

2024 届新疆巩留县高级中学高三下学期第一次考试数学试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. i 是虚数单位，若 $\frac{1+7i}{2-i} = a+bi(a, b \in R)$ ，则乘积 ab 的值是()

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

2. 设过抛物线 $y^2 = 2px(p > 0)$ 上任意一点 P (异于原点 O) 的直线与抛物线 $y^2 = 8px(p > 0)$ 交于 A, B 两点，直线

OP 与抛物线 $y^2 = 8px(p > 0)$ 的另一个交点为 Q ，则 $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle APO}} = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 甲、乙两名学生的六次数学测验成绩(百分制)的茎叶图如图所示.

甲	乙
	6 9
6 2	7 8
6 2 0	8 7 8
0	9 2 6

①甲同学成绩的中位数大于乙同学成绩的中位数；

②甲同学的平均分比乙同学的平均分高；

③甲同学的平均分比乙同学的平均分低；

④甲同学成绩的方差小于乙同学成绩的方差.

以上说法正确的是 ()

- A. ③④ B. ①② C. ②④ D. ①③④

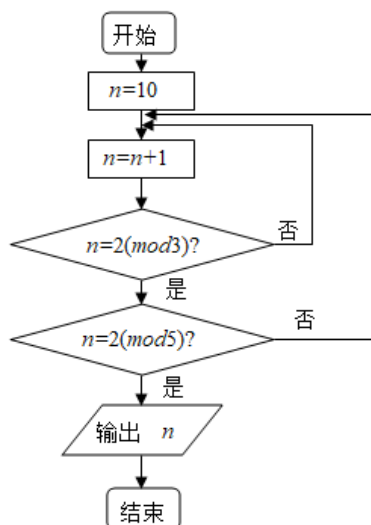
4. 已知函数 $y = 2\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)\left(0 < x < \frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像与一条平行于 x 轴的直线有两个交点，其横坐标分别为 x_1, x_2 ，

则 $x_1 + x_2 = (\quad)$

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

5. 下边程序框图的算法源于我国古代的中国剩余定理.把运算“正整数 N 除以正整数 m 所得的余数是 n

”记为“ $N \equiv n(\bmod m)$ ”，例如 $7 \equiv 1(\bmod 2)$. 执行该程序框图，则输出的 n 等于 ()

