0$ 和 $(2k-m)x-1=0$ 是关于 x 的同解方程, 求 $\frac{k}{m} - 2$ 的值.

4. 用*表示一种运算, 它的含义是 $A*B = \frac{1}{A+B} + \frac{x}{(A+1)(B+1)}$, 如果 $2*1 = 5/3$, 求 $3*4$

5. 解方程: $\frac{3|x-1|}{4} + 1 = x$

6. 求方程 $|6x-37|=6-x$ 的解

7. 当 k 为何值时, 关于 y 的方程 $\frac{ky}{3} + k = \frac{ky}{2} - \frac{y-6}{6}$ 有无数个解。

8. 已知方程 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2003}{2004}$, 求 x 的值。

【练习巩固】

1. 若关于 x 的方程 $9x - 17 = kx$ 的解为正整数, 求整数 k 的值。

2. 某班级把若干本书分给学生, 每人 m 本, 则余 14 本, 每人 9 本, 则最后一人只得 6 本, 问学生有多少人? 有多少本书?

3. 是否存在整数 k , 使关于 x 的方程 $(k-5)x + 6 = 1 - 5x$ 在整数范围内有解, 并求出各个解。

4. a 为何值时, 方程 $\frac{x}{3} + a = \frac{ax}{2} - \frac{1}{6}(x-12)$ 有无解?

5. 已知关于 x 的方程 $\frac{a-x}{2} = \frac{bx-3}{3}$ 的解是 $x=2$, 其中 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 求代数式 $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 的值。

6. 已知关于 x 的方程 $17x-5=11a$ 和 $x-2a=3$ 的解相同且 a 与 b 互为相反数, a 与 c 互为倒数, 求

$2ab - \frac{1}{a^2+c^2}$ 的值。

二、一元一次方程的实际应用典型体例

(一) 配套问题

例 1 机械厂加工车间有 85 名工人, 平均每人每天加工大齿轮 16 个或小齿轮 10 个, 已知 2 个大齿轮与 3 个小齿轮配成一套, 问需分别安排多少名工人加工大、小齿轮, 才能使每天加工的大小齿轮刚好配套?

练习 1、一张方桌由一个桌面和 4 条腿组成, 如果 1 立方米木料可做方桌面 50 个或桌腿 300 个, 现有 5 立方米木料, 多少立方米做桌面, 多少立方米做桌腿, 恰好配套? 能做成多少张方桌?

(二) 行程问题

例 2 李伟从家里骑摩托车到火车站, 如果每小时行 30 千米, 那么比火车开车时间早到 15min。若每小时行 18 千米, 则比火车开出时间迟到 15min。若李伟打算在火车开出前 10min 到达火车站。求李伟此时骑摩托车的速度该是多少?

练习 2、甲乙两人从 AB 两地同时出发。甲骑自行车, 乙开汽车, 沿同一条路线相向匀速行驶。出发后经 3 小时两人相遇。已知在相遇时乙比甲多行 90 千米, 相遇后经 1 小时乙到达 B 地, 问甲乙行驶的速度分别是多少?

(三) 商品利润问题

例 3 文星商店以每支 4 元的价格进 100 支钢笔, 卖出时每支的标价为 6 元, 当卖出一部分钢笔后, 剩余的打 9 折出售, 卖完时商店赢利 188 元, 其中达 9 折的钢笔有几支.

练习 3、某商店同时卖出两套服装, 每套均卖 168 元, 以成本计算, 其中一套盈利 20%, 另一套亏本 20%, 则在这次买卖中, 买卖这两套服装是亏损还是盈利, 或是不亏不赢?

(四) 分段计费问题

例 4、某省公布的居民用电阶梯电价听证方案如下:

第一档电量	第二档电量	第三档电量
月用电量 210 度以下 每度价格 0.52 元.	月用电量 210 至 350 度, 每度比 第一档提价 0.05 元	月用电量 350 度以上每度电比 第一档提价 0.30 元.

