2023-2024学年福建省晋江市四校高三3月阶段性检测试题数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

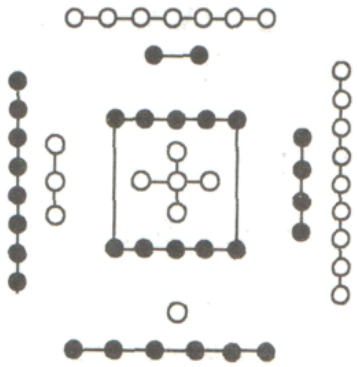
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中，如图，白圈为阳数，黑点为阴数，若从阴数和阳数中各取一数，则其差的绝对值为5的概率为



A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{6}{25}$　　C．$\frac{8}{25}$　　D．$\frac{2}{5}$

2．在$\begin{cases}2x-y-6\le 0\\ x-y+2\ge 0\\ x+y\ge 2\end{cases}$条件下，目标函数$z=ax+by\left(a>0,b>0\right)$的最大值为40，则$\frac{5}{a}+\frac{1}{b}$的最小值是（　　）

A．$\frac{7}{4}$　　B．$\frac{9}{4}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

3．设$f(x)$、$g(x)$分别是定义在R上的奇函数和偶函数，且$f(x)+g(x)=(x+1)^2-2^{x+1}$，则$f(1)-g(1)=$（　　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．3

4．设m，n为直线，α、β为平面，则$m\perp\alpha$的一个充分条件可以是(　　)

A．$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，$m\perp n$　　B．$\alpha//\beta$，$m\perp\beta$

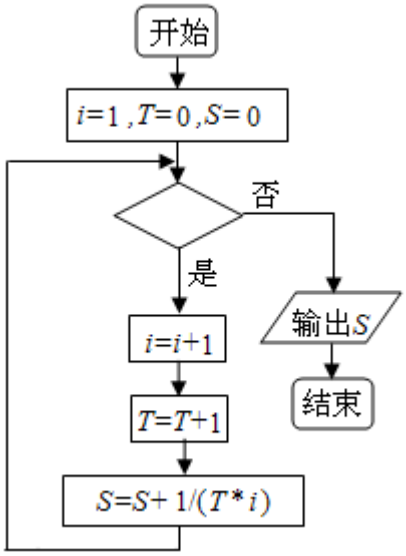
C．$\alpha\perp\beta$，$m//\beta$　　D．$n\subset\alpha$，$m\perp n$

5．已知直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$

的一个焦点且与其中一条渐近线平行，则双曲线的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　**B.** $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　**C.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　**D.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

6．一个算法的程序框图如图所示，若该程序输出的结果是$\frac{3}{4}$，则判断框中应填入的条件是（　　）



A. $i>5?$　　**B.** $i<5?$　　**C.** $i>4?$　　**D.** $i<4?$

7．已知函数$f\left(x\right)=x+\frac{4}{x},g\left(x\right)=2^x+a$，若$\forall x_1\in\left[\frac{1}{2},3\right],\exists x_2\in\left[2,3\right]$，使得$f\left(x_1\right)\geq g\left(x_2\right)$，则实数$a$的取值范围是（ ）

A. $a\leq 1$　　**B.** $a\geq 1$

C. $a\leq 0$　　**D.** $a\geq 0$

8．已知定义在R上函数$f\left(x\right)$的图象关于原点对称，且$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$，若$f\left(1\right)=1$，则$f\left(1\right)+f(2)+f(3)+\text{L}+f(2020)=$（　　）

A．0　　**B．1**　　**C．673**　　**D．674**

9．直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CA=CC_1=2CB$，$AC\perp BC$，则直线BC_1与AB_1所成的角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　**B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　**C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　**D.** $\frac{3}{5}$

10．已知集合$M=\left\{x\middle|x=3^n,n\in N^*\right\},N=\left\{x\middle|x=2n,n\in N^*\right\}$，将集合$M\cup N$的所有元素从小到大一次排列构成一个新数列$\left\{c_n\right\}$，则$c_1+c_2+c_3+...+c_{35}=$（　　）

A．1194　　**B．1695**　　**C．311**　　**D．1095**

11．已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数，且满足 $f(x+4)=f(x)$，当 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)=2x^2$，则 $f(3)=$（　　）