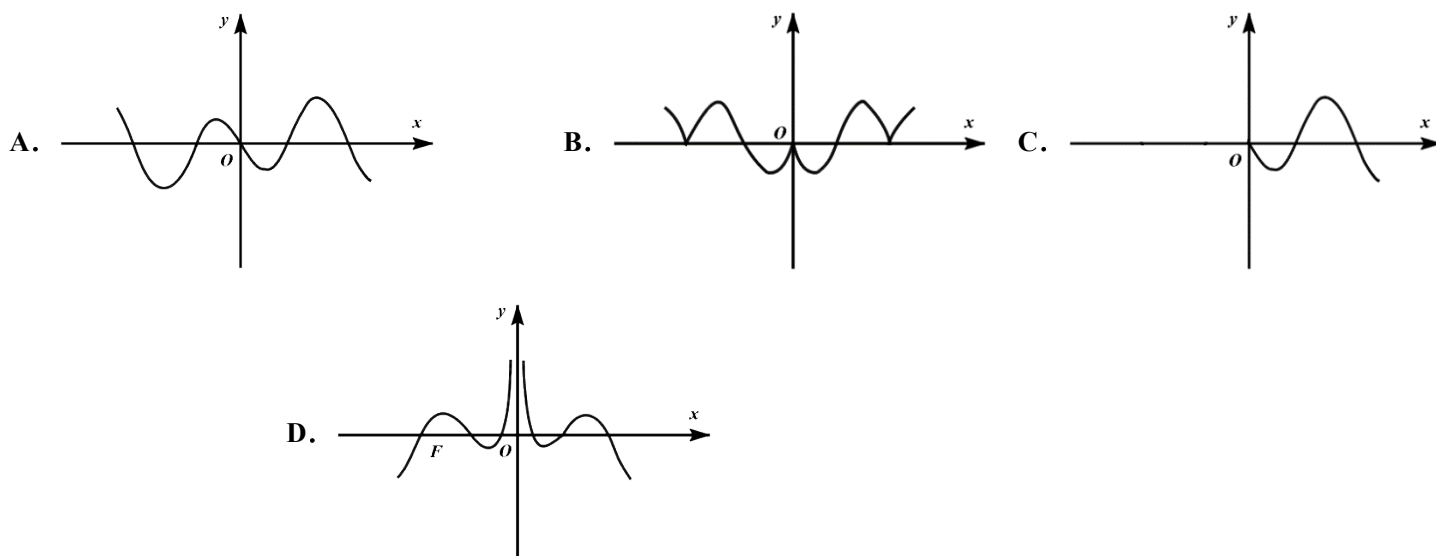


- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

6. 设复数 z 满足 $z \cdot (1+i) = 2i+1$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的共轭复数在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x|$ 图像可能是 ()



8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right)$, 要得到函数 $g(x) = \cos x$ 的图象, 只需将 $y = f(x)$ 的图象()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度

9. 如图 1,《九章算术》中记载了一个“折竹抵地”问题:今有竹高一丈,末折抵地,去本三尺,问折者高几何? 意思是:有一根竹子,原高一丈(1丈=10尺),现被风折断,尖端落在地上,竹尖与竹根的距离三尺,问折断处离地面的高为 ()

）尺.



- A. 5.45 B. 4.55 C. 4.2 D. 5.8

10. 已知集合 $A=\{y|y=|x|-1, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|x\geq 2\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-3\in A$ B. $3\notin B$ C. $A\cap B=B$ D. $A\cup B=B$

11. $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $BC=\sqrt{13}$, $AC=4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

12. 若复数 z 满足 $(1+i)\bar{z}=1+2i$, 则 $|z|=()$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 2, 点 P 是上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一动点, 若三棱锥 $P-ABC$ 的外接球表面积恰为 $\frac{41\pi}{4}$, 则此时点 P 构成的图形面积为_____.

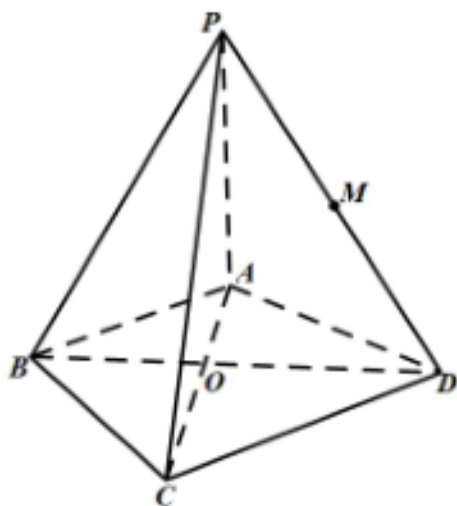
14. 已知实数 $a\neq 0$, 对任意 $x\in\mathbf{R}$, 有 $(1-ax)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$, 且 $4a_1+a_2=0$, 则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5=_____$.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 在直线 $y=2x$ 上, 过点 P 作圆 $C: (x-4)^2+y^2=8$ 的一条切线, 切点为 T . 若 $PT=PO$, 则 PC 的长是_____.

16. 设命题 $p: \exists x_0\in\mathbf{R}, 2^{x_0}+2^{1-x_0}<2$, 则 $\neg p: _____$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

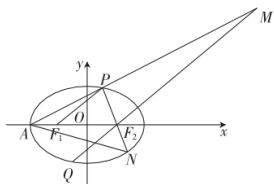
17. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA\perp$ 平面 $ABCD$, $AB=BC=2$, $CD=AD=\sqrt{7}$, $\angle ABC=120^\circ$.



