几何-直线型几何-金字塔和沙漏模型-2星题

课程目标

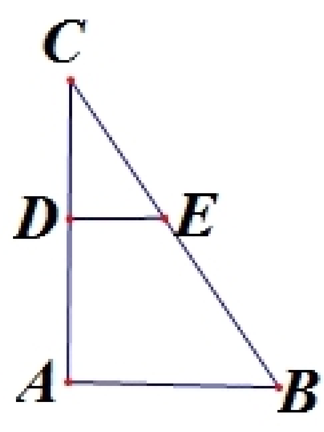
知识点	考试要求	具体要求	考察频率
金字塔和沙漏模型	C	1.能够准确理解金字塔和沙漏模型 2.能够用相似模型解决复杂的几何问题	少考

知识提要

金字塔和沙漏模型

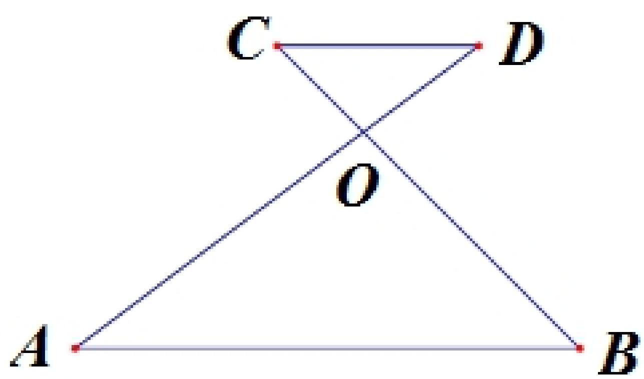
- 金字塔模型

  $\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}=\frac{DE}{AB}$



- 沙漏模型

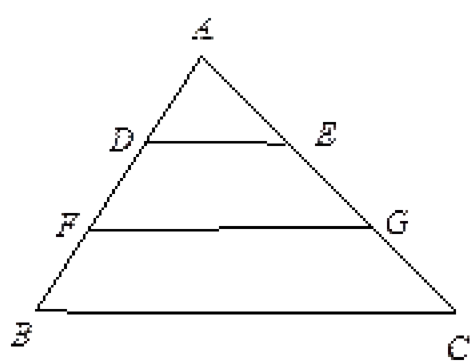
$\frac{AB}{CD}=\frac{AO}{DO}=\frac{BO}{CO}$



精选例题

金字塔和沙漏模型

1. 如图，$\triangle ABC$ 中，DE，FG，BC 互相平行，$AD=DF=FB$，则 $S_{\triangle ADE}$:$S_{四边形\ DEGF}$:$S_{四边形\ FGCB}=$________.

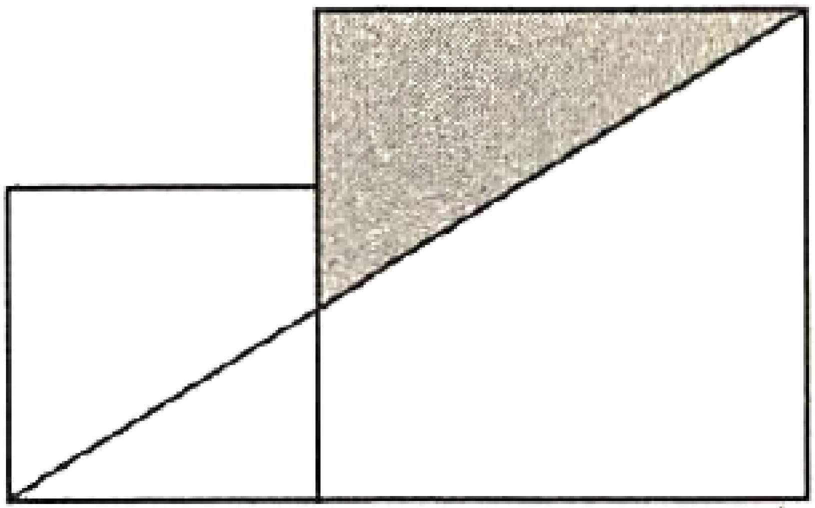


【答案】 1:3:5

【分析】 设 $S_{\triangle ADE}=1$ 份，根据面积比等于相似比的平方，

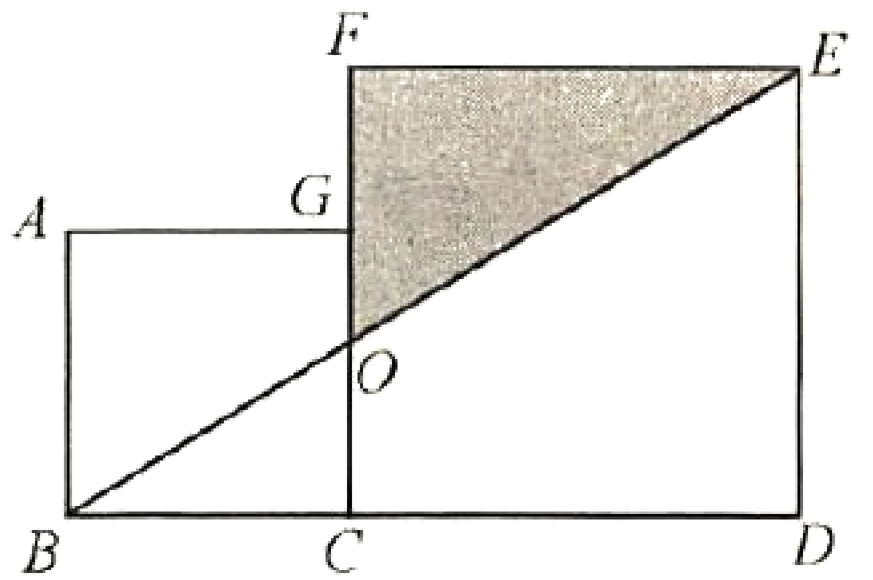
所以 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle AFG}=AD^2:AF^2=1:4$，$S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}=AD^2:AB^2=1:9$，因此 $S_{\triangle AFG}=4$ 份，$S_{\triangle ABC}=9$ 份，进而有 $S_{四边形DEGF}=3$ 份，$S_{四边形FGCB}=5$ 份，所以 $S_{\triangle ADE}:S_{四边形DEGF}:S_{四边形FGCB}=1:3:5$.

2. 如下图所示，将边长 8 厘米和 12 厘米的两个正方形并放在一起，那么图中阴影三角形的面积是________平方厘米.



【答案】 43.2

【分析】 给图中标上字母，如下图.

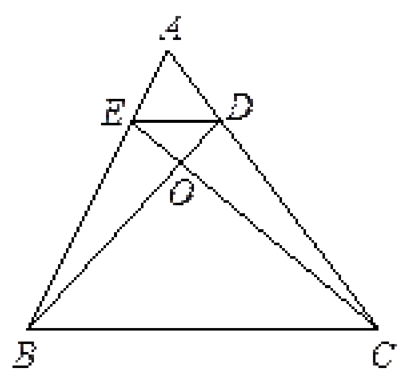


根据沙漏模型 $\frac{OC}{OF}=\frac{BC}{EF}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

所以 $OF=12\times\frac{3}{2+3}=7.2$(厘米).

$S_{\triangle EFO}=7.2\times 12\div 2=43.2$(平方厘米).

3. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AE=\frac{1}{4}AB$，$AD=\frac{1}{4}AC$，ED 与 BC 平行，$\triangle EOD$ 的面积是 1 平方厘米．那么 $\triangle AED$ 的面积是________平方厘米．

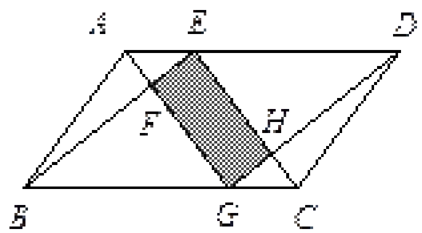


【答案】 $\frac{5}{3}$

【分析】 因为 $AE=\frac{1}{4}AB$，$AD=\frac{1}{4}AC$，ED 与 BC 平行，

根据相似模型可知 $ED:BC=1:4$，$EO:OC=1:4$，$S_{\triangle COD}=4S_{\triangle EOD}=4$ 平方厘米，则 $S_{\triangle CDE}=4+1=5$ 平方厘米，又因为 $S_{\triangle AED}:S_{\triangle CDE}=AD:DC=1:3$，所以 $S_{\triangle AED}=5\times\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$(平方厘米).

