2025年广东省汕头市潮阳南侨中学高三下学期3月第二次诊断性检测试题数学试题理试题

注意事项：
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。
2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\left\{1,3,\sqrt{m}\right\}$，$B=\left\{1,m\right\}$，若 $A\cup B=A$，则 $m=$（ ）

A．0 或 $\sqrt{3}$　　B．0 或 3　　C．1 或 $\sqrt{3}$　　D．1 或 3

2．如果直线 $ax+by=1$ 与圆 $C:x^2+y^2=1$ 相交，则点 $M\left(a,b\right)$ 与圆 *C* 的位置关系是（　　）

A．点 *M* 在圆 *C* 上　　B．点 *M* 在圆 *C* 外

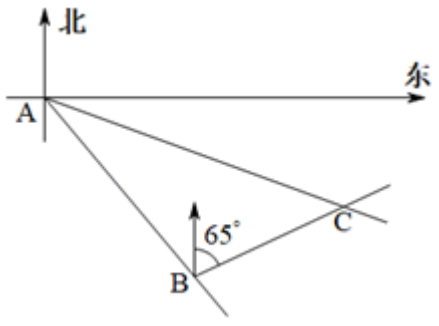
C．点 *M* 在圆 *C* 内　　D．上述三种情况都有可能

3．设 $x\in\mathbf{R}$，则"$|x-1|<2$ "是"$x^2<x$"的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必条件

4．一艘海轮从 *A* 处出发，以每小时24海里的速度沿南偏东40°的方向直线航行，30分钟后到达 *B* 处，在 *C* 处有一座灯塔，海轮在 *A* 处观察灯塔，其方向是南偏东70°，在 *B* 处观察灯塔，其方向是北偏东65°，那么 *B*，*C* 两点间的距离是（　　）



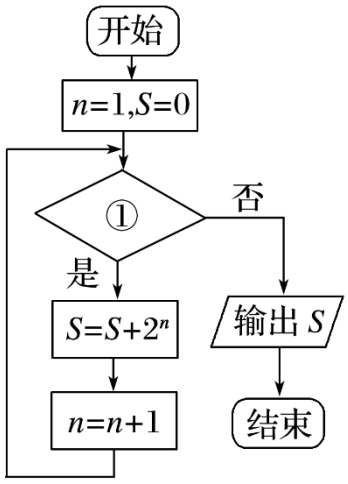
A．$6\sqrt{2}$ 海里　　B．$6\sqrt{3}$ 海里　　C．$8\sqrt{2}$ 海里　　D．$8\sqrt{3}$ 海里

5．已知 F_1，F_2 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线交椭圆于 P,Q 两点.若

$|QF_2|,|PF_2|,|PF_1|,|QF_1|$ 依次构成等差数列，且 $|PQ|=\left|PF_1\right|$，则椭圆 C 的离心率为

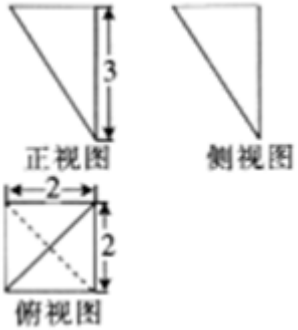
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{105}}{15}$

6．如图所示的程序框图输出的 S 是 126，则①应为（　）



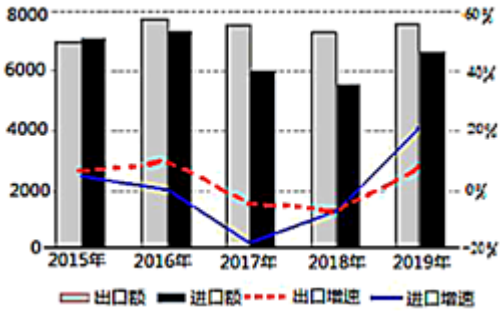
A．$n\le 5?$　　B．$n\le 6?$　　C．$n\le 7?$　　D．$n\le 8?$

7．已知某几何体的三视图如图所示，其中正视图与侧视图是全等的直角三角形，则该几何体的各个面中，最大面的面积为（　）



A．2　　B．5　　C．$\sqrt{13}$　　D．$\sqrt{22}$

8．“一带一路”是“丝绸之路经济带”和“海上丝绸之路”的简称，旨在积极发展我国与沿线国家经济合作关系，共同打造政治互信、经济融合、文化包容的命运共同体.自 2015 年以来，“一带一路”建设成果显著.如图是 2015—2019 年，我国对“一带一路”沿线国家进出口情况统计图，下列描述错误的是(　　)



