2024 届辽宁省葫芦岛协作体高三下学期末数学试题

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知向量$\vec{a}=\left(\sqrt{3},1\right)$，$\vec{b}=\left(\sqrt{3},-1\right)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

2．若不等式$2x\ln x... -x^2+ax$对$x\in[1,+\infty)$恒成立，则实数a的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,0)$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[1,+\infty)$

3．已知函数$f\left(x\right)=\frac{x^2-1}{x}$，则不等式$f(e^{1-x})>f(e^{2x-1})$的解集是（　　）

A．$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$　　B．$\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$　　C．$(-\infty,0)$　　D．$\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$

4．若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y\le 0,\\ x+y\le 2,\\ x+1\ge 0,\end{cases}$则 $z=\frac{x+3}{y+2}$的取值范围为（　　）

A．$[\frac{2}{5},\frac{4}{3}]$　　B．$[\frac{2}{5}$，3]　　C．$[\frac{4}{3}$，2]　　D．$[\frac{2}{5}$，2]

5.设函数$g(x)=e^x+(1-\sqrt{e})x-a$（$a\in R$，e为自然对数的底数），定义在R上的函数$f(x)$满足$f(-x)+f(x)=x^2$，且当$x\le 0$时，$f'(x)<x$．若存在$x_0\in\left\{x\,|\,f(x)+\frac{1}{2}\ge f(1-x)+x\right\}$，且$x_0$为函数$y=g(x)-x$的一个零点，则实数$a$的取值范围为（　　）

A．$\left(\frac{\sqrt{e}}{2},+\infty\right)$　　B．$(\sqrt{e},+\infty)$　　C．$[\sqrt{e},+\infty)$　　D．$\left[\frac{\sqrt{e}}{2},+\infty\right)$

6．已知$f\left(x\right)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，当$x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$时，$f\left(x\right)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，则函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,6\right]$上的零点个数是（　　）

A．3　　B．5　　C．7　　D．9

7．若向量$\vec{m}=(0,-2)$，$\vec{n}=(\sqrt{3},1)$，则与$2\vec{m}+\vec{n}$共线的向量可以是（　　）

A．$(\sqrt{3},-1)$　　B．$(-1,\sqrt{3})$　　C．$(-\sqrt{3},-1)$　　D．$(-1,-\sqrt{3})$

8．已知函数 $f(x)=\dfrac{k}{x}(k\in \mathrm{N}_+)$，$g(x)=\dfrac{\ln x+1}{x-1}$，若对任意的 $c>1$，存在实数 a,b 满足 $0<a<b<c$，使得 $g(a)=f(b)=g(c)$，则 k 的最大值是(　　)

A．3　　B．2　　C．4　　D．5

9．已知锐角 α 满足 $2\sin 2\alpha=1-\cos 2\alpha$，则 $\tan\alpha=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．4

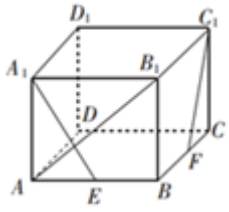
10．已知抛物线 C：$x^2=4y$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A，B 两点，其中点 A 在第一象限，若弦 AB 的长为 $\dfrac{25}{4}$，则 $\dfrac{|AF|}{|BF|}=$（　　）

A．2 或 $\dfrac{1}{2}$　　B．3 或 $\dfrac{1}{3}$　　C．4 或 $\dfrac{1}{4}$　　D．5 或 $\dfrac{1}{5}$

11．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(x-1),x>1\\ 3^{-x},x\le 1\end{cases}$，则 $f\left[f(-2)\right]=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12．如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=\sqrt{2}AA_1$，E，F 分别为 AB，BC 的中点，异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角的余弦值为 m，则(　　)



A．直线 A_1E 与直线 C_1F 异面，且 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B．直线 A_1E 与直线 C_1F 共面，且 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C．直线 A_1E 与直线 C_1F 异面，且 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．直线 A_1E 与直线 C_1F 共面，且 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

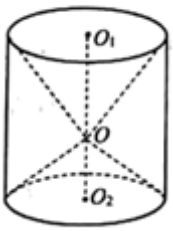
13．已知函数 $f\left(x\right)$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f\left(4-x\right)=f\left(x\right)$，且周期为 2，当 $x\in\left[-3,-2\right]$ 时，$f\left(x\right)=\left(x+2\right)^2$，则 $f\left(\dfrac{5}{2}\right)=$_____.

14．已知函数 $y=f\left(x\right)$ 为 R 上的奇函数，满足 $f'\left(x\right)>-2$.则不等式 $f\left(x-1\right)<x^2\left(3-2\ln x\right)+3\left(1-2x\right)$

的解集为_____.