4. 如图，四边形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 都是平行四边形，四边形 $ABCD$ 的面积是 16，$BG:GC=3:1$，则四边形 $EFGH$ 的面积 = ________.



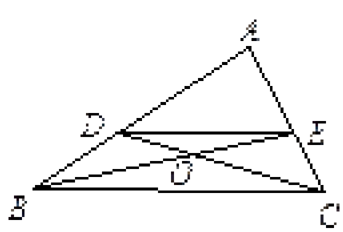
【答案】 3

【分析】 因为 $FGHE$ 为平行四边形，所以 $EC\parallel AG$，所以 $AGCE$ 为平行四边形.

$BG:GC=3:1$，那么 $GC:BC=1:4$，所以 $S_{平行四边形\ AGCE}=\frac{1}{4}\times S_{平行四边形\ ABCD}=\frac{1}{4}\times 16=4$.

又 $AE=GC$，所以 $AE:BG=GC:BG=1:3$，根据沙漏模型，$FG:AF=BG:AE=3:1$，所以 $S_{平行四边形\ FGHE}=\frac{3}{4}S_{平行四边形\ AGCE}=\frac{3}{4}\times 4=3$.

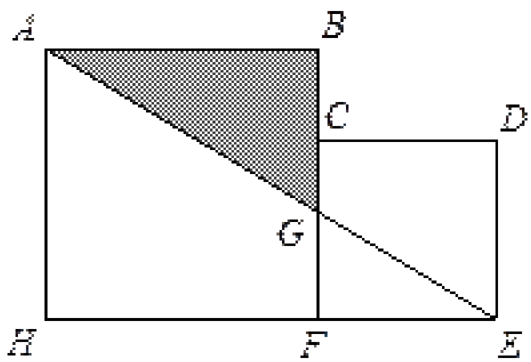
5. 如图，已知 DE 平行 BC，$BO:EO=3:2$，那么 $AD:AB=$ ________.



【答案】 2:3

【分析】 由沙漏模型得 $BO:EO=BC:DE=3:2$，再由金字塔模型得 $AD:AB=DE:BC=2:3$.

6. 图中的大小正方形的边长均为整数（厘米），它们的面积之和等于 52 平方厘米，则阴影部分的面积是________平方厘米．



【答案】 10.8

【分析】 设大、小正方形的边长分别为 m 厘米、n 厘米（$m>n$），则

$$m^2+n^2=52,$$

所以

$$m<8.$$

若 $m⩽5$，则

$$m^2+n^2<5^2\times 2=50<52,$$

不合题意，所以 m 只能为 6 或 7．检验可知只有 $m=6$、$n=4$ 满足题意，所以大、小正方形的边长分别为 6 厘米和 4 厘米．根据相似三角形性质，

$$BG:GF=AB:FE=6:4=3:2,$$

而

$$BG+GF=6,$$

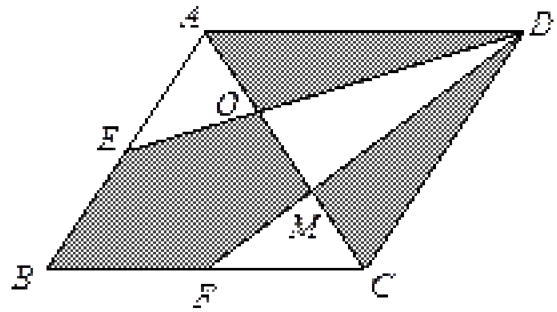
得

$$BG=3.6(\text{厘米}),$$

所以阴影部分的面积为：

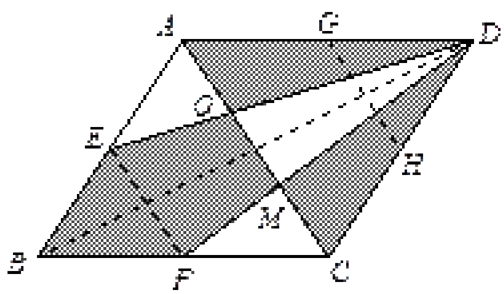
$$\frac{1}{2}\times 6\times 3.6=10.8(\text{平方厘米}).$$

7. $ABCD$ 是平行四边形，面积为 72 平方厘米，E、F 分别为 AB、BC 的中点，则图中阴影部分的面积为________平方厘米．



【答案】 48

【分析】 方法一：设 G、H 分别为 AD、DC 的中点，连接 GH、EF、BD.



可得

$$S_{\triangle AED}=\frac{1}{4}S_{\text{平行四边形}\ ABCD},$$

对角线 BD 被 EF、AC、GH 平均分成四段，又 $OM\ /\!/\ EF$，所以

$$DO{:}ED=\frac{2}{4}BD{:}\frac{3}{4}BD=2{:}3,$$

$$OE{:}ED=(ED-OD){:}ED=(3-2){:}3=1{:}3,$$

所以

$$S_{\triangle AEO}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}S_{\text{平行四边形}\ ABCD}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times 72=6(\text{平方厘米}),$$

$$S_{\triangle ADO}=2\times S_{\triangle AEO}=12(\text{平方厘米}).$$

同理可得

$$S_{\triangle CFM}=6(\text{平方厘米}),S_{\triangle CDM}=12(\text{平方厘米}).$$

所以

$$S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEO}-S_{\triangle CFM}=36-6-6=24(\text{平方厘米}),$$

于是，阴影部分的面积为

$$24+12+12=48(\text{平方厘米}).$$

方法二：寻找图中的沙漏，

$$AE:CD=AO:OC=1:2,$$

$$FC:AD=CM:AM=1:2,$$

因此 O,M 为 AC 的三等分点，

$$S_{\triangle ODM}=\frac{1}{6}S_{\text{平行四边形}ABCD}=\frac{1}{6}\times 72=12(\text{平方厘米}),$$

$$S_{\triangle AEO}=\frac{1}{4}S_{\triangle OCD}=\frac{1}{4}\times 12\times 2=6(\text{平方厘米}),$$

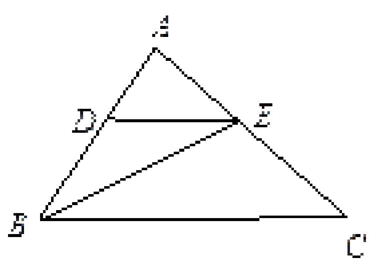
同理

$$S_{\triangle FMC}=6(\text{平方厘米}),$$

所以

$$S_{\text{阴影}}=72-12-6-6=48(\text{平方厘米}).$$

8. 如图，DE 平行 BC，若 $AD:DB=2:3$，那么 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ECB}=$_________.

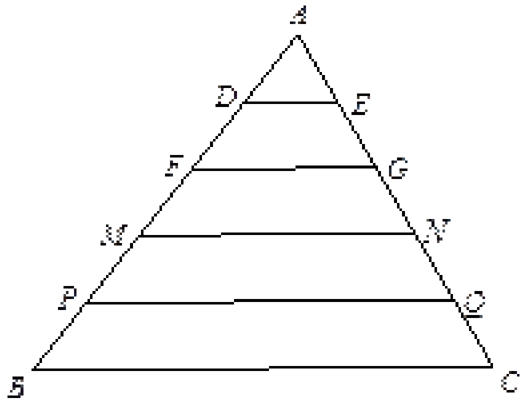


【答案】 4:15

【分析】 根据金字塔模型 $AD:AB=AE:AC=DE:BC=2:(2+3)=2:5$，$S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}=2^2:5^2=4:25$，

设 $S_{\triangle ADE}=4$ 份，则 $S_{\triangle ABC}=25$ 份，$S_{\triangle BEC}=25\div 5\times 3=15$ 份，所以 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ECB}=4:15$.