(I) 证明: $BD \perp PC$;

(II) 若 M 是 PD 中点, BM 与平面 PAB 所成的角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{10}$, 求 PA 的长.

18. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, P 是椭圆上的一个动点 (不与左、右顶点重合), 且 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6, 点 P 关于原点的对称点为 Q , 直线 AP, QF_2 交于点 M .



(1) 求椭圆方程;

(2) 若直线 PF_2 与椭圆交于另一点 N , 且 $S_{\triangle AF_2M} = 4S_{\triangle AF_2N}$, 求点 P 的坐标.

19. (12 分) 高铁和航空的飞速发展不仅方便了人们的出行,更带动了我国经济的巨大发展.据统计,在 2018 年这一年内从 A 市到 B 市乘坐高铁或飞机出行的成年人约为 50 万人次.为了了解乘客出行的满意度,现从中随机抽取 100 人次作为样本,得到下表(单位:人次):

满意度	老年人		中年人		青年人	
	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机
10 分(满意)	12	1	20	2	20	1
5 分(一般)	2	3	6	2	4	9

0 分(不满意)	1	0	6	3	4	4
----------	---	---	---	---	---	---

- (1) 在样本中任取1个,求这个出行人恰好不是青年人的概率;
- (2) 在 2018 年从 A 市到 B 市乘坐高铁的所有成年人中,随机选取 2 人次,记其中老年人出行的人次为 X . 以频率作为概率,求 X 的分布列和数学期望;
- (3) 如果甲将要从 A 市出发到 B 市,那么根据表格中的数据,你建议甲是乘坐高铁还是飞机? 并说明理由.

20. (12 分) 求函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{3x+2}$ 的最大值.
21. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 上的任意一点 M 到直线 $y = -1$ 的距离比 M 点到点 $F(0,2)$ 的距离小 1.
- (1) 求动点 M 的轨迹 C_1 的方程;
- (2) 若点 P 是圆 $C_2: (x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$ 上一动点, 过点 P 作曲线 C_1 的两条切线, 切点分别为 A, B , 求直线 AB 斜率的取值范围.
22. (10 分) 在本题中, 我们把具体如下性质的函数 $f(x)$ 叫做区间 D 上的闭函数 ① $f(x)$ 的定义域和值域都是 D ; ② $f(x)$ 在 D 上是增函数或者减函数.
- (1) 若 $f(x) = \tan(\omega x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上是闭函数, 求常数 ω 的值;
- (2) 找出所有形如 $f(x) = a \log_3 x + b\sqrt{x}$ 的函数 (a, b 都是常数), 使其在区间 $[1,9]$ 上是闭函数.

参考答案

- 一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。
- 1、 B
- 【解析】

$$\frac{1+7i}{2-i} = \frac{(1+7i)(2+i)}{5} = -1+3i, \therefore a = -1, b = 3, ab = -3, \text{ 选 B.}$$
- 2、 C
- 【解析】
画出图形, 将三角形面积比转为线段长度比, 进而转为坐标的表达式。写出直线方程, 再联立方程组, 求得交点坐标, 最后代入坐标, 求得三角形面积比.