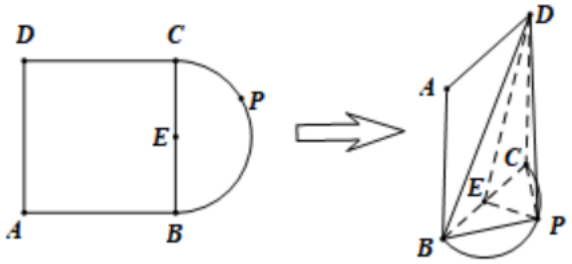
15．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 AA_1 的中点，F 是棱 A_1B_1 上的点，且 $A_1F=\frac{1}{3}FB_1$，则异面直线 EF 与 BC_1 所成角的余弦值为_____.

16．如图，在体积为 V 的圆柱 O_1O_2 中，以线段 O_1O_2 上的点 O 为顶点，上下底面为底面的两个圆锥的体积分别为 V_1，V_2，则 $\frac{V_1+V_2}{V}$ 的值是_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

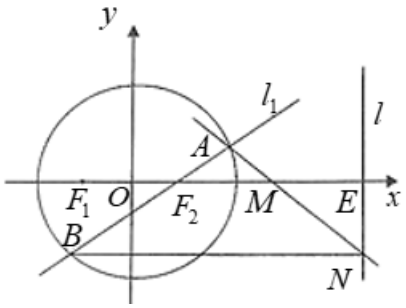
17．（12 分）如图，$ABCD$ 是正方形，点 P 在以 BC 为直径的半圆弧上（P 不与 B，C 重合），E 为线段 BC 的中点，现将正方形 $ABCD$ 沿 BC 折起，使得平面 $ABCD\perp$ 平面 BCP.



（1）证明：$BP\perp$ 平面 DCP.

（2）三棱锥 $D-BPC$ 的体积最大时，求二面角 $B-PD-E$ 的余弦值.

18．（12 分）设点 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1(a>2)$ 的左，右焦点，P 为椭圆 C 上任意一点，且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 1.



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）如图，直线$l:x=5$与x轴交于点E，过点F_2且斜率$k\neq 0$的直线l_1与椭圆交于A,B两点，M为线段EF_2的中点，直线AM交直线l于点N，证明：直线$BN\perp l$.

19.（12分）在直角坐标系*xOy*中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（*t*为参数）.以原点*O*为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，圆*C*的极坐标方程为$\rho^2=6\rho(\cos\theta+\sin\theta)-14$.

（1）写出圆*C*的直角坐标方程；

（2）设直线*l*与圆*C*交于*A*，*B*两点，$P(2,0)$，求$|PA|^2+|PB|^2$的值.

20.（12分）已知函数$f(x)=1+2x-\dfrac{2a}{x}-6a\ln x$存在一个极大值点和一个极小值点.

（1）求实数*a*的取值范围；

（2）若函数$f(x)$的极大值点和极小值点分别为x_1和x_2，且$f(x_1)+f(x_2)<2-6e$，求实数*a*的取值范围.（*e*是自然对数的底数）

21.（12分）对于非负整数集合S（非空），若对任意$x,y\in S$，或者$x+y\in S$，或者$|x-y|\in S$，则称S为一个好集合．以下记$|S|$为S的元素个数.

（1）给出所有的元素均小于3的好集合.（给出结论即可）

（2）求出所有满足$|S|=4$的好集合.（同时说明理由）

（3）若好集合S满足$|S|=2019$，求证：S中存在元素m，使得S中所有元素均为m的整数倍.

22.（10分）设函数$f(x)=2x^2+a\ln x$，（$a\in\mathrm{R}$）.

（1）若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=2x+m$，求实数*a*、*m*的值；

（2）若$f(2x-1)+2>2f(x)$对任意$x\in[2,+\infty)$恒成立，求实数*a*的取值范围；

（3）关于*x*的方程$f(x)+2\cos x=5$能否有三个不同的实根？证明你的结论.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由已知向量的坐标，利用平面向量的夹角公式，直接可求出结果.

【详解】

解：由题意得，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为θ，

$\therefore \cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{3-1}{2\times 2} = \frac{1}{2}$，

由于向量夹角范围为：$0 \le \theta \le \pi$，

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用平面向量的数量积求两向量的夹角，注意向量夹角的范围.

2、B

【解析】

转化$2x\ln x... -x^2+ax, x\in[1,+\infty)$为$a„ 2\ln x+x$，构造函数$h(x)=2\ln x+x, x\in[1,+\infty)$，利用导数研究单调性，求函数最值，即得解.

【详解】

由$2x\ln x... -x^2+ax, x\in[1,+\infty)$，可知$a„ 2\ln x+x$.

设$h(x)=2\ln x+x, x\in[1,+\infty)$，则$h'(x)=\frac{2}{x}+1>0$，

所以函数$h(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，

所以$h(x)_{\min}=h(1)=1$.