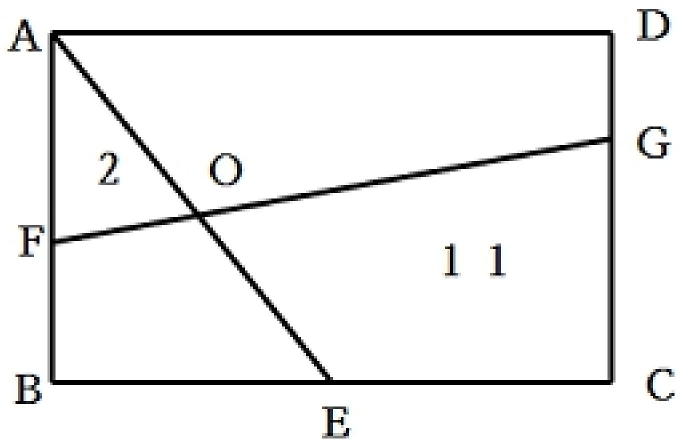
9. 如图，$\triangle ABC$ 中，DE，FG，MN，PQ，BC 互相平行，$AD=DF=FM=MP=PB$，则 $S_{\triangle ADE}:S_{\text{四边形}DEGF}:S_{\text{四边形}FGNM}:S_{\text{四边形}MNQP}:S_{\text{四边形}PQCB}=$_________.



【答案】　1:3:5:7:9

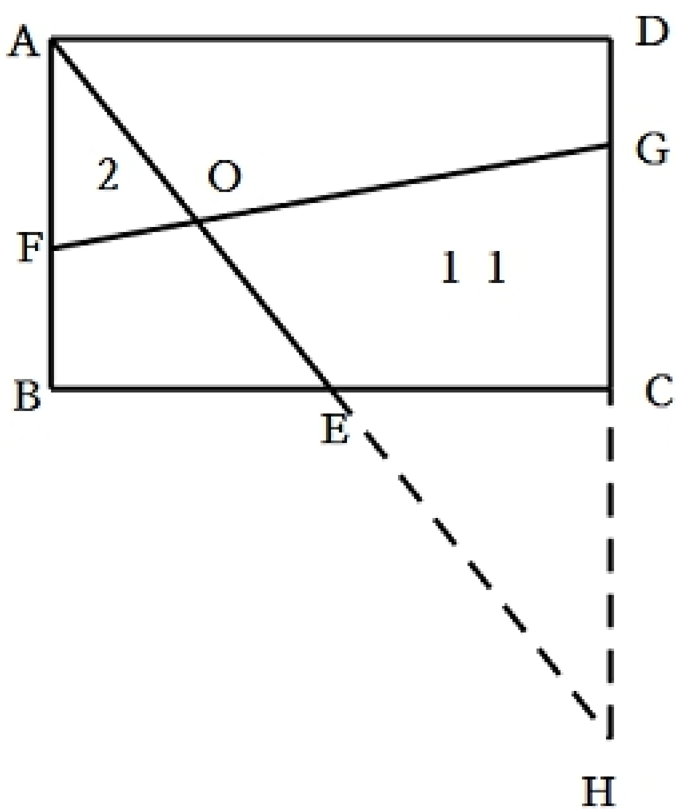
【分析】　设 $S_{\triangle ADE}=1$ 份，$S_{\triangle ADE}:S_{\triangle AFG}=AD^2:AF^2=1:4$，因此 $S_{\triangle AFG}=4$ 份，进而有 $S_{四边形DEGF}=3$ 份，同理有 $S_{四边形FGNM}=5$ 份，$S_{四边形MNQP}=7$ 份，$S_{四边形PQCB}=9$ 份.
所以有 $S_{\triangle ADE}:S_{四边形DEGF}:S_{四边形FGNM}:S_{四边形MNQP}:S_{四边形PQCB}=1:3:5:7:9$.

10. 在下图中，线段 AE、FG 将长方形 $ABCD$ 分成了四块；已知其中两块的面积分别是 2 平方厘米、11 平方厘米，且 E 是 BC 的中点，O 是 AE 的中点．请问长方形 $ABCD$ 的面积是________ 平方厘米．



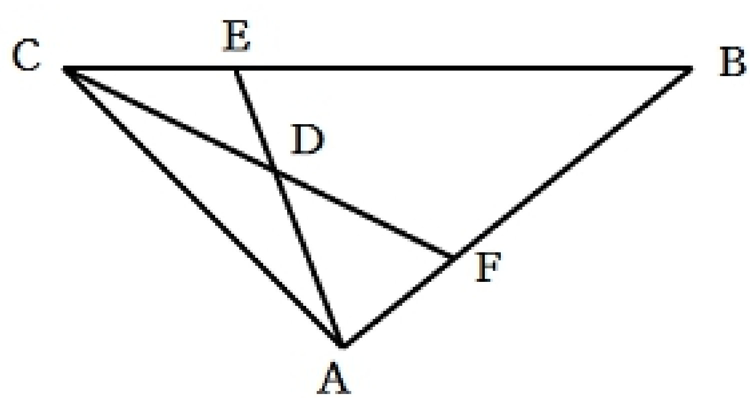
【答案】　28

【分析】　如下图所示，延长 AE、DC 交于点 H.



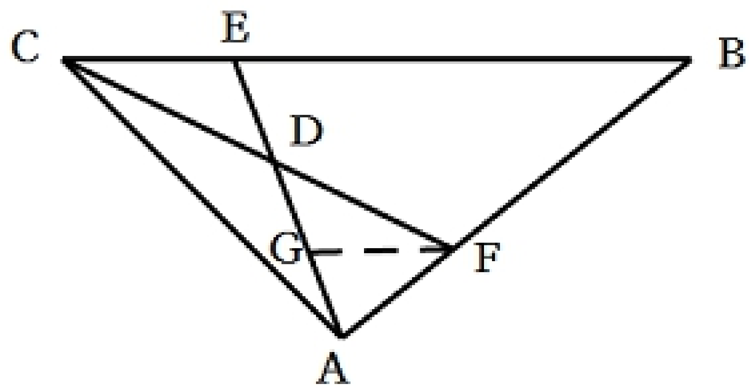
由于 E 是 BC 的中点，由 $AB \parallel CH$，有 $AE:EH = BE:EC = 1:1$，
由于 O 是 AE 中点，那么 $AO:OH = 1:3$.
由 $AF \parallel GH$，有 $S_{\triangle AOF}:S_{\triangle GOH} = 1^2:3^2 = 1:9$.
所以，$S_{\triangle GOH} = 2 \times 9 = 18$(平方厘米)，
那么 $S_{\triangle CEH} = 18 - 11 = 7$(平方厘米).
所以，$S_{平行四边形ABCD} = 4S_{\triangle ABE} = 4S_{\triangle CEH} = 4 \times 7 = 28$(平方厘米).

11. 如下图所示，三角形田地中有两条小路 AE 和 CF，交叉处为 D. 张大伯常走这两条小路，他知道 $DF = DC$，且 $AD = 2DE$. 则两块田地 ACF 和 CFB 的面积比是________.

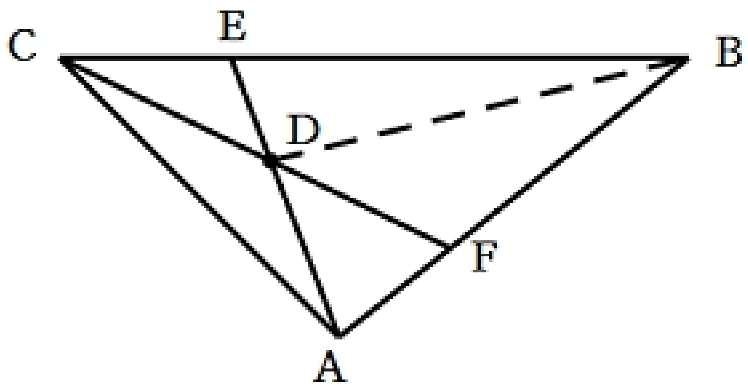


【答案】 1:2

【分析】 方法一：如下图所示，ACF 和 CFB 为同高三角形，所以面积比等于底边比 AF:FB.