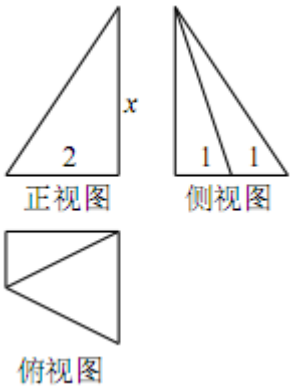
A．-18　　B．18　　C．-2　　D．2

12．已知平面 $ABCD\perp$ 平面 $ADEF, AB\perp AD, CD\perp AD$，且 $AB=3, AD=CD=6, ADEF$ 是正方形，在正方形 $ADEF$ 内部有一点 M，满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，则点 M 的轨迹长度为（　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．16　　C．$\frac{4}{3}\pi$　　D．8π

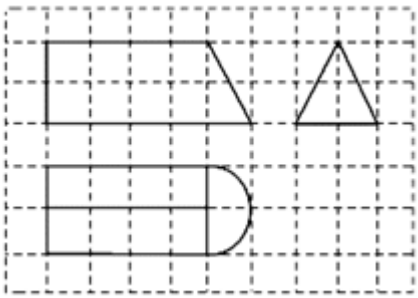
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某几何体的三视图如图所示，且该几何体的体积是 3，则正视图的 x 的值_____.



14．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2，过 F_1 的直线与双曲线左支交于 A, B 两点，$\angle AF_2B=90°$，ΔAF_2B 的内切圆的圆心的纵坐标为 $\frac{\sqrt{7}}{2}a$，则双曲线的离心率为_____.

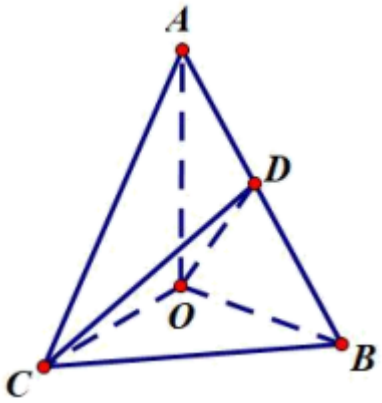
15．如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为_____.



16．$f(x)=\begin{cases}2e^{x-1}, & x<2\\ \log_3(x^2-1), & x\geq 2\end{cases}$，则 $f(f(2))$ 的值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在 $\triangle AOB$ 中，已知 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，$\angle BAO=\frac{\pi}{6}$，$AB=4$，D 为线段 AB 的中点，$\triangle AOC$ 是由 $\triangle AOB$ 绕直线 AO 旋转而成，记二面角 $B-AO-C$ 的大小为 θ.



（1）当平面$COD\perp$平面AOB时，求θ的值；

（2）当$\theta=\dfrac{2\pi}{3}$时，求二面角$B-OD-C$的余弦值.

18.（12分）已知函数$f(x)=mx^2\left(\ln x+\dfrac{1}{2}\right)$.

（Ⅰ）若$m=1$，求曲线$y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程；

（Ⅱ）当$m\leqslant 1$时，要使$f(x)>x\ln x$恒成立，求实数m的取值范围.

19.（12分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F_2$，过$F_2$作$x$轴的垂线交椭圆$E$于点$A$（点$A$在$x$轴上方），斜率为$k(k<0)$的直线交椭圆$E$于$A,B$两点，过点$A$作直线$AC$交椭圆$E$于点$C$，且$AB\perp AC$，直线$AC$交$y$轴于点$D$.

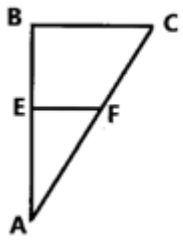
（1）设椭圆E的离心率为e，当点B为椭圆E的右顶点时，D的坐标为$\left(0,\dfrac{b^2}{a}-\dfrac{1}{3}a\right)$，求$e$的值.

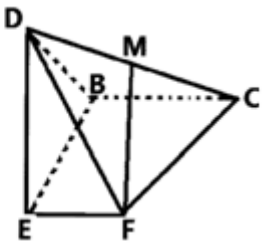
（2）若椭圆E的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，且$k<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，是否存在k使得$\sqrt{2}|AB|=|AC|$成立？如果存在，求出k的值；如果不存在，请说明理由.

20.（12分）如图在直角ΔABC中，B为直角，$AB=2BC$，E，F分别为AB，AC的中点，将ΔAEF沿EF折起，使点A到达点D的位置，连接BD，CD，M为CD的中点.