所以$a„ h(x)_{\min}=1$.

故a的取值范围是$(-\infty,1]$.

故选：B

【点睛】

本题考查了导数在恒成立问题中的应用，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

3、B

【解析】

由导数确定函数的单调性，利用函数单调性解不等式即可.

【详解】

函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}=x-\dfrac{1}{x}$，可得 $f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}$，

$x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

$\because e^{1-x}>0$，$e^{2x-1}>0$，

故不等式 $f(e^{1-x})>f(e^{2x-1})$ 的解集等价于不等式 $e^{1-x}>e^{2x-1}$ 的解集.

$1-x>2x-1$.

$\therefore x<\dfrac{2}{3}$.

故选：*B*.

【点睛】

本题主要考查了利用导数判定函数的单调性，根据单调性解不等式，属于中档题.

4、D

【解析】

由题意作出可行域，转化目标函数 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$ 为连接点 $D(-3,-2)$ 和可行域内的点 (x,y) 的直线斜率的倒数，数形结合

即可得解.

【详解】

由题意作出可行域，如图，

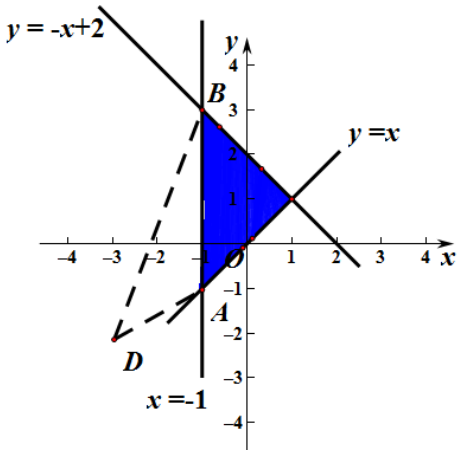
目标函数 $z=\dfrac{x+3}{y+2}$ 可表示连接点 $D(-3,-2)$ 和可行域内的点 (x,y) 的直线斜率的倒数，

由图可知，直线 DA 的斜率最小，直线 DB 的斜率最大，

由 $\begin{cases}x-y=0\\x+1=0\end{cases}$ 可得 $A(-1,-1)$，由 $\begin{cases}x+y=2\\x+1=0\end{cases}$ 可得 $B(-1,3)$，

所以 $k_{DA}=\dfrac{-1+2}{-1+3}=\dfrac{1}{2}$，$k_{DB}=\dfrac{3+2}{-1+3}=\dfrac{5}{2}$，所以 $\dfrac{2}{5}\le z\le 2$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用，属于基础题.

5、D

【解析】

先构造函数$T\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{2}x^2$，由题意判断出函数$T\left(x\right)$的奇偶性，再对函数$T\left(x\right)$求导，判断其单调性，进而可求出结果.

【详解】

构造函数$T\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{2}x^2$，

因为$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=x^2$，

所以$T\left(x\right)+T\left(-x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{2}x^2+f\left(-x\right)-\frac{1}{2}\left(-x\right)^2=f\left(x\right)+f\left(-x\right)-x^2=0$，

所以$T\left(x\right)$为奇函数，

当$x\le 0$时，$T'\left(x\right)=f'\left(x\right)-x<0$，所以$T\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right]$上单调递减，

所以$T\left(x\right)$在R上单调递减.

因为存在$x_0\in\left\{x\middle|f\left(x\right)+\frac{1}{2}\ge f\left(1-x\right)+x\right\}$，

所以$f\left(x_0\right)+\frac{1}{2}\ge f\left(1-x_0\right)+x_0$，

所以$T\left(x_0\right)+\frac{1}{2}x_0^2+\frac{1}{2}\ge T\left(1-x_0\right)+\frac{1}{2}\left(1-x_0\right)^2+x_0$，

化简得$T\left(x_0\right)\ge T\left(1-x_0\right)$，

所以$x_0\le 1-x_0$，即$x_0\le\frac{1}{2}$

令$h(x)=g(x)-x=e^{x}-\sqrt{e}x-a\left(x\le\frac{1}{2}\right)$，

因为x_0为函数$y=g(x)-x$的一个零点，

所以$h(x)$在$x\le\frac{1}{2}$时有一个零点

因为当$x\le\frac{1}{2}$时，$h'(x)=e^{x}-\sqrt{e}\le e^{\frac{1}{2}}-\sqrt{e}=0$，

所以函数$h(x)$在$x\le\frac{1}{2}$时单调递减，

由选项知$a>0$，$-\frac{a}{\sqrt{e}}<0<\frac{1}{2}$，

又因为$h\left(-\frac{a}{\sqrt{e}}\right)=e^{-\frac{a}{\sqrt{e}}}-\sqrt{e}\left(-\frac{a}{\sqrt{e}}\right)-a=e^{-\frac{a}{\sqrt{e}}}>0$，

所以要使$h(x)$在$x\le\frac{1}{2}$时有一个零点，

只需使$h\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{e}-\frac{1}{2}\sqrt{e}-a\le0$，解得$a\ge\frac{\sqrt{e}}{2}$，

所以 ***a*** 的取值范围为$\left[\frac{\sqrt{e}}{2},+\infty\right)$，故选 **D.**

【点睛】

本题主要考查函数与方程的综合问题，难度较大.