A．这五年，出口总额之和比进口总额之和大

B．这五年，2015 年出口额最少

C．这五年，2019 年进口增速最快

D．这五年，出口增速前四年逐年下降

9．已知函数 $f\left(x\right)=x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)$，关于 x 的方程 f（x）＝a 存在四个不同实数根，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．（0，1）∪（1，e）　　**B．** $\left(0,\frac{1}{e}\right)$

C． $\left(\frac{1}{e},1\right)$　　**D．（0，1）**

10．设 $0\le x\le 2\pi$，且 $\sqrt{1-\sin 2x}=\sin x-\cos x$，则（　　）

A． $0\le x\le\pi$　　**B．** $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{7\pi}{4}$　　**C．** $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{5\pi}{4}$　　**D．** $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$

11．已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=a^x-a^{-x}+2$（$a>0$ 且 $a\ne1$），若 $g(2)=a$，则函数 $f\left(x^2+2x\right)$ 的单调递增区间为（　　）

A． $(-1,1)$　　**B．** $(-\infty,1)$　　**C．** $(1,+\infty)$　　**D．** $(-1,+\infty)$

12．已知抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F，$M\left(\frac{1}{2},y_0\right)$ 为该抛物线上一点，以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A，$\angle AMF=120°$，则抛物线方程为（　　）

A． $y^2=2x$　　**B．** $y^2=4x$　　**C．** $y^2=6x$　　**D．** $y^2=8x$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在回归分析的问题中，我们可以通过对数变换把非线性回归方程 $y=c_1e^{c_2x}$，（$c_1>0$）转化为线性回归方程，即两边取对数，令 $z=\ln y$，得到 $z=c_2x+\ln c_1$.受其启发，可求得函数 $y=x^{\log_3(9x)}$（$x>0$）的值域是_____.

14．执行以下语句后，打印纸上打印出的结果应是：_____.

```
i←1
x←4
While i<10
x←x+2i
i←i+3
End While
Print “x=” x
```

15．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1+a_3=\frac{5}{2}$，且 $a_2+a_4=\frac{5}{4}$，则 $\frac{S_6}{a_6}=$_____.

16．如果椭圆的对称轴为坐标轴，短轴的一个端点与两焦点组成一正三角形，焦点在 x 轴上，且 $a-c=\sqrt{3}$，那么椭圆的方程是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某公司打算引进一台设备使用一年，现有甲、乙两种设备可供选择.甲设备每台 10000 元，乙设备每台 9000 元.此外设备使用期间还需维修，对于每台设备，一年间三次及三次以内免费维修，三次以外的维修费用均为每次 1000 元.该公司统计了曾使用过的甲、乙各 50 台设备在一年间的维修次数，得到下面的频数分布表，以这两种设备分别在 50 台中的维修次数频率代替维修次数发生的概率.

维修次数	2	3	4	5	6
甲设备	5	10	30	5	0
乙设备	0	5	15	15	15

（1）设甲、乙两种设备每台购买和一年间维修的花费总额分别为 X 和 Y，求 X 和 Y 的分布列；

（2）若以数学期望为决策依据，希望设备购买和一年间维修的花费总额尽量低，且维修次数尽量少，则需要购买哪种设备？请说明理由.

18．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln x$.

（1）求函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x+1$ 的零点；

（2）设函数 $f\left(x\right)$ 的图象与函数 $y=x+\frac{a}{x}-1$ 的图象交于 $A\left(x_1,\ y_1\right)$，$B\left(x_1,\ y_1\right)\left(x_1<x_2\right)$ 两点，求证：$a<x_1x_2-x_1$；

（3）若 $k>0$，且不等式 $\left(x^2-1\right)f\left(x\right)\geqslant k\left(x-1\right)^2$ 对一切正实数 x 恒成立，求 k 的取值范围.

19．（12 分）已知函数 $g(x)=e^x-(a-1)x^2-bx-1(a,b\in R)$，其中 e 为自然对数的底数.

（1）若函数 $f(x)=g'(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上是单调函数，试求 a 的取值范围；

（2）若函数 $g(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上恰有 3 个零点，且 $g(1)=0$，求 a 的取值范围.

20．（12 分）已知点 A、B 分别在 x 轴、y 轴上运动，$|AB|=3$，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$.