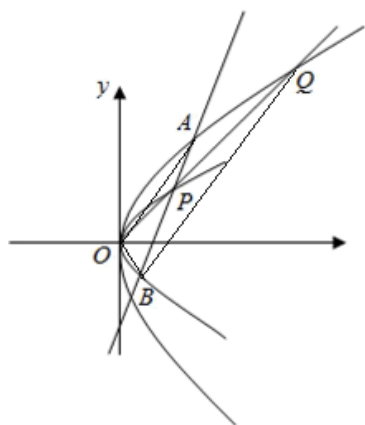
【详解】

作图，设 AB 与 OP 的夹角为 θ ，则 $\triangle ABQ$ 中 AB 边上的高与 $VABO$ 中 AB 边上的高之比为 $\frac{PQ \sin \theta}{OP \sin \theta} = \frac{PQ}{OP}$ ，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ABO}} = \frac{PQ}{OP} = \frac{y_Q - y_P}{y_P} = \frac{y_Q}{y_P} - 1$ ，设 $P\left(\frac{y_1^2}{2p}, y_1\right)$ ，则直线 $OP: y = \frac{y_1}{\frac{y_1^2}{2p}}x$ ，即 $y = \frac{2p}{y_1}x$ ，与 $y^2 = 8px$ 联立，解得

$y_Q = 4y_1$ ，从而得到面积比为 $\frac{4y_1}{y_1} - 1 = 3$ 。

故选：C



【点睛】

解决本题主要在于将面积比转化为线段长的比例关系，进而联立方程组求解，是一道不错的综合题。

3、A

【解析】

由茎叶图中数据可求得中位数和平均数,即可判断①②③,再根据数据集中程度判断④。

【详解】

由茎叶图可得甲同学成绩的中位数为 $\frac{80+82}{2} = 81$,乙同学成绩的中位数为 $\frac{87+88}{2} = 87.5$,故①错误;

$\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{6} \times (72+76+80+82+86+90) = 81$, $\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{6} \times (69+78+87+88+92+96) = 85$,则 $\bar{x}_{\text{甲}} < \bar{x}_{\text{乙}}$,故②错误,③正确;

显然甲同学的成绩更集中,即波动性更小,所以方差更小,故④正确,

故选:A

【点睛】

本题考查由茎叶图分析数据特征,考查由茎叶图求中位数、平均数。

4、A

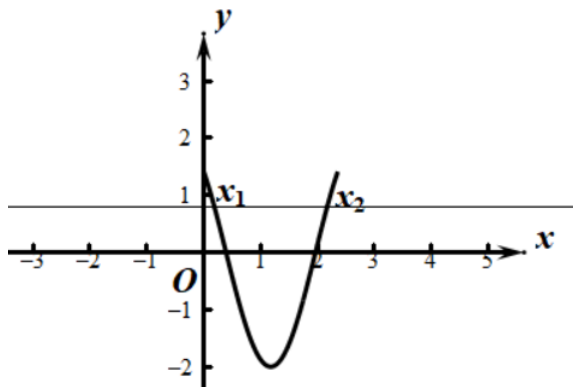
【解析】

画出函数 $y = 2 \sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$ $\left(0 < x < \frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像，函数对称轴方程为 $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ ，由图可得 x_1 与 x_2 关于 $x = \frac{3\pi}{8}$

对称，即得解.

【详解】

函数 $y = 2 \sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$ $\left(0 < x < \frac{3\pi}{4}\right)$ 的图像如图，



对称轴方程为 $2x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$,

$$\therefore x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{又} \because 0 < x < \frac{3\pi}{4}, \therefore x = \frac{3\pi}{8},$$

由图可得 x_1 与 x_2 关于 $x = \frac{3\pi}{8}$ 对称，

$$\therefore x_1 + x_2 = 2 \times \frac{3\pi}{8} = \frac{3\pi}{4}$$

故选：A

【点睛】

本题考查了正弦型函数的对称性，考查了学生综合分析，数形结合，数学运算的能力，属于中档题.

5、B

【解析】

由已知中的程序框图可知，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 n 的值，模拟程序的运行过程，代入四个选项进行验证即可.

【详解】

解：由程序框图可知，输出的数应为被 3 除余 2，被 5 除余 2 的且大于 10 的最小整数.

若输出 $n=16$ ，则 $16 \equiv 1 \pmod{3}$ 不符合题意，排除；

若输出 $n=17$ ，则 $17 \equiv 2 \pmod{3}, 17 \equiv 2 \pmod{5}$ ，符合题意.

故选:B.