（Ⅰ）证明：$MF\perp$面BCD；

（Ⅱ）若$DE\perp BE$，求二面角$E-MF-C$的余弦值.





21.（12 分）某企业生产一种产品，从流水线上随机抽取100 件产品，统计其质量指标值并绘制频率分布直方图（如图 1）：规定产品的质量指标值在$[65,85)$的为劣质品，在$[85,105)$的为优等品，在$[105,115]$的为特优品，销售时劣质品每件亏损0.8元，优等品每件盈利4元，特优品每件盈利6元，以这100 件产品的质量指标值位于各区间的频率代替产品的质量指标值位于该区间的概率.

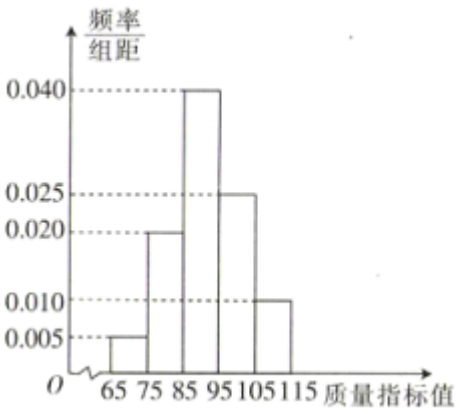


图 1

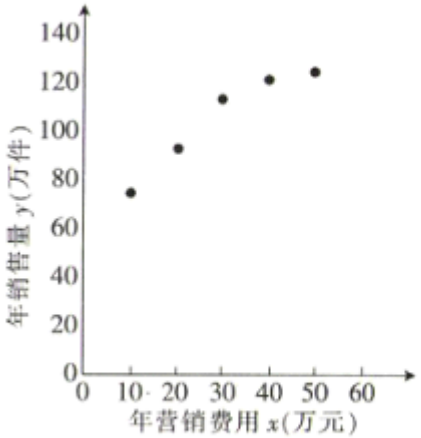


图 2

（1）求每件产品的平均销售利润；

（2）该企业主管部门为了解企业年营销费用x（单位：万元）对年销售量y（单位：万件）的影响，对该企业近5年的年营销费用x_i和年销售量y_i，$(i=1,2,3,4,5)$数据做了初步处理，得到的散点图（如图 2）及一些统计量的值.

$\sum_{i=1}^{5}u_i$	$\sum_{i=1}^{5}v_i$	$\sum_{i=1}^{5}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})$	$\sum_{i=1}^{5}(u_i-\overline{u})^2$
16.35	23.4	0.54	1.62

表中$u_i=\ln x_i$，$v_i=\ln y_i$，$\overline{u}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}u_i$，$\overline{v}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}v_i$.

根据散点图判断，$y=ax^b$可以作为年销售量y（万件）关于年营销费用x（万元）的回归方程.

①求y关于x的回归方程；

②用所求的回归方程估计该企业每年应投入多少营销费，才能使得该企业的年收益的预报值达到最大？（收益＝

销售利润－营销费用，取$e^{3.59}=36$）

附：对于一组数据(u_1,v_1)，(u_2,v_2)，$\llcorner$，(u_n,v_n)，其回归直线$\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{5}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

22.（10分）如图，在正四棱锥$P-ABCD$中，$PA=AB=\sqrt{2}$，点M、N分别在线段PA、BD上，$BN=\dfrac{1}{3}BD$.

（1）若$PM=\dfrac{1}{3}PA$，求证：$MN\perp AD$；

（2）若二面角$M-BD-A$的大小为$\dfrac{\pi}{4}$，求线段MN的长.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

阳数：$1,3,5,7,9$，阴数：$2,4,6,8,10$，然后分析阴数和阳数差的绝对值为5的情况数，最后计算相应概率.

【详解】

因为阳数：$1,3,5,7,9$，阴数：$2,4,6,8,10$，所以从阴数和阳数中各取一数差的绝对值有：$5\times5=25$个，满足差的绝对值为5的有：$(1,6),(3,8),(5,10),(7,2),(9,4)$共5个，则$P=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查实际背景下古典概型的计算，难度一般.古典概型的概率计算公式：$P=\dfrac{\text{目标事件的个数}}{\text{基本本事件的总个数}}$.