例: 若某户月用电量 400 度, 则需缴电费为

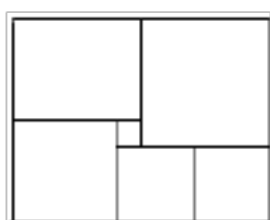
$$210 \times 0.52 + (350 - 210) \times (0.52 + 0.05) + (400 - 350) \times (0.52 + 0.03) = 230 \text{ 元}$$

- (1) 如果按此方案计算, 小华家 5 月份电费为 138.84 元, 请你求出小华家 5 月份的用电量;
- (2) 依此方案请你回答: 若小华家某月的电费为 a 元, 则小华家该月用电量属于第几档?

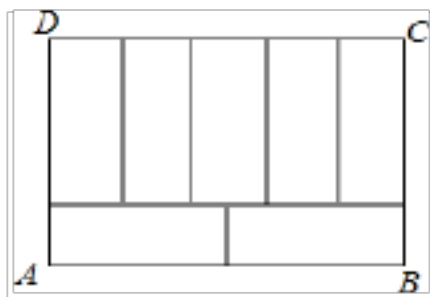
练习 4、为增强市民的节水意识, 某市对居民用水实行 阶梯收费, 规定每户每月不超过月用水标准部分的水价为 1.5 元/吨, 超过月用水标准量部分的水价为 2.5 元/吨. 该市小明家 5 月份用水 12 吨, 缴水费 20 元. 请问该市规定的每户月用水标准量是多少吨?

(五) 一元一次方程与几何图形

例 5、如图, 是一块在电脑屏幕上出现的矩形色块图, 由 6 个颜色不同的正方形组成, 设中间最小的一个正方形边长为 1, 则这个矩形色块图的面积为_____.



练习 5、如图, 周长为 68 的长方形 ABCD 被分成 7 个大小完全一样的长方形, 则长方形 ABCD 的面积是多少?



(六) 分类讨论思想解决实际问题

例 6、为庆祝第 29 届北京奥运圣火在泉州站传递，甲、乙两校联合准备文艺汇演。甲、乙两校共 92 人（其中甲校人数多于乙校人数，且甲校人数不够 90 人）准备统一购买服装（一人买一套）参加演出，下面是服装厂给出的演出服装的价格表：

购买服装的套数	1 套至 45 套	46 套至 90 套	91 套及以上
每套服装的价格	60 元	50 元	40 元

如果两所学校分别单独购买服装，一共应付 5000 元。

- (1) 如果甲、乙两校联合起来购买服装，那么比各自购买服装共可以节省多少钱？
- (2) 甲、乙两校各有多少学生准备参加演出？
- (3) 如果甲校有 9 名同学抽调去参加迎奥运书法比赛不能参加演出，那么你有几种购买方案，通过比较，你该如何购买服装才能最省钱？

练习 6、又到了春暖花开的时节，某校一年一度的“踏青节”即将拉开帷幕。美丽的西湖成了同学们的首选目标。风景区的团体参观门票价格规定如下表

购票人数（人）	1~50	51~100	101~150	150 以上
参观门票价格（元/人）	50	45	40	35

- (1) 该校一共有 500 名学生，如果集中参观，需购团体参观门票一共_____元
- (2) 去年我校七两班共 103 人（其中（1）班人数多于（2）班人数）去参观瘦西湖，如果两班都以班级为单位分别购票，则一共需付 4860 元。
 - ①、你能确定两班各有多少名学生吗？
 - ②你认为有没有最节约的购票方法？如果有，可以节约多少元钱？

(七) 数轴上的动点问题

例 7. 已知线段 $AB=a$, $CD=b$, 线段 CD 在直线 AB 上运动 (A 在 B 左侧, C 在 D 右侧), 若 $|a-2b|$ 与 $(6-b)$ 的平方互为相反数。

(1) 求线段 a, b 的值;

(2) M, N 分别是线段 AC, BD 的中点, 若 $BC=4$, 求 MN 的长;

(3) 当 CD 运动到某一时刻时, D 点与 B 重回, P 是线段 AB 延长线上任意一点, 问: $\frac{PA+PB}{PC}$ 的值是否改变?