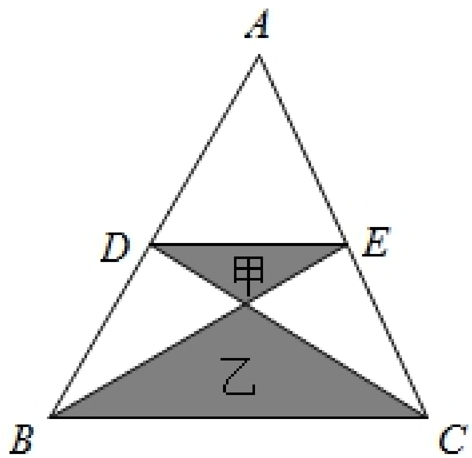


过 F 作 BC 的平行线，交 AE 于 G，则因为 $DF=DC$，所以三角形 CED 和 FGD 全等，$GD=DE$．又因为 $AD=2DE$，所以 D 和 G 是 AE 的三等分点，所以 AF:$FB=AG$:$GE=1$:2.
方法二：如下图所示，连接 BD，设 $S_{\triangle CED}=1$(份)，则 $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ADF}=2$(份).



设 $S_{\triangle BED}=x$,$S_{\triangle BFD}=y$，则有 $\begin{cases}x+1=y\\2x=y+2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$.
所以 $S_{\triangle ACF}$:$S_{\triangle CFB}=(2+2)$:$(4+3+1)=1$:2.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D，E 分别是 AB，AC 的中点，且图中两个阴影部分（甲和乙）的面积差是 5.04，则 $S_{\triangle ABC}=$________.



【答案】 20.16

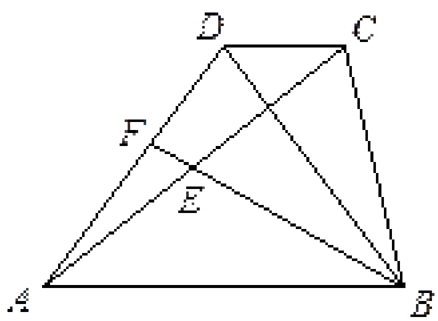
【分析】 由于 D，E 都是中点，则 $BC=2DE$，设 DE 为 1 份，则 BC 为 2 份，根根据梯形中的蝴蝶模型，得到甲是 1 份，乙是 4 份，两个翅膀都是 2 份，由此可推出 $\triangle ADE$ 为 3 份，且每份为

$$5.04\div(4-1)=1.68,$$

所以

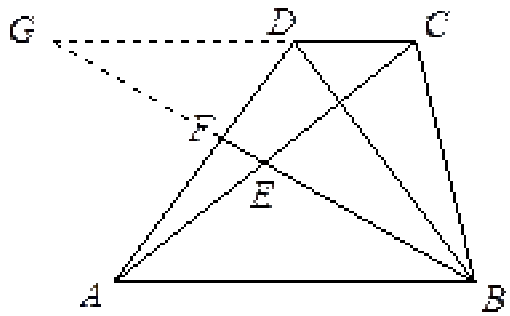
$$S_{\triangle ABC}=1.68\times(3+1+4+2+2)=20.16$$

13. 梯形 $ABCD$ 的面积为 12，$AB=2CD$，E 为 AC 的中点，BE 的延长线与 AD 交于 F，四边形 $CDFE$ 的面积是_________.



【答案】 $\frac{8}{3}$

【分析】 延长 BF、CD 相交于 G.



由于 E 为 AC 的中点，根据相似三角形性质，

$$CG = AB = 2CD,$$

$$GD = \frac{1}{2}GC = \frac{1}{2}AB,$$

再根据相似三角形性质，

$$AF:FD = AB:DG = 2:1,$$

$$GF:GB = 1:3,$$

而

$$S_{\triangle ABD}:S_{\triangle BCD} = AB:CD = 2:1,$$

所以

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} = \frac{1}{3} \times 12 = 4,$$

$$S_{\triangle GBC} = 2S_{\triangle BCD} = 8.$$

又

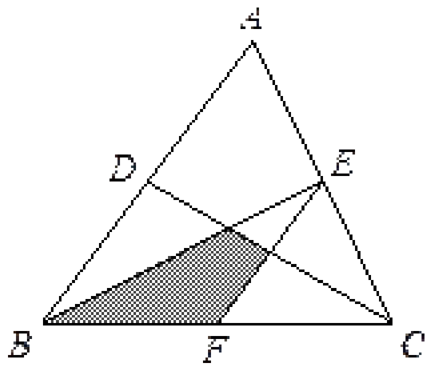
$$\frac{S_{\triangle GDF}}{S_{\triangle GBC}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

$$S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}S_{\triangle GBC},$$

所以

$$S_{CDFE} = \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3}S_{\triangle GBC} = \frac{8}{3}.$$

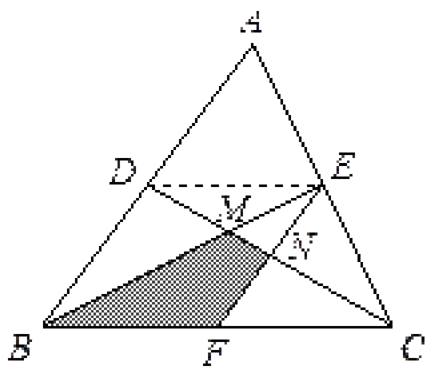
14. 如图，三角形 ABC 的面积为 60 平方厘米，D、E、F 分别为各边的中点，那么阴影部分的面积是________平方厘米．



【答案】　12.5

【分析】　阴影部分是一个不规则的四边形，不方便直接求面积，可以将其转化为两个三角形的面积之差．而从图中来看，既可以转化为 $\triangle BEF$ 与 $\triangle EMN$ 的面积之差，又可以转化为 $\triangle BCM$ 与 $\triangle CFN$ 的面积之差．

（法一）如图，连接 DE．



由于 D、E、F 分别为各边的中点，那么 $BDEF$ 为平行四边形，且面积为三角形 ABC 面积的一半，即 30 平方厘米；那么 $\triangle BEF$ 的面积为平行四边形 $BDEF$ 面积的一半，为 15 平方厘米．

根据几何五大模型中的相似模型，由于 DE 为三角形 ABC 的中位线，长度为 BC 的一半，则

$$EM:BM = DE:BC = 1:2,$$

所以

$$EM = \frac{1}{3}EB;$$

$$EN:FN = DE:FC = 1:1,$$

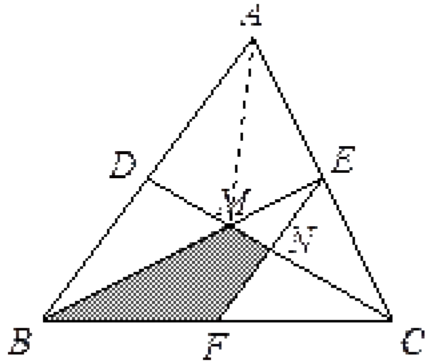
所以

$$EN = \frac{1}{2}EF.$$

那么 $\triangle EMN$ 的面积占 $\triangle BEF$ 面积的 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，所以阴影部分面积为

$$15 \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 12.5(\text{平方厘米}).$$

（法二）如图，连接 AM.



