四川省遂宁中学校高新校区2023-2024学年高一下学期5月月考数学试卷

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．已知复数$z=\dfrac{5\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$，则在复平面内表示复数$z$的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，则异面直线AC与BC_1的所成角为（　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

3．已知等腰$\triangle ABC$中，$A=\dfrac{2}{3}\pi$，则$\overrightarrow{BC}$在$\overrightarrow{BA}$上的投影向量为（　）

A．$\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BA}$　　B．$-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BA}$　　C．$3\overrightarrow{BA}$　　D．$-3\overrightarrow{BA}$

4．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}+\vec{b}=(2,k),\vec{a}-\vec{b}=(1,1)$．若$\vec{a}//\vec{b}$，则$k=$（　）

A．-2　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．2

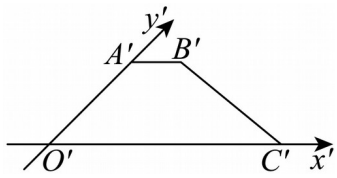
5．设α是给定的平面，A,B是不在α内的任意两点，则（　）

A．在α内存在直线与直线AB平行　　B．存在过直线AB的平面与α垂直

C．在α内不存在直线与直线AB异面　　D．在α内不存在直线与直线AB垂直

6．已知梯形$ABCO$按斜二测画法得到的直观图为如图所示的梯形$A'B'C'O'$，且$A'B'=1$，$O'A'=2$，$O'C'=4$，现将梯形$ABCO$绕OA旋转一周得到一个几何体，则该几何体的侧面

积为（　）



A．15π　　B．18π　　C．25π　　D．28π

7．已知非零向量$\vec{a}$和单位向量$\vec{b}$满足$\vec{a}\perp\vec{b}$，且向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为30°，则$|\vec{a}|=$（　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．3

8．已知正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的高为$\sqrt{6}$，其所有顶点均在同一个表面积为32π的球面上，且该球的球心在底面$ABCD$上，则棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积为（　）

A．$\frac{14}{3}\sqrt{6}$　　B．$14\sqrt{6}$　　C．$\frac{28}{3}\sqrt{6}$　　D．$28\sqrt{6}$

二、多选题

9．下列各组向量中，可以用来表示向量$\vec{a}=(-1,2)$的是（　）

A．$\vec{e}_1=(1,1),\vec{e_2}=(1,2)$　　B．$\vec{e_1}=(-1,1),\vec{e_2}=(-2,2)$

C．$\vec{e}_1=(-1,2),\vec{e_2}=(3,-6)$　　D．$\vec{e_1}=(1,2),\vec{e_2}=(-3,-4)$

10．已知复数$z_1,z_2(z_2\neq 0)$，下列命题中正确的是（　）

A．若$z_1^2\in\mathbf{R}$，则$z_1\in\mathbf{R}$　　B．若$\frac{z_1}{z_2}\in\mathbf{R}$，则$\overline{z_1}z_2\in\mathbf{R}$

C．若$|z_1z_2|=2z_2$，则$z_1\overline{z_1}=4$　　D．若$z_1z_2=|z_1|^2$，则$z_1=z_2$

11．已知函数$f(x)=2\sin x\cos x-2\sqrt{3}\cos^2x$，则下列结论中正确的有（　）

A．函数$f(x)$的最小正周期为π

B．$f(x)$的对称轴为$x=\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$

C．$f(x)$的对称中心为$(\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2},0)$，$k\in\mathbf{Z}$

D．$f(x)$的单调递增区间为$[\frac{\pi}{12}+k,\frac{5\pi}{12}+k]$，$k\in\mathbf{Z}$

三、填空题

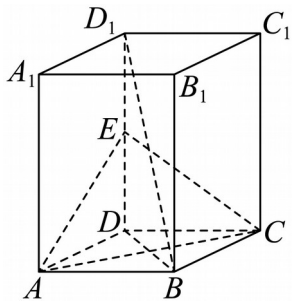
12．一个母线长为2的圆锥的侧面积是底面积的2倍，则该圆锥的侧面积为____.

13．在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，所有棱长均相等，则二面角C_1-AB-C的正切值为____.

14．在$\triangle ABC$中，角A,B,C对应的边分别为a,b,c，已知$c=1,b>c,\sin B\sin C=\frac{\sqrt{2}}{10}$，且$a\sin A-b\sin B=\sqrt{2}c\sin B+c\sin C$，则$\triangle ABC$的面积为____.