6、D

【解析】

根据$f(x)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，可得函数$f(x)$的周期为3，再由奇函数的性质结

合已知可得$f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$ ，利用周期性可得函数$f(x)$在区间$[0,6]$上的零点个数.

【详解】

∵$f(x)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，$\therefore f(-\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})$ ，可得

$f(x+3)=f(x)$，

函数$f(x)$

的周期为 3，

∵当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 时， $f\left(x\right)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，

令 $f\left(x\right)=0$，则 $x^2-x+1=1$，解得 $x=0$ 或 1，

又∵函数 $f\left(x\right)$ 是定义域为 R 的奇函数，

∴在区间 $[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}]$ 上，有 $f(-1)=-f(1)=0$，$f(0)=0$．

由 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，取 $x=0$，得 $f(-\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2})$ ，得 $f(\frac{3}{2})=f(-\frac{3}{2})=0$，

∴ $f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$．

又∵函数 $f\left(x\right)$ 是周期为 3 的周期函数，

∴方程 $f\left(x\right)$=0 在区间 $\left[0,6\right]$ 上的解有 $0,1,\frac{3}{2},2,3,4,\frac{9}{2},5,6$. 共 9 个，

故选 D．

【点睛】

本题考查根的存在性及根的个数判断，考查抽象函数周期性的应用，考查逻辑思维能力与推理论证能力，属于中档题．

7、B

【解析】

先利用向量坐标运算求出向量 $2\vec{m}+\vec{n}$,然后利用向量平行的条件判断即可.

【详解】

$Q\ \vec{m}=(0,-2),\vec{n}=\left(\sqrt{3},1\right)$

$\therefore 2\vec{m}+\vec{n}=\left(\sqrt{3},-3\right)$

$\left(-1,\sqrt{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{3},-3\right)$

故选 B

【点睛】

本题考查向量的坐标运算和向量平行的判定,属于基础题,在解题中要注意横坐标与横坐标对应,纵坐标与纵坐标对应,切不可错位.

8、A

【解析】

根据条件将问题转化为$\frac{\ln x+1}{x-1}>\frac{k}{x}$，对于$x>1$恒成立，然后构造函数$h(x)=x\cdot\frac{\ln x+1}{x-1}$，然后求出$h(x)$的范围，进一步得到$k$的最大值.

【详解】

Q $f(x)=\frac{k}{x}(k\in \mathrm{N}_+)$，$g(x)=\frac{\ln x+1}{x-1}$，对任意的$c>1$，存在实数$a,b$满足$0<a<b<c$，使得$g(a)=f(b)=g(c)$，

$\therefore$易得$g(c)=f(b)>f(c)$，即$\frac{\ln c+1}{c-1}>\frac{k}{c}$恒成立，

$\therefore\frac{\ln x+1}{x-1}>\frac{k}{x}$，对于$x>1$恒成立,

设$h(x)=x\cdot\frac{\ln x+1}{x-1}$，则$h'(x)=\frac{x-2-\ln x}{(x-1)^2}$，

令$q(x)=x-2-\ln x$，$\therefore q'(x)=1-\frac{1}{x}>0$在$x>1$恒成立，

Q $q(3)=3-2-\ln 3<0$，$q(4)=4-2-\ln 4>0$，

故存在$x_0\in(3,4)$，使得$q\left(x_0\right)=0$，即$x_0-2=\ln x_0$，

当$x\in(1,x_0)$时，$q(x)<0$，$h(x)$单调递减；

当$x\in(x_0,+\infty)$时，$q(x)>0$，$h(x)$单调递增.

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=\frac{x_0\ln x_0+x_0}{x_0-1}$,将$x_0-2=\ln x_0$代入得：

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=\frac{x_0(x_0-2)+x_0}{x_0-1}=x_0$，

Q $k\in \mathrm{N}_+$，且$k<h(x)_{\min}=x_0$，

$\therefore k\le 3$

故选：A

【点睛】

本题考查了利用导数研究函数的单调性，零点存在定理和不等式恒成立问题，考查了转化思想，属于难题.

9、C

【解析】

利用$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha,\ \cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$代入计算即可.

【详解】

由已知，$4\sin\alpha\cos\alpha=2\sin^2\alpha$，因$\alpha$为锐角，所以$\sin\alpha\neq 0$，$2\cos\alpha=\sin\alpha$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/228137027130006116