2、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到最值点，再利用均值不等式得到答案.

【详解】

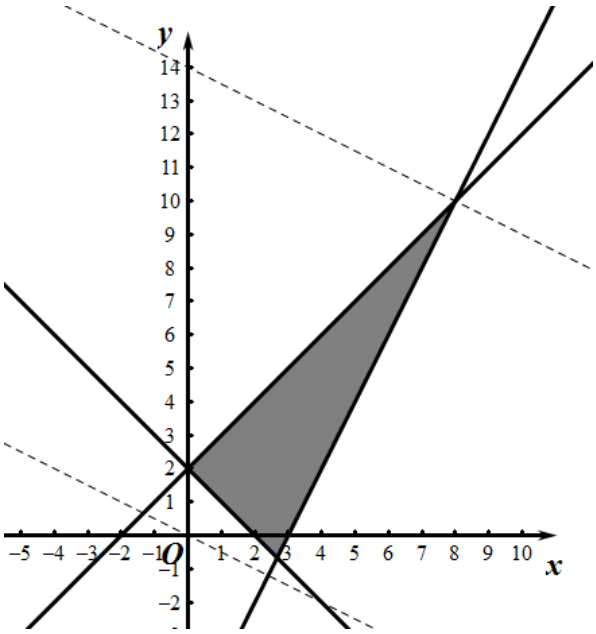
如图所示，画出可行域和目标函数，根据图像知：

当$x=8,y=10$时，$z=8a+10b$有最大值为40，即$z=8a+10b=40$，故$4a+5b=20$.

$$\frac{5}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}\left(\frac{5}{a}+\frac{1}{b}\right)(4a+5b)=\frac{1}{20}\left(25+\frac{25b}{a}+\frac{4a}{b}\right)\geq\frac{1}{20}\left(25+2\sqrt{100}\right)=\frac{9}{4}.$$

当$\dfrac{25b}{a}=\dfrac{4a}{b}$，即$a=\dfrac{10}{3},b=\dfrac{4}{3}$时等号成立.

故选：B.



【点睛】

本题考查了线性规划中根据最值求参数，均值不等式，意在考查学生的综合应用能力.

3、C

【解析】

先根据奇偶性，求出$f(x)-g(x)$的解析式，令$x=1$，即可求出。

【详解】

因为$f(x)$、$g(x)$分别是定义在R上的奇函数和偶函数，$f(x)+g(x)=(x+1)^2-2^{x+1}$，用$-x$替换$x$，得

$f(-x)+g(-x)=(-x+1)^2-2^{-x+1}$ ，

化简得$-f(x)+g(x)=(x-1)^2-2^{-x+1}$，即$f(x)-g(x)=2^{-x+1}-(x-1)^2$

令$x=1$，所以$f(1)-g(1)=2^0-0=1$，故选 C。

【点睛】

本题主要考查函数性质奇偶性的应用。

4、B

【解析】

根据线面垂直的判断方法对选项逐一分析，由此确定正确选项.

【详解】

对于 A 选项，当$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，$m\perp n$时，由于m不在平面β内，故无法得出$m\perp\alpha$.

对于 B 选项，由于$\alpha//\beta$，$m\perp\beta$，所以$m\perp\alpha$.故 B 选项正确.

对于 C 选项，当$\alpha\perp\beta$，$m//\beta$时，m可能含于平面α，故无法得出$m\perp\alpha$.

对于 D 选项，当$n\subset\alpha$，$m\perp n$时，无法得出$m\perp\alpha$.

综上所述，$m\perp\alpha$的一个充分条件是“$\alpha//\beta$，$m\perp\beta$”

故选：B

【点睛】

本小题主要考查线面垂直的判断，考查充分必要条件的理解，属于基础题.

5、A

【解析】

根据直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点，得$c=5$，又和其中一条渐近线平行，得到$b=2a$，再求双曲线方程.

【详解】

因为直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点，

所以$F(-5,0)$，所以$c=5$，

又和其中一条渐近线平行，

所以$b=2a$，

所以$a^2=5$，$b^2=20$，

所以双曲线方程为$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查双曲线的几何性质，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

6、D

【解析】

首先判断循环结构类型，得到判断框内的语句性质，然后对循环体进行分析，找出循环规律，判断输出结果与循环次数以及i的关系，最终得出选项.