四、解答题

15．如图，在四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$是菱形，$DD_1\perp$底面$ABCD$，点E是DD_1的中点.



（1）求证：$BD_1 // $平面$AEC$；

（2）求证：平面$AEC \perp$平面BDD_1.

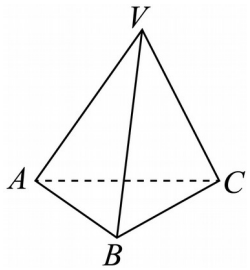
16．在$\vee ABC$中，内角A,B,C的对边分别为$a,b,c,\triangle ABC$的面积为S，已知$c=2$，且

$a^2+b^2=4\sqrt{3}S+4$.

(1)求C；

(2)求$\sqrt{3}b-a$的取值范围.

17．如图，在三棱锥$V-ABC$中，$\triangle VAB$和$\vee ABC$均是边长为4的等边三角形，$VC=2\sqrt{5}$.



(1)证明：$AB \perp VC$；

(2)已知平面α满足$VA//\alpha, AC//\alpha$，且平面$\alpha \cap$平面$VBC=l$，求直线l与平面ABC所成角的正弦值.

18．在$\vee ABC$中，$BC=3, AB-AC=1$.M为边BC上一点，$BM=1, D$为边AB上一点，

AM 交 CD 于 P.

(1)若 $AC=3, AD=2$，求 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CD}$.

(2)若 $BD=\frac{3}{2}, CD=\frac{5}{2}$，

（i）求 AC；

（ii）求 $\triangle APD$ 和 $\triangle MPC$ 的面积之差.

19．已知 O 为坐标原点，对于函数 $f(x)=a\sin x+b\cos x$，称向量 $\overrightarrow{OM}=(a,b)$ 为函数 $f(x)$ 的伴随向量，同时称函数 $f(x)$ 为向量 $\overrightarrow{OM}$ 的伴随函数.

(1)设函数 $k(x)=\sin\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\sin x$，试求 $k(x)$ 的伴随向量 $\overrightarrow{OM}$，

(2)记向量 $\overrightarrow{OP}=\left(\sqrt{3},1\right)$ 的伴随函数为 $f(x)$，函数 $h(x)=f(2x)$，

①函数 $h(x)$ 在区间 $\left[t,t+\frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值为 M_t，最小值为 m_t，设函数 $H\left(t\right)=M_t-m_t$，若 $t\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right)$，求函数 $H(t)$ 的值域.

②把函数 $h(-x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得到函数 $g(x)$ 的图象，对于 $\forall x_1\in\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$，是否总存在唯一的实数 $x_2\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$，使得 $h\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)=m$ 成立，求实数 m 的取值范围.

参考答案：

1．A

【分析】首先化简复数，再根据复数的几何意义，即可判断选项.

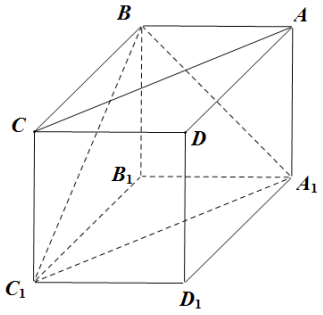
【详解】$z=\dfrac{5\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\mathrm{i}(1-2\mathrm{i})=2+\mathrm{i}$，对应的点在第一象限.

故选：A

2．C

【分析】利用正方体的特点，将异面直线的夹角转化为共面直线的夹角，角形 A_1BC_1 为等边三角形，故 A_1C_1 与 BC_1 的夹角为 $60°$，从而得出异面直线的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$.

【详解】



正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AC//A_1C_1$，异面直线 AC 与 BC_1 的所成角即为 A_1C_1 与 BC_1 所成的角，而三角形 A_1BC_1 为等边三角形，故 A_1C_1 与 BC_1 的夹角为 $60°$，所以异面直线 AC 与 BC_1 的所成角为 $\dfrac{\pi}{3}$.

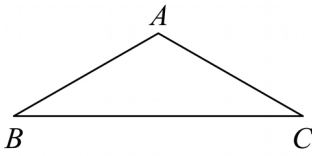
故选：C

【点睛】熟悉正方体的特点，以及求异面直线夹角通常转化为共面直线夹角来解决,注意几何图形的特点.

3．A

【分析】由投影向量的概况结合正弦定理可求.