（1）求点 M 的轨迹 C 的方程；

（2）过点 $N\left(0,-\frac{3}{5}\right)$ 且斜率存在的直线 l 与曲线 C 交于 P、Q 两点，$E(0,1)$，求 $|EP|^2+|EQ|^2$ 的取值范围.

21．（12 分）已知 a,b 都是大于零的实数.

（1）证明 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{a}\ldots a+b$；

（2）若$a>b$，证明$a^2+\frac{a}{b^3}+\frac{1}{a(a-b)}>4$.

22.（10 分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），$M$为$C_1$上的动点，$P$点满足$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$，点$P$的轨迹为曲线$C_2$.

（Ⅰ）求C_2的方程；

（Ⅱ）在以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_1的异于极点的交点为A，与C_2的异于极点的交点为B，求$|AB|$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．B

【解析】

因为 $A\cup B=A$,所以 $B\subseteq A$,所以 $m=3$ 或 $m=\sqrt{m}$.

若 $m=3$ ，则 $A=\{1,3,\sqrt{3}\},B=\{1,3\}$,满足 $A\cup B=A$.

若 $m=\sqrt{m}$ ，解得 $m=0$ 或 $m=1$.若 $m=0$ ，则 $A=\{1,3,0\},B=\{1,3,0\}$ ，满足 $A\cup B=A$.若 $m=1$ ，

$A=\{1,3,1\},B=\{1,1\}$ 显然不成立，综上 $m=0$ 或 $m=3$ ，选 B.

2．B

【解析】

根据圆心到直线的距离小于半径可得 a,b 满足的条件，利用 $M\left(a,b\right)$ 与圆心的距离判断即可.

【详解】

Q 直线 $ax+by=1$ 与圆 $C:x^2+y^2=1$ 相交，

$\therefore$ 圆心 $(0,0)$ 到直线 $ax+by=1$ 的距离 $d=\frac{|-1|}{\sqrt{a^2+b^2}}<1$ ，

即 $\sqrt{a^2+b^2}>1$.

也就是点 $M(a,b)$ 到圆 C 的圆心的距离大于半径.

即点 $M(a,b)$ 与圆 C 的位置关系是点 M 在圆 C 外.

故选： B

本题主要考查直线与圆相交的性质，考查点到直线距离公式的应用，属于中档题.

3．B

【解析】

解出两个不等式的解集，根据充分条件和必要条件的定义，即可得到本题答案.

【详解】

由 $|x-1|<2$ ，得 $-1<x<3$ ，又由 $x^2<x$ ，得 $0<x<1$ ，

因为集合 $\{x|0<x<1\}\subset\{x|-1<x<3\}$ ，

所以“ $|x-1|<2$ ”是“ $x^2<x$ ”的必要不充分条件.

故选：*B*

本题主要考查必要不充分条件的判断，其中涉及到绝对值不等式和一元二次不等式的解法.

4．A

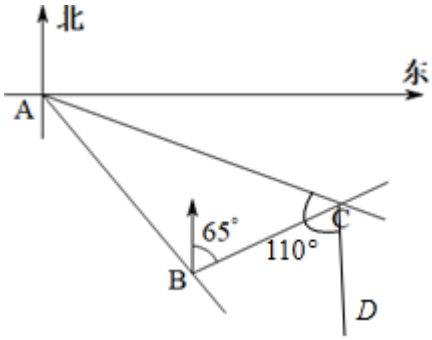
【解析】

先根据给的条件求出三角形 *ABC* 的三个内角，再结合 *AB* 可求，应用正弦定理即可求解.

【详解】

由题意可知：∠*BAC*＝70°－ 40°＝30°.∠*ACD*＝110°，∴∠*ACB*＝110°－ 65°＝45°，

∴∠*ABC*＝180°－ 30°－ 45°＝105°.又 *AB*＝24×0.5＝12.



在△*ABC* 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{sin45°}=\frac{BC}{sin30°}$，

即 $\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{BC}{\frac{1}{2}}$，$\therefore BC=6\sqrt{2}$.

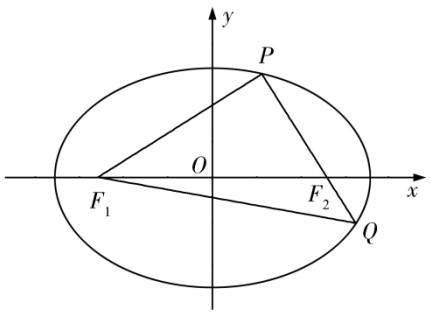
故选：*A*.