根据燕尾定理，

$$S_{\triangle ABM}:S_{\triangle BCM} = AE:EC = 1:1,$$

$$S_{\triangle ACM}:S_{\triangle BCM} = AD:DB = 1:1,$$

所以

$$S_{\triangle BCO} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 60 = 20(\text{平方厘米}),$$

而

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 60 = 30(\text{平方厘米}),$$

所以

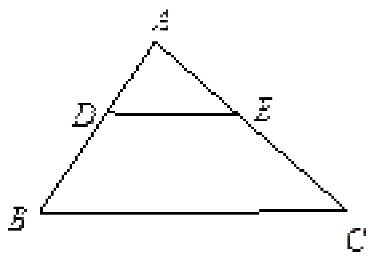
$$S_{\triangle FCN} = \frac{1}{4}S_{\triangle BDC} = 7.5(\text{平方厘米}),$$

那么阴影部分面积为

$$20 - 7.5 = 12.5(\text{平方厘米}).$$

【总结】求三角形的面积，一般有三种方法：
（1）利用面积公式：底 × 高 ÷ 2；
（2）利用整体减去部分；
（3）利用比例和模型.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中，DE 平行 BC，若 $AD:DB = 2:3$，且 $S_{梯形DBCE}$ 比 $S_{\triangle ADE}$ 大 $8.5\ cm^2$，求 $S_{\triangle ABC}$.



【答案】 $12.5cm^2$

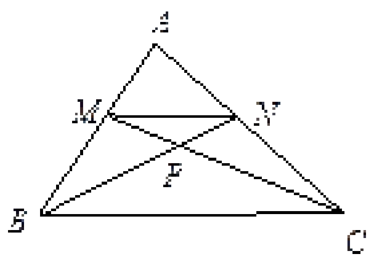
【分析】 根据金字塔模型

$$AD:AB=DE:BC=2:(2+3)=2:5,$$

$$S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}=2^2:5^2=4:25,$$

设 $S_{\triangle ADE}=4$ 份，则 $S_{\triangle ABC}=25$ 份，$S_{梯形DBCE}=25-4=21$ 份，$S_{梯形DBCE}$ 比 $S_{\triangle ADE}$ 大 17 份，恰好是 8.5 cm^2，所以 $S_{\triangle ABC}=12.5cm^2$.

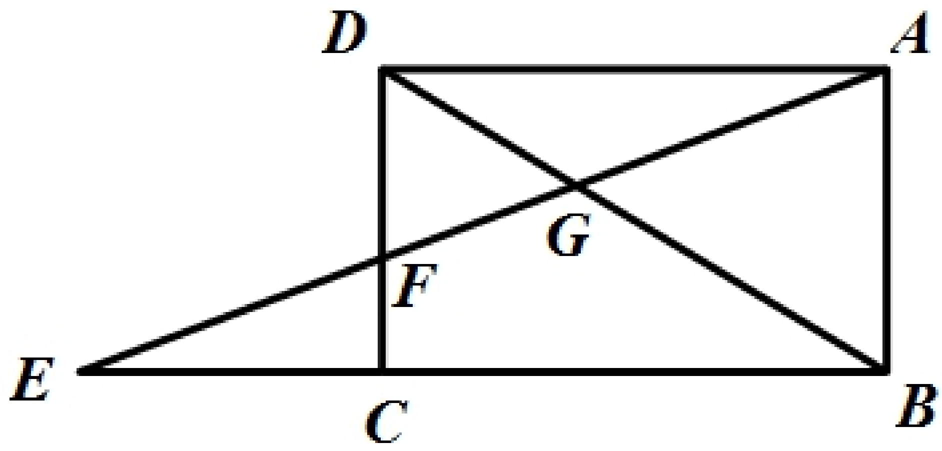
16. 如图：MN 平行 BC，$S_{\triangle MPN}:S_{\triangle BCP}=4:9$，$AM=4cm$，求 BM 的长度.



【答案】 $2cm$

【分析】 在沙漏模型中，因为 $S_{\triangle MPN}:S_{\triangle BCP}=4:9$，所以 $MN:BC=2:3$，在金字塔模型中有：$AM:AB=MN:BC=2:3$，因为 $AM=4cm$，$AB=4\div2\times3=6cm$，所以 $BM=6-4=2cm$.

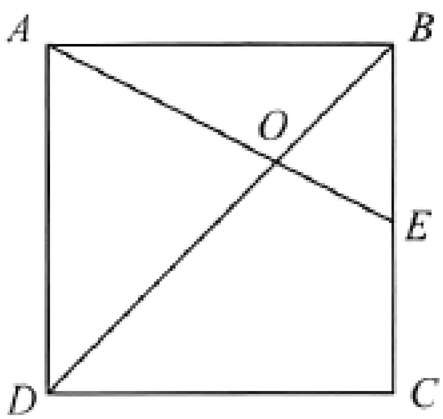
17. 如右图，长方形 $ABCD$ 中，$EF=16$，$FG=9$，求 AG 的长.



【答案】 15

【分析】 因为$\frac{DG}{GB}=\frac{AG}{GE}=\frac{AG}{25}$，且$\frac{DG}{GB}=\frac{FG}{GA}=\frac{9}{AG}$，所以$\frac{AG}{25}=\frac{9}{AG}$即$AG^2=25\times9=225$，所以$AG=15$.

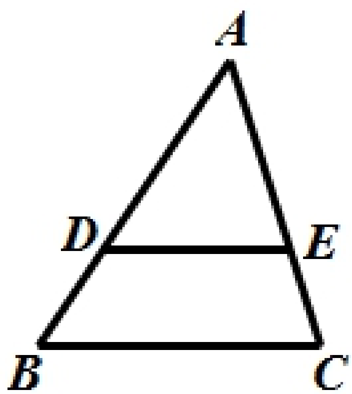
18. 如图，正方形$ABCD$的边长是 6，E点是BC的中点，求$\triangle AOD$的面积.



【答案】 12.

【分析】 连结 DE，因为BE与AD之比是 1:2，可如图所示设份数，可知$\triangle AOD$的面积是正方形面积的三分之一，是 12.

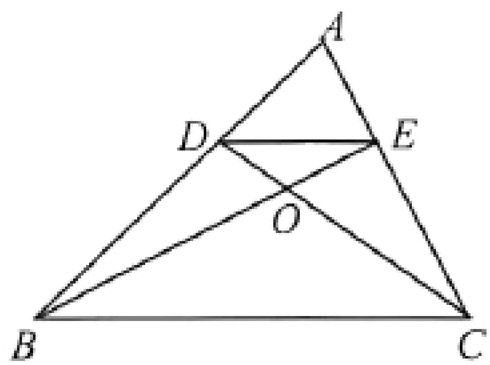
19. 如图所示，三角形ABC中，DE与BC平行，且$AD{:}DB=5{:}2$，求$AE{:}EC$及$DE{:}BC$.



【答案】　5:2，5:7

【分析】　根据金字塔模型的结论即可直接得出答案．

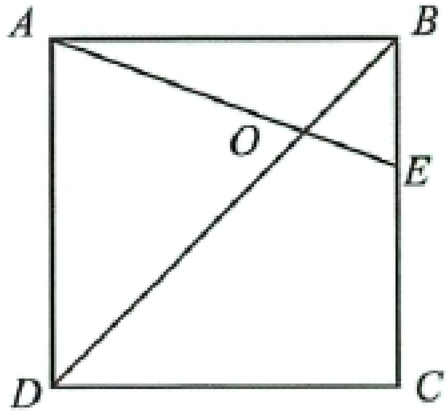
20. 已知三角形 ADE 的面积为 3 平方厘米，D 是 AB 边的三等分点（靠近 A 点），且 DE 与 BC 平行．请求出三角形 OBC 的面积为多少平方厘米？



【答案】　13.5 平方厘米．

【分析】　由金字塔模型知，$AD:AB = DE:BC = 1:3$，设 $\triangle ODE$ 的面积为 1 份，则 $\triangle ODB$ 的面积为 3 份，$\triangle OEC$ 的面积为 3 份，$\triangle OBC$ 的面积为 9 份，又因为 $\triangle ADE$ 与 $\triangle DEC$ 等高，可知 $\triangle ADE$ 的面积为 2 份，由此可知 $\triangle OBC$ 的面积为 $3 \div 2 \times 9 = 13.5$ 平方厘米．

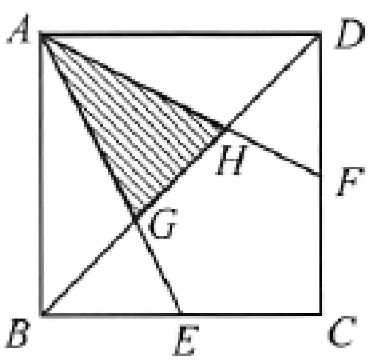
21. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长是 6，E 点是 BC 的三等分点．$\triangle AOD$ 的面积是多少？



【答案】 13.5.