【详解】



由题意可得$B=C=\frac{1}{2}(\pi-A)=\frac{\pi}{6}$，

由正弦定理可得$\frac{BC}{\sin\frac{2\pi}{3}}=\frac{AB}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{AC}{\sin\frac{\pi}{6}}$，可得$AB=AC=\frac{\sqrt{3}}{3}BC$，

$\overrightarrow{BC}$在$\overrightarrow{BA}$上的投影为$\left|\overrightarrow{BC}\right|\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}\left|\overrightarrow{BC}\right|$，

所以$\overrightarrow{BC}$在$\overrightarrow{BA}$上的投影向量为$\frac{\sqrt{3}}{2}\left|\overrightarrow{BC}\right|\cdot\frac{\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{2}\left|\overrightarrow{BC}\right|\cdot\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}\times\left|\overrightarrow{BC}\right|}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$，

即$\overrightarrow{BC}$在$\overrightarrow{BA}$上的投影向量为$\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$.

故选：A.

4．D

【分析】根据向量的运算性质，判断$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)//\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，即可求解.

【详解】由$\vec{a}//\vec{b}$知，$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)//\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，则$k=2$.

故选：D

5．B

【分析】考虑直线AB与α相交时，可判断A；过点A作α的垂线即可判断B；考虑

$AB\perp\alpha$时，可判断CD.

【详解】对于A，当直线 AB 与 α 相交时，在 α 内不存在直线与直线 AB 平行，A错误；

对于B，当 $AB\perp\alpha$ 时，显然存在；

当 AB 与 α 不垂直时，过点 A 作直线 $l\perp\alpha$，则直线 l 与 AB 确定的平面与 α 垂直，B正确；

对于CD，当 $AB\perp\alpha$ 时，记垂足为 C，则在 α 不过点 C 的直线都与 AB 异面且垂直，CD错误.

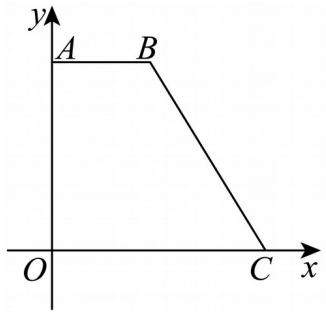
故选：B.

6．C

【分析】将梯形 $A'B'C'O'$ 复原为原图即直角梯形 $ABCO$，确定相关的边长，结合题意以及圆台的侧面积公式，即可求得答案.

【详解】由题意将梯形 $A'B'C'O'$ 复原为原图，即直角梯形 $ABCO$，

其中 $AB=1,OA=4,OC=4$，则 $BC=\sqrt{(4-1)^2+4^2}=5$，



故将梯形 $ABCO$ 绕 OA 檚转一周得到一个几何体为圆台，

圆台上底面半径为1，下底面半径为4，高为4，母线长为5，

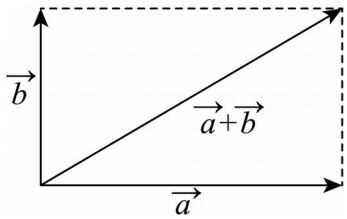
故该几何体的侧面积为 $\pi(1+4)\times5=25\pi$，

故选：C

7．C

【分析】根据向量加法的平行四边形法则求解即可.

【详解】因为 $\vec{a}\perp\vec{b}$，所以根据向量加法的平行四边形法则可得向量 $\vec{a}+\vec{b}$ 如图所示，



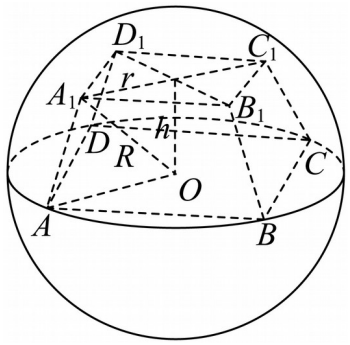
又因为向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为30°，所以$|\vec{a}|=\sqrt{3}|\vec{b}|=\sqrt{3}$，

故选：C

8．C

【分析】利用棱台及其外接球的特征结合台体体积公式计算即可.