若不变, 求出其值; 若改变, 请说明理由。

练习 7. 已知点 A, B, C 是数轴上从左到右依次三点, 点 C 对应的数为 $6, BC=4, AB=12$ 。

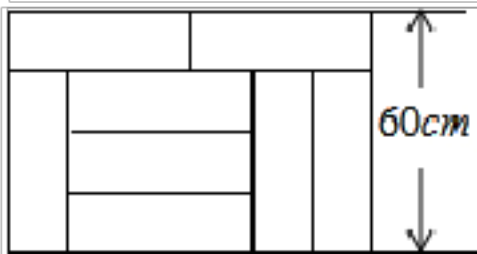
(1) 求点 A, B 对应的数。

(2) 动点 P, Q 同时从 A, C 出发。分别以每秒 6 个单位和 3 个单位的速度, 沿数轴正方向运动, M 为 A, P 的中点, N 在 C, Q 上, 且 $CN = \frac{1}{3}CQ$, 设运动时间为 $t (t > 0)$:

①求点 M, N 对应的数 (用含 t 的式子表示) ② t 为何值时, $OM=2BN$ 。

当堂训练

1、如图, 8 块相同的长方形地砖拼成一个长方形, 每块长方形地砖的长和宽分别是多少?



2、某商场按定价销售某种商品时, 每件可获利 45 元, 按定价八五折销售该商品 8 件与定价降低 35 元销售该商品 12 件所获利润相等, 该商品进价、定价分别是多少?

3、(淄博) 为鼓励居民节约用电, 某省试行阶段电价收费制, 具体执行方案如表:

	每户每月用电数 (度)	执行电价 (元/度)
档次		
第一档	小于等于 200	0.55
第二档	大于 200 小于 400	0.6
第三档	大于等于 400	0.85

例如：一户居民七月份用电 420 度，则需缴电费 $420 \times 0.85 = 357$ （元）。

某户居民五、六月份共用电 500 度，缴电费 290.5 元。已知该用户六月份用电量大于五月份，且五、六月份的用电量均小于 400 度。问该户居民五、六月份各月电多少度？

4、某市水果批发部门欲将 A 市的一批水果运往本市销售，有火车和汽车两种运输方式，运输过程中的损耗均为 200 元/时。其它主要参考数据如下：

运输工具	途中平均速度 (千米/时)	运费 (元/千米)	装卸费用 (元)
火车	100	15	2000
汽车	80	20	900

(1) 如果选择汽车的总费用比选择火车费用多 1100 元，你知道本市与 A 市之间的路程是多少千米吗？请你列方程解答。

(2) 如果 A 市与某市之间的距离为 S 千米，且知道火车与汽车在路上耽误的时间分别为 2 小时和 3.1 小时，你若是 A 市水果批发部门的经理，要想将这种水果运往其他地区销售。你将选择哪种运输方式比较合算呢？

5. 修一条公路，甲队单独修需要 10 天完成，乙队单独修需要 12 天完成，丙队单独修需要 15 天完成。现在先由甲队修 2.5 天，再由乙队接着修，最后还剩一段路，由甲、乙、丙三队合修两天才完成任务。求乙队在整个修路工程中工作了几天？

6. A、B 两地相距 176 千米，其间一处因山体滑坡导致连接这两地的公路受阻，甲乙两个工程队接到指令，要求于早上 8 点，分别从 A、B 两地同时出发赶往滑坡地点疏通公路。10 时甲队赶到并立即作业，半小时后乙队赶到，并迅速投入战斗，与甲队共同作业。若滑坡受损公路长 1km，甲队行进的速度是乙队的 $\frac{3}{2}$ 倍多 5km，

求甲乙两队赶路的速度分别是多少？

精讲专题六 整式和一元一次方程

一、整体思想的应用

1. 已知代数式 $3x^2-4x+6$ 的值为 9, 求代数式 $x^2-\frac{4}{3}x+6$ 的值。

2. 已知 $x+y=-5, xy=1$, 求代数式 $(3x^2y^2-2xy-5y) - (2x^2y^2-2xy+5x)$ 的值。

二. 探究数字规律

3. 探索解答: 观察下列各式: $-2a, 4a^2, -6a^3, 8a^4, -10a^5, 12a^6, \dots$ 通过观察:

(1) 写出第 n 个单项式; (2) 写出第 2015 个单项式。

三、实际问题

4. 某地电话拨号上网有两种收费方式, 用户可选其一。A 计时制, 每分钟 0.05 元。B 包月制: 50 元。(限一部个人电话上网)。此外每一种上网方式都加收 0.02 元每分钟。(1) 一个用户某月上网时间为 x 小时, 请你写出两种收费方式下用户应该支付的费用。(2) 若某用户估计一个月内上网时间为 20 小时, 你认为采用哪种上网形式更合算。

四、方程解的综合应用

5. 已知关于 x 的方程 $3[x-2(x-\frac{a}{3})]=4x$ 和 $\frac{3x+a}{12}-\frac{1-5x}{8}=1$ 有相同的解, 那么这个解是多少?

6. 当 m 取什么整数时, 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}mx-\frac{5}{3}=\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})$ 的解是整数?

五、方案选择 一次春游中, 小明、小亮等同学随家人一同去旅游, 旅游门票票价是: 成人: 40 元/张; 学生: 按成人票五折优惠; 团体票 (14 人以上, 含 14 人): 按成人票的六折优惠。爸爸说: “大人门票每张 40 元, 学生门票对折优惠, 我们共有 11 个人, 需 360 元。”

(1) 小明他们一共去了几个成人? 几个学生?

(2) 请你帮助小明算一算, 用哪种方式买票更省钱? 并说明理由。

【当堂训练】

1. 下面是按照一定规律排列的一列数： $2/3, -4/5, 8/7, -16/9, \dots$ 那么第 n 个数是_____；
2. (1) 观察一列数 $2, 4, 8, 16, 32, \dots$ 发现从第二项开始，每一项与前一项之比是一个常数，这个常数是_____；
根据此规律，如果 a_n (n 为正整数) 表示这个数列的第 n 项，那么 $a_{18} = \underline{\hspace{2cm}}$, a_n 等于_____。

(2) 如果欲求 $1+3+3^2+3^3+\dots+3^{20}$ 的值，

可令 $S=1+3+3^2+3^3+\dots+3^{20}$ ①

将①式两边同乘以 3，得 $3S=3+3^2+3^3+\dots+3^{20} +3^{21}$ ②

由②减去①式，得 $S=$

(3) 由特殊到一般的方法知：若数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 a_1, q, n 的代数式表示)

3. 若关于 x 的一元一次方程 $\frac{2x-k}{3} - \frac{x-3k}{2} = 1$ 方程的解是 $x=-1$ ，则 k 的值是 ()

A、 $2/7$ B、 1 C、 $-13/11$ D、 0

4. 某乳制品厂，现有鲜牛奶 10 吨，若直接销售，每吨可获利 500 元；若制成酸奶销售，每吨可获利 1200 元；若制成奶粉销售，每吨可获利 2000 元，本工厂的生产能力是：若制成酸奶，每天可加工鲜牛奶 3 吨；若制成奶粉，每天可加工鲜牛奶 1 吨（两种加工方式不能同时进行）。受气温条件限制，这批鲜牛奶必须在 4 天内全部销售或加工完成。为此该厂设计了以下两种可行方案：

方案一：4 天时间全部用来生产奶粉，其余直接销售鲜奶；

方案二：将一部分制成奶粉，其余制成酸奶，并恰好 4 天完成。

你认为哪种方案获利最多，为什么？

5. 已知数轴上 A、B 两点对应数分别为 -2 和 4，p 为数轴上一动点，对应数位 x 。

(1) 若 p 为线段 AB 的三等分点，求 p 点对应的数；

(2) 数轴上是否存在点 p，使 p 点到 A、B 点距离和为 10？若存在，求出 x 的值；若不存在，请说明理由；

(3) 若 A 点，B 点和 P 点 (P 点在原点) 同时向左运动，它们的速度分别为 1, 2, 1 个长度单位/分钟，则第几分钟时 P 为 AB 的中点？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/226144044100010113>