【分析】 由沙漏模型，$BE:AD=BO:OD=1:3$, $\triangle AOB$ 与 $\triangle AOD$ 等高，面积比为 1:3，因此 $\triangle AOD$ 的面积为 $6\times6\div2\times\frac{3}{4}=13.5$.

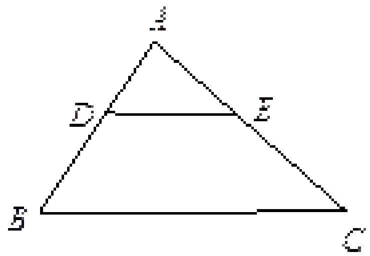
22. 如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，E,F 分别是 BC,CD 的中点，已知正方形 $ABCD$ 的面积为 60 平方厘米，求阴影部分的面积.



【答案】 10 平方厘米.

【分析】 由条件知，$BE=AD=1:2$，则 $BG:GD=1:2,BG=\frac{1}{3}BD$，同理，$DF:AB=1:2$，则 $DH:HB=1:2,DH=\frac{1}{3}BD$，由此可得，$GH=\frac{1}{3}BD$，阴影部分面积为 $60\div2\div3=10$ 平方厘米.

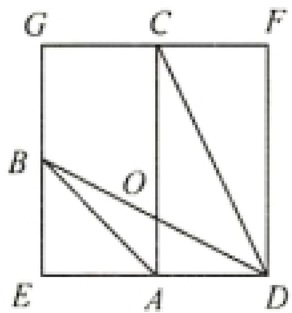
23. 如图，DE 平行 BC，且 $AD=2$，$AB=5$，$AE=4$，求 AC 的长.



【答案】　10

【分析】　由金字塔模型得 $AD:AB=AE:AC=DE:BC=2:5$，所以 $AC=4\div 2\times 5=10$.

24. 在图中的正方形中，A、B、C 分别是 ED、EG、GF 的中点．请问：三角形 CDO 的面积是三角形 ABO 面积的几倍？



【答案】　3 倍．

【分析】　不妨设正方形的边长是 2，所以

$$FC=CG=GB=BE=EA=AD=1.$$

又 A、C 分别是所在边的中点，所以 $AC\parallel GE$，即 $OA\parallel BE$，由此可见 OA 是 $\triangle DBE$ 的中位线，有 $\frac{OA}{BE}=\frac{1}{2}$，所以 $\triangle OAD$ 的面积是

$$\frac{1}{2}\times 1\div 2=\frac{1}{4}.$$

$\triangle AOB$ 的面积等于 $\triangle BAD$ 的面积减去 $\triangle AOD$ 的面积，等于

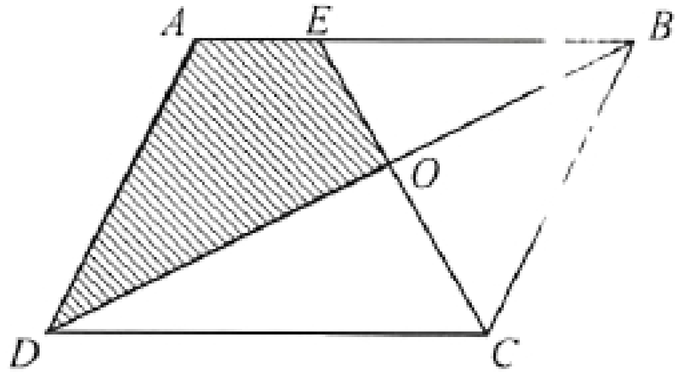
$$1\times 1\div 2-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}.$$

$\triangle COD$ 的面积等于 $\triangle CAD$ 的面积减去 $\triangle AOD$ 的面积，等于

$$2\times 1\div 2-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}.$$

由此可得，$\triangle CDO$ 的面积是 $\triangle ABO$ 面积的 3 倍.

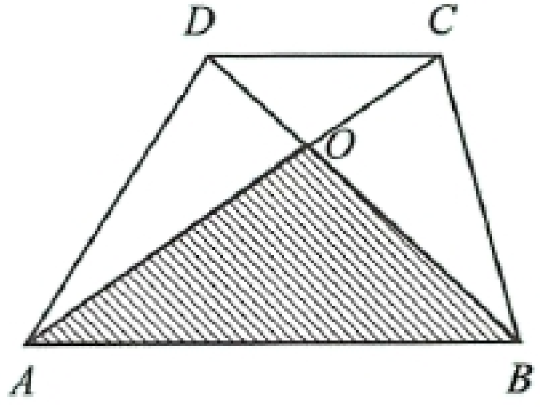
25. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的面积是 90．已知 E 点是 AB 上靠近 A 点的三等分点，求阴影部分的面积.



【答案】 33．

【分析】 由沙漏模型知，$BE:CD=BO:OD=EO:OC=2:3$，设 $\triangle OBE$ 的面积为 4 份，则 $\triangle OBC$ 的面积为 6 份，$\triangle OCD$ 的面积为 9 份，$\triangle OBC$ 的面积与 $\triangle OCD$ 的面积之和为整个四边形面积的一半，因此四边形的面积为 30 份，总面积为 90，则一份对应面积为 3，阴影部分占了 11 份，面积为 33．

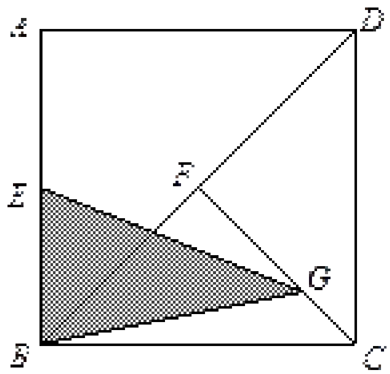
26. 如图所示，梯形 $ABCD$ 的面积是 50，下底长是上底长的 1.5 倍，阴影三角形的面积是多少？



【答案】 18．

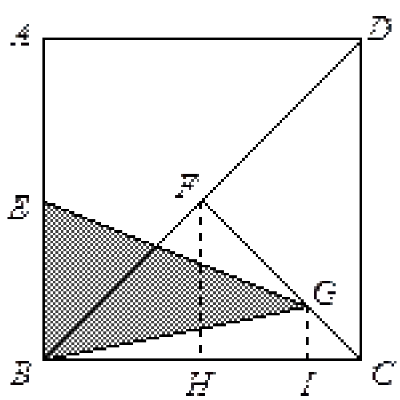
【分析】 上底与下底的长度比为 2:3，设 $\triangle OCD$ 面积是 4 份，则 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 的面积均为 6 份，$\triangle ABO$ 的面积为 9 份，总面积为 50，故一份所对应的面积为 2，则 $\triangle ABO$ 的面积为 18．

27. 下图中正方形的面积为 1，E、F 分别为 AB、BD 的中点，$GC=\frac{1}{3}FC$．求阴影部分的面积．



【答案】 $\frac{5}{24}$

【分析】 题中条件给出的都是比例关系，由此可以初步推断阴影部分的面积要通过比例求解，而图中出现最多的就是三角形，那么首先想到的就是利用相似三角形的性质．
阴影部分为三角形，已知底边为正方形边长的一半，只要求出高，便可求出面积．可以作 FH 垂直 BC 于 H，GI 垂直 BC 于 I．