【点睛】

本题考查了程序框图.当循环的次数不多，或有规律时，常采用循环模拟或代入选项验证的方法进行解答.

6、D

【解析】

先把 $z \cdot (1+i) = 2i+1$ 变形为 $z = \frac{2i+1}{1+i}$ ，然后利用复数代数形式的乘除运算化简，求出 $\bar{z}$ ，得到其坐标可得答案.

【详解】

解：由 $z \cdot (1+i) = 2i+1$ ，得 $z = \frac{2i+1}{1+i} = \frac{(2i+1)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{3+i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ ，

所以 $\bar{z} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ ，其在复平面内对应的点为 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ，在第四象限

故选：D

【点睛】

此题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的代数表示法及其几何意义，属于基础题.

7、D

【解析】

先判断函数的奇偶性可排除选项 A,C，当 $x \rightarrow 0^+$ 时，可分析函数值为正，即可判断选项.

【详解】

$$\text{Q } y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| = -\cos x \ln|x|,$$

$$\therefore -\cos(-x) \ln|-x| = -\cos x \ln|x|,$$

即函数为偶函数，

故排除选项 A,C，

当正数 x 越来越小，趋近于 0 时， $-\cos x < 0, \ln|x| < 0$ ，

所以函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \ln|x| > 0$ ，故排除选项 B，

故选：D

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，识别函数的图象，属于中档题.

8、A

【解析】

根据函数图像平移原则，即可容易求得结果.

【详解】

因为 $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$,

故要得到 $g(x)$ ，只需将 $f(x)$ 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度.

故选：A.

【点睛】

本题考查函数图像平移前后解析式的变化，属基础题.

9、B

【解析】



如图，已知 $AC + AB = 10$ ， $BC = 3$ ， $AB^2 - AC^2 = BC^2 = 9$

$\therefore (AB + AC)(AB - AC) = 9$ ，解得 $AB - AC = 0.9$ ，

$$\therefore \begin{cases} AB + AC = 10 \\ AB - AC = 0.9 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} AB = 5.45 \\ AC = 4.55 \end{cases}.$$

$\therefore$ 折断后的竹干高为 4.55 尺

故选 B.

10、C

【解析】

试题分析：集合 $A = \{y \mid y \geq -1\}$ $\therefore B \subseteq A \therefore A \cap B = B$

考点：集合间的关系

11、A

【解析】

由余弦定理求出角 A ，再由三角形面积公式计算即可.

【详解】

由余弦定理得： $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{1}{2}$ ，

又 $A \in (0, \pi)$ ，所以得 $A = \frac{\pi}{3}$ ，

故 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = 3\sqrt{3}$ 。

故选：A

【点睛】

本题主要考查了余弦定理的应用，三角形的面积公式，考查了学生的运算求解能力。

12、C

【解析】

化简得到 $\bar{z} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ ， $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ ，再计算复数模得到答案。

【详解】

$(1+i)\bar{z} = 1+2i$ ，故 $\bar{z} = \frac{1+2i}{1+i} = \frac{(1+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1+3i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ ，

故 $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ ， $|z| = \frac{\sqrt{10}}{2}$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查了复数的化简，共轭复数，复数模，意在考查学生的计算能力。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、 $\frac{16\pi}{3}$ 。

【解析】

设三棱锥 $P-ABC$ 的外接球为球 O ，分别取 AB 、 BC 的中点 D 、 E ，先确定球心 O 在线段 DE 和 CE 中点的连线上，先求出球 O 的半径 R 的值，然后利用勾股定理求出 OE 的值，于是得出 $OE = R - OD$ ，再利用勾股定理求出点 O 在上底面轨迹圆的半径长，最后利用圆的面积公式可求出答案。

【详解】

如图所示，设三棱锥 $P-ABC$ 的外接球为球 O ，

分别取 AB 、 BC 的中点 D 、 E ，则点 O 在线段 DE 上，

由于正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/227002025044006142>