本题考查正弦定理的实际应用，关键是将给的角度、线段长度转化为三角形的边角关系，利用正余弦定理求解.属于中档题.

5．D

【解析】

如图所示，设$|QF_2|,|PF_2|,|PF_1|,|QF_1|$依次构成等差数列$\{a_n\}$，其公差为$d$.



根据椭圆定义得 $a_1+a_2+a_3+a_4=4a$，又 $a_1+a_2=a_3$，则 $\begin{cases}a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)+(a_1+3d)=4a\\ a_1+(a_1+d)=a_1+2d\end{cases}$，解得 $d=\frac{2}{5}a$，

$a_1=\frac{2}{5}a, a_2=\frac{4}{5}a, a_3=\frac{6}{5}a, a_4=\frac{8}{5}a$.所以 $|QF_1|=\frac{8}{5}a$，$|PF_1|=\frac{6}{5}a$，$|PF_2|=\frac{4}{5}a$，$|PQ|=\frac{6}{5}a$.

在 $\triangle PF_1F_2$ 和 $\triangle PF_1Q$ 中，由余弦定理得 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{(\frac{4}{5}a)^2+(\frac{6}{5}a)^2-(2c)^2}{2\cdot\frac{4}{5}a\cdot\frac{6}{5}a}=\frac{(\frac{6}{5}a)^2+(\frac{6}{5}a)^2-(\frac{8}{5}a)^2}{2\cdot\frac{6}{5}a\cdot\frac{6}{5}a}$，整理解得

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{105}}{15}$.故选 D.

6．B

【解析】

试题分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加 $S=2+2^2+\ldots+2^n$ 的值，并输出满足循环的条件．

解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是累加 $S=2+2^2+\ldots+2^n$ 的值，

并输出满足循环的条件．

∵$S=2+2^2+\ldots+2^1=121$，

故①中应填 n≤1．

故选 B

点评：算法是新课程中的新增加的内容，也必然是新高考中的一个热点，应高度重视．程序填空也是重要的考试题型，这种题考试的重点有：①分支的条件②循环的条件③变量的赋值④变量的输出．其中前两点考试的概率更大．此种题型的易忽略点是：不能准确理解流程图的含义而导致错误．

7．D

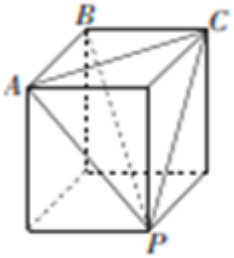
【解析】

根据三视图还原出几何体，找到最大面，再求面积.

【详解】

由三视图可知，该几何体是一个三棱锥，如图所示，将其放在一个长方体中，并记为三棱锥 $P-ABC$.

$S_{\Delta PAC}=S_{\Delta PAB}=\sqrt{13}$，$S_{\Delta PAC}=\sqrt{22}$，$S_{\Delta ABC}=2$，故最大面的面积为 $\sqrt{22}$.选 D.



本题主要考查三视图的识别，复杂的三视图还原为几何体时，一般借助长方体来实现.

8．D

【解析】

根据统计图中数据的含义进行判断即可.

【详解】

对 A 项，由统计图可得，2015 年出口额和进口额基本相等，而 2016 年到 2019 年出口额都大于进口额，则 A 正确；

对 B 项，由统计图可得，2015 年出口额最少，则 B 正确；

对 C 项，由统计图可得，2019 年进口增速都超过其余年份，则 C 正确；

对 D 项，由统计图可得，2015 年到 2016 年出口增速是上升的，则 D 错误；

故选：D

本题主要考查了根据条形统计图和折线统计图解决实际问题，属于基础题.

9．D

【解析】

原问题转化为$\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$有四个不同的实根，换元处理令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，对$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$进行零点个数讨论.

【详解】

由题意，$a>2$，令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，

则$f(x)=a\Leftrightarrow x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)=a\Leftrightarrow\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$

$\Leftrightarrow t^2-\frac{1}{\sqrt{a}}tlnt^2=1\Leftrightarrow lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0$.

记$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$.

当$t<2$时，$g(t)=2ln(-t)-\sqrt{a}\ (t-\frac{1}{t})$单调递减，且$g(-2)=2$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/228024073106006123