根据相似三角形性质，

$$CI:CH=CG:CF=1:3,$$

又因为

$$CH = HB,$$

所以

$$CI:CB = 1:6,$$

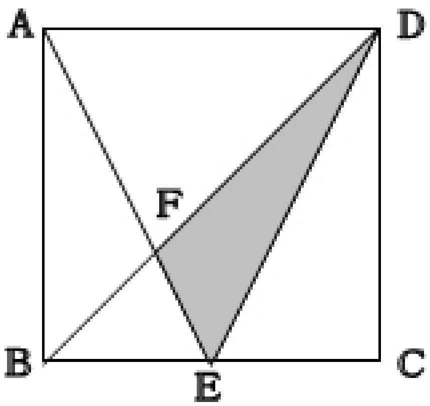
即

$$BI:BC = (6-1):6 = 5:6,$$

所以

$$S_{\triangle BGE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{24}.$$

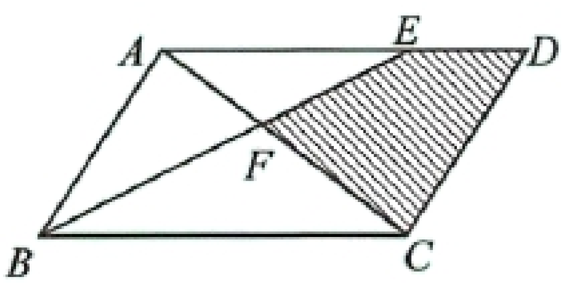
28. 如图，正方形 $ABCD$ 中 E 是 BC 边的中点，AE 与 BD 相交于 F 点，三角形 DEF 的面积是 2，那么正方形 $ABCD$ 的面积是__________.



【答案】　12

【分析】　左边梯形 $ABED$，因为 E 为 BC 的中点，所以 $BE:AD = 1:2$ 所以 $BF:FD = 1:2$ 又因为三角形 DEF 的面积是 2 所以三角形 BEF 的面积是 1，三角形 ABF 的面积为 2，三角形 AFD 的面积为 4 而 $S_{\triangle BED} = S_{\triangle DEC}$，所以 $S_{\triangle DEC} = 3$ $S_{\triangle ABCD} = 1 + 2 + 2 + 4 + 3 = 12$

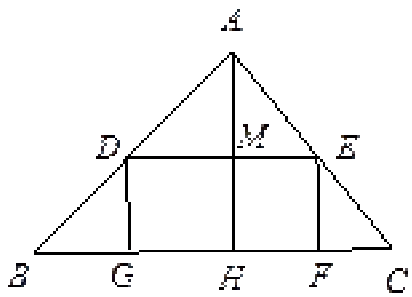
29. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的面积是 12,$DE = \frac{1}{3}AD$,AC 与 BE 的交点为 F，那么图中阴影部分面积是多少？



【答案】 4.4.

【分析】 AE:$BC=2$:3，设份数可知 $ABCD$ 为 30 份，$\triangle AEF$ 为 4 份，阴影部分占 11 份，面积为 4.4.

30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，有长方形 $DEFG$，G、F 在 BC 上，D、E 分别在 AB、AC 上，AH 是 $\triangle ABC$ 边 BC 的高，交 DE 于 M，DG:$DE=1$:2，$BC=12$ 厘米，$AH=8$ 厘米，求长方形的长和宽.



【答案】 长和宽分别是 $\frac{48}{7}$ 厘米，$\frac{24}{7}$ 厘米.

【分析】 观察图中有金字塔模型 5 个，用与已知边有关系的两个金字塔模型，所以

$$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB},\frac{DG}{AH}=\frac{BD}{AB},$$

所以有

$$\frac{DE}{BC}+\frac{DG}{AH}=\frac{AD}{AB}+\frac{BD}{AB}=1,$$

设 $DG=x$，则 $DE=2x$，所以有

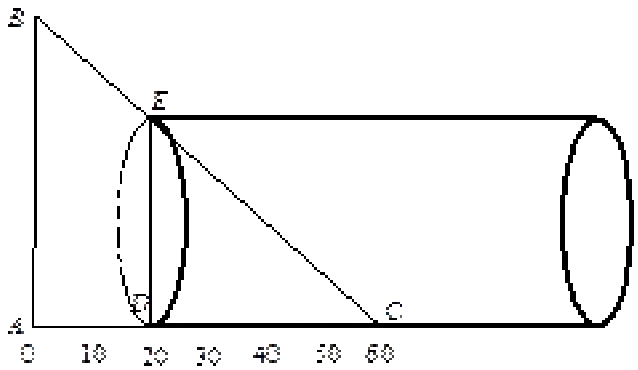
$$\frac{2x}{12}+\frac{x}{8}=1,$$

解得

$$x=\frac{24}{7},2x=\frac{48}{7},$$

因此长方形的长和宽分别是 $\frac{48}{7}$ 厘米，$\frac{24}{7}$ 厘米.

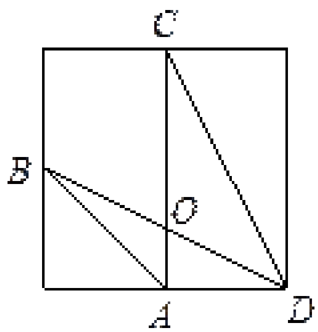
31. 如图，测量小玻璃管口径的量具 ABC，AB 的长为 15 厘米，AC 被分为 60 等份．如果小玻璃管口 DE 正好对着量具上 20 等份处（DE 平行 AB），那么小玻璃管口径 DE 是多大？



【答案】　10 厘米.

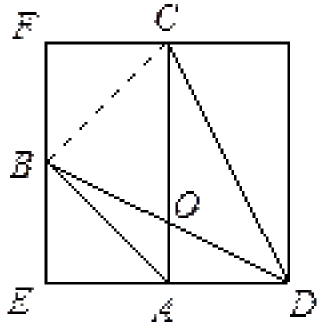
【分析】　有一个金字塔模型，所以 $DE:AB=DC:AC$，$DE:15=40:60$，所以 $DE=10$ 厘米.

32. 在图中的正方形中，A，B，C 分别是所在边的中点，$\triangle CDO$ 的面积是 $\triangle ABO$ 面积的几倍？



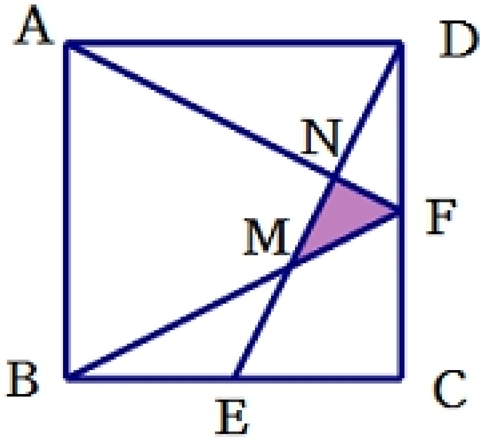
【答案】　3

【分析】



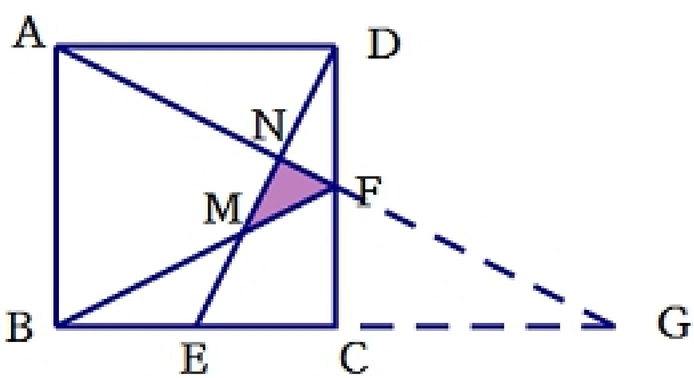
连接 BC，易知 $OA \parallel EF$，可知 $OB:OD = AE:AD$，且 $OA:BE = DA:DE = 1:2$，所以 $\triangle CDO$ 的面积等于 $\triangle CBO$ 的面积；由 $OA = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{4}AC$ 可得 $CO = 3OA$，所以 $S_{\triangle CDO} = S_{\triangle CBO} = 3S_{\triangle ABO}$，即 $\triangle CDO$ 的面积是 $\triangle ABO$ 面积的 3 倍.