【详解】设球心为O，球O的半径为R，棱台高为h，



则$4\pi R^2=2\pi$，所以$R=2\sqrt{2}$，

由于O在底面$ABCD$上，底面$ABCD$为正方形，

易得正方形$ABCD$的边长为$\sqrt{2}R=4$，面积为16；

设底面$A_1B_1C_1D_1$的外接圆半径为r，则$r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{2}$，

易得正方形$A_1B_1C_1D_1$的边长为$\sqrt{2}r=2$，面积为4；

所以正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的体积为$V=\frac{1}{3}\times\left(16+4+\sqrt{16\times4}\right)\times\sqrt{6}=\frac{28\sqrt{6}}{3}$.

故选:C.

9．ACD

【分析】判断向量$\vec{e_1},\vec{e_2}$是否共线，以及是否与向量$\vec{a}$共线即可得答案.

【详解】对于A，因为$1\times2\neq1\times1$，所以$\vec{e_1},\vec{e_2}$不共线，可以表示向量$\vec{a}$，A正确；

对于B，因为$-1\times2=1\times(-2)$，所以$\vec{e_1},\vec{e_2}$共线，又向量$\vec{a}$与$\vec{e_1}$不共线，B错误；

对于C，因为$\vec{a}=\vec{e_1}+0\times\vec{e_2}$，可以表示向量$\vec{a}$，C正确；

对于D，因为$1\times(-4)\neq2\times(-3)$，所以$\vec{e_1},\vec{e_2}$不共线，可以表示向量$\vec{a}$，D正确；

故选：ACD.

10．BC

【分析】举例说明判断AD；利用复数运算及共轭复数、复数模的意义计算判断BC.

【详解】对于A，取$z_1=\mathrm{i}$，$z_1^2=-1\in\mathbf{R}$，而$z_1\notin\mathbf{R}$，A错误；

对于B，设$z_1=x_1+y_1\mathrm{i},z_2=x_2+y_2\mathrm{i},x_1,y_1,x_2,y_2\in\mathrm{R},x_2^2+y_2^2\neq0$，

$\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{x_1+y_1\mathrm{i}}{x_2+y_2\mathrm{i}}=\dfrac{(x_1+y_1\mathrm{i})(x_2-y_2\mathrm{i})}{(x_2+y_2\mathrm{i})(x_2+y_2\mathrm{i})}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{x_2^2+y_2^2}+\dfrac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2^2+y_2^2}\mathrm{i}$，由$\dfrac{z_1}{z_2}\in\mathbf{R}$，

得$x_2y_1-x_1y_2=0$，$\overline{z_1}z_2=(x_1-y_1\mathrm{i})(x_2+y_2\mathrm{i})=x_1x_2+y_1y_2-(x_2y_1-x_1y_2)\mathrm{i}=x_1x_2+y_1y_2\in\mathbf{R}$，B正确；

对于C，由$|z_1z_2|=2z_2$及已知得$z_2=a>0$，设$z_1=c+d\mathrm{i},c,d\in\mathrm{R}$，

$|z_1z_2|=|a(c+d\mathrm{i})|=a\sqrt{c^2+d^2}=2a$，解得$c^2+d^2=4$，

则$z_1\overline{z_1}=(c+d\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})=c^2+d^2=4$，C正确；

对于D，取$z_1=\mathrm{i},z_2=-\mathrm{i}$，$z_1z_2=1=|z_1|^2$，而$z_1\neq z_2$，D错误.

故选：BC

11．AD

【分析】先利用三角恒等变换将函数解析式化简，再结合三角函数的图象和性质逐一判断选项即可.

【详解】$f(x)=2\sin x\cos x-2\sqrt{3}\cos^2 x=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x-\sqrt{3}=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$，

对于A，函数$f(x)$的最小正周期为$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，所以A正确；

对于B，令$2x-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，则$x=\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k}{2}\pi,k\in\mathbf{Z}$，所以对称轴为$x=\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k}{2}\pi,k\in\mathbf{Z}$，故B错误；

对于C，令$2x-\dfrac{\pi}{3}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，可得对称中心为$\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k}{2}\pi,-\sqrt{3}\right),k\in\mathbf{Z}$，故C错误；

对于D，令$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le x-\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，则$-\dfrac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以单调递增区间为$\left[-\dfrac{\pi}{12}+k\pi,\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$，故D正确.

故选：AD.

12．2π

【分析】利用圆锥的侧面积与底面积公式计算即可.

【详解】设圆锥的底面半径为r，母线长为l，则$l=2$，且$\pi rl=2\pi r^2$，

所以$r=1$，侧面积为2π.

故答案为：2π

13．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$/$\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

【分析】利用垂直关系，构造二面角的平面角，即可求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/236124141225010213