【详解】

经判断此循环为“直到型”结构，判断框为跳出循环的语句，

第一次循环：$S=0+\frac{1}{1\times 2}=\frac{1}{2}$，$i=1+1=2$；

第二次循环：$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\times 3}=\frac{2}{3}$，$i=2+1=3$；

第三次循环：$S=\frac{2}{3}+\frac{1}{3\times 4}=\frac{3}{4}$，$i=3+1=4$，

此时退出循环，根据判断框内为跳出循环的语句，$\therefore i<4?$，故选D.

【点睛】

题主要考查程序框图的循环结构流程图，属于中档题. 解决程序框图问题时一定注意以下几点：(1) 不要混淆处理框和输入框；(2) 注意区分程序框图是条件分支结构还是循环结构；(3) 注意区分当型循环结构和直到型循环结构；(4) 处理循环结构的问题时一定要正确控制循环次数；(5) 要注意各个框的顺序，（6）在给出程序框图求解输出结果的试题中只要按照程序框图规定的运算方法逐次计算，直到达到输出条件即可.

7、C

【解析】

试题分析：由题意知，当$x_1\in\left[\frac{1}{2},3\right]$时，由$f\left(x\right)=x+\frac{4}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{4}{x}}=4$，当且仅当$x=\frac{4}{x}$时，即$x=2$等号是成立，所以函数$f\left(x\right)$的最小值为$4$，当$x_2\in\left[2,3\right]$时，$g\left(x\right)=2^x+a$为单调递增函数，所以$g\left(x\right)_{\min}=g\left(2\right)=a+4$，又因为$\forall x_1\in\left[\frac{1}{2},3\right],\exists x_2\in\left[2,3\right]$，使得$f\left(x_1\right)\geq g\left(x_2\right)$，即$f\left(x\right)$在$x\in\left[\frac{1}{2},3\right]$的最小值不小于$g\left(x\right)$在$x\in\left[2,3\right]$上的最小值，即$a+4\leq 4$，解得$a\leq 0$，故选C.

考点：函数的综合问题.

【方法点睛】本题主要考查了函数的综合问题，其中解答中涉及到基本不等式求最值、函数的单调性及其应用、全称命题与存在命题的应用等知识点的综合考查，试题思维量大，属于中档试题，着重考查了学生分析问题和解答问题的能力，以及转化与化归思想的应用，其中解答中转化为$f\left(x\right)$在$x\in\left[\frac{1}{2},3\right]$的最小值不小于$g\left(x\right)$在$x\in\left[2,3\right]$上的最小值是解答的关键.

8、B

【解析】

由题知$f\left(x\right)$为奇函数，且$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$可得函数$f\left(x\right)$的周期为3，分别求出$f\left(0\right)=0, f\left(1\right)=1, f\left(2\right)=-1,$知函数在一个周期内的和是0，利用函数周期性对所求式子进行化简可得.

【详解】

因为$f\left(x\right)$为奇函数，故$f\left(0\right)=0$；

因为$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$，故$f\left(1+x\right)=-f\left(2-x\right)=f\left(x-2\right)$，

可知函数$f\left(x\right)$的周期为3；

在$f\left(1+x\right)+f\left(2-x\right)=0$中，令$x=1$，故$f\left(2\right)=-f\left(1\right)=-1$，

故函数$f\left(x\right)$在一个周期内的函数值和为0，

故$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=f(1)=1.$

故选：B.

【点睛】

本题考查函数奇偶性与周期性综合问题. 其解题思路：函数的奇偶性与周期性相结合的问题多考查求值问题，常利用奇偶性及周期性进行变换，将所求函数值的自变量转化到已知解析式的函数定义域内求解.

9、A

【解析】

设$CA=CC_1=2CB=2$，延长A_1B_1至D，使得$A_1B_1=B_1D$，连BD,C_1D，可证$AB_1//BD$，得到$\angle C_1BD$（或补角）为所求的角，分别求出BC_1, AB_1, C_1D，解$\triangle C_1BD$即可.

【详解】

设$CA=CC_1=2CB=2$，延长A_1B_1至D，使得$A_1B_1=B_1D$，

连BD,C_1D，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB//A_1B_1, AB=A_1B_1$，

$\therefore AB//B_1D, AB=B_1D$，四边形 $ABDB_1$ 为平行四边形，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/236041012225010210