33. 如图所示，正方形 $ABCD$ 面积为 1，E、F 分别是 BC 和 DC 的中点，DE 与 BF 交于 M 点，DE 与 AF 交于 N 点，那么阴影三角形 MFN 的面积是多少？

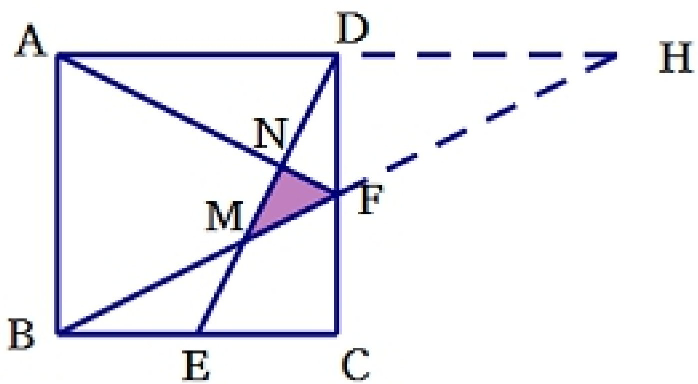


【答案】 $\frac{1}{30}$

【分析】 如下图，延长 AF、BC 交于点 G，在沙漏 $ADNEG$ 中，$AD:EG = 2:3$，所以 $DN:NE = 2:3$，故 $DN = \frac{2}{5}DE$.



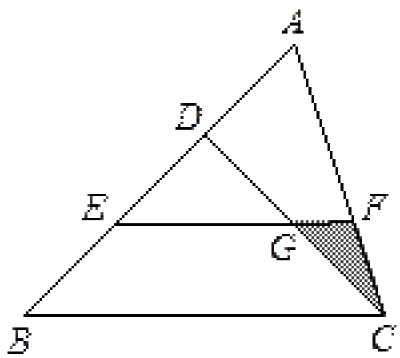
如下图，延长 BF、AD 交于点 H，在沙漏 $DHMBE$ 中，$DH:BE = 2:1$，所以 $DM:ME = 2:1$，故 $ME = \frac{1}{3}DE$.



所以 $NM=\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)DE=\frac{4}{15}DE$，故

$$\begin{aligned}S_{\triangle MFN}&=\frac{4}{15}S_{\triangle DFE}=\frac{4}{15}\times\frac{1}{2}\times S_{\triangle DCE}\\&=\frac{4}{15}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{30}.\end{aligned}$$

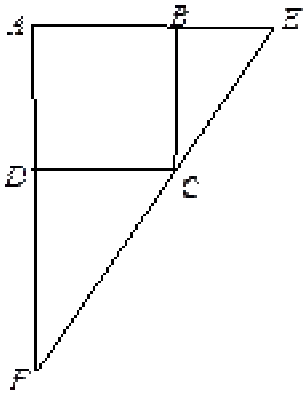
34. 已知三角形 ABC 的面积为 a，$AF:FC=2:1$，E 是 BD 的中点，且 $EF\parallel BC$，交 CD 于 G，求阴影部分的面积.



【答案】 $\frac{a}{18}$

【分析】 已知 $AF:FC=2:1$，且 $EF\parallel BC$，可知 $EF:BC=AF:AC=2:3$，所以 $EF=\frac{2}{3}BC$，且 $S_{\triangle AEF}:S_{\triangle ABC}=4:9$.
又因为 E 是 BD 的中点，所以 EG 是三角形 DBC 的中位线，那么 $EG=\frac{1}{2}BC$，$EG:EF=\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=3:4$，所以 $GF:EF=1:4$，可得 $S_{\triangle CFG}:S_{\triangle AFE}=1:8$，所以 $S_{\triangle CFG}:S_{\triangle ABC}=1:18$，那么 $S_{\triangle CFG}=\frac{a}{18}$.

35. 已知正方形 $ABCD$，过 C 的直线分别交 AB、AD 的延长线于点 E、F，且 $AE=10cm$，$AF=15cm$，求正方形 $ABCD$ 的边长.



【答案】 6

【分析】 方法一：本题有两个金字塔模型，根据这两个模型有

$$BC:AF=CE:EF,DC:AE=CF:EF,$$

设正方形的边长为 $x cm$，所以有

$$\frac{BC}{AF}+\frac{DC}{AE}=\frac{CE}{EF}+\frac{CF}{EF}=1,$$

即

$$\frac{x}{15}+\frac{x}{10}=1,$$

解得

$$x=6,$$

所以正方形的边长为 $6cm$.

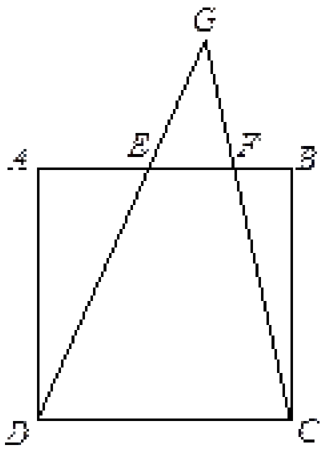
方法二：或根据一个金字塔模型，列方程即

$$\frac{x}{10}=\frac{15-x}{15},$$

解得

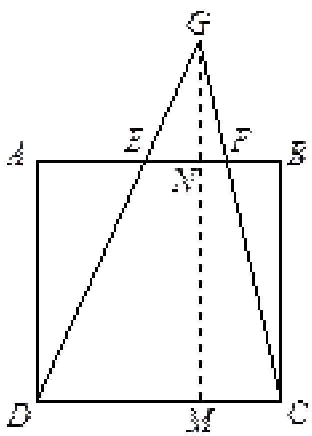
$$x=6.$$

36. 图中 $ABCD$ 是边长为 $12cm$ 的正方形，从 G 到正方形顶点 C、D 连成一个三角形，已知这个三角形在 AB 上截得的 EF 长度为 $4cm$，那么三角形 GDC 的面积是多少？



【答案】 $108cm^2$

【分析】 做 GM 垂直 DC 于 M，交 AB 于 N.



因为 $EF \parallel DC$，所以三角形 GEF 与三角形 GDC 相似，且为

$$EF:DC = 4:12 = 1:3,$$

所以

$$GN:GM = 1:3,$$

又因为

$$MN = GM - GN = 12,$$

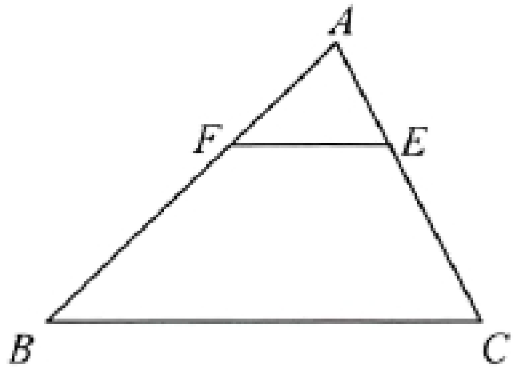
所以

$$GM = 18(cm),$$

所以三角形 GDC 的面积为

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108(cm^2).$$

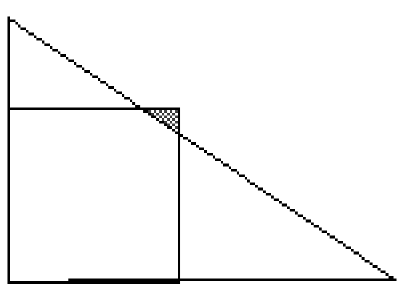
37. 如图，EF 与 BC 平行，$AF{:}FB=1{:}2$．已知 $AE=2,EF=3$，那么 CE 的长度是多少？AC 的长度是多少？BC 的长度是多少？



【答案】　4,6,9．

【分析】　$\frac{AF}{FB}=\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$，可求出 $CE=4,AC=6,\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AB}=\frac{1}{3}$，可求出 $BC=9$．

38. 如图，将一个边长为 2 的正方形两边长分别延长 1 和 3，割出图中的阴影部分，求阴影部分的面积是多少？



【答案】　$\frac{1}{30}$

【分析】