中考数学真题分类（解答题）专练

图形的相似【答案解析】

1．（2019•淄博）如图1，正方形ABDE和BCFG的边AB，BC在同一条直线上，且AB＝2BC，取EF的中点M，连接MD，MG，MB．

（1）试证明DM⊥MG，并求$\frac{MB}{MG}$的值．

（2）如图2，将图1中的正方形变为菱形，设∠EAB＝2α（0＜α＜90°），其它条件不变，问（1）中$\frac{MB}{MG}$的值有变化吗？若有变化，求出该值（用含α的式子表示）；若无变化，说明理由．

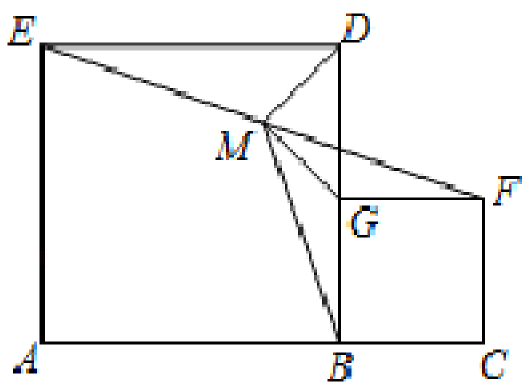


图1

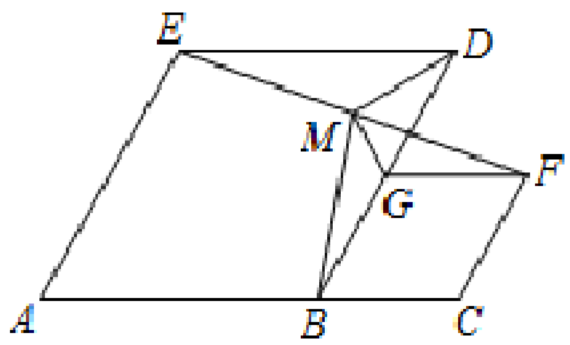
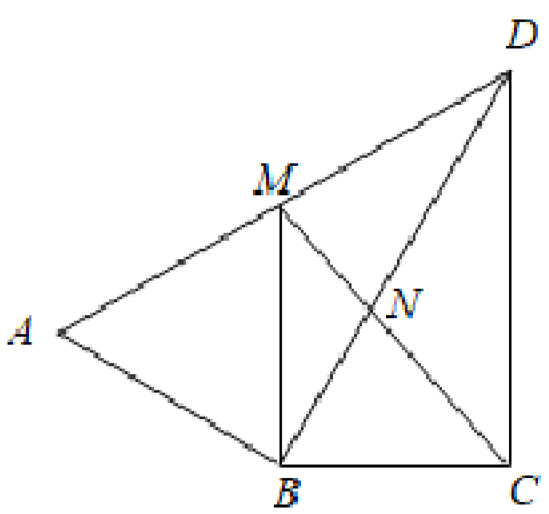


图2

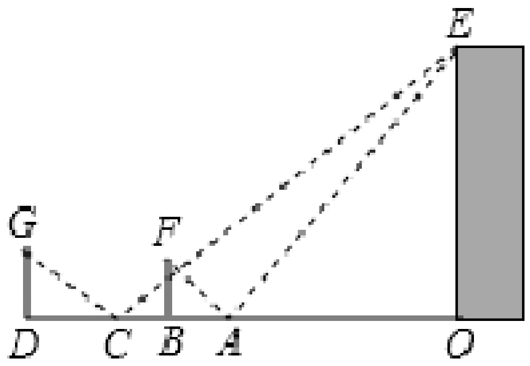
2．（2019•凉山州）如图，∠ABD＝∠BCD＝90°，DB平分∠ADC，过点B作BM∥CD交AD于M，连接CM交DB于N．

（1）求证：BD^2＝AD•CD；

（2）若CD＝6，AD＝8，求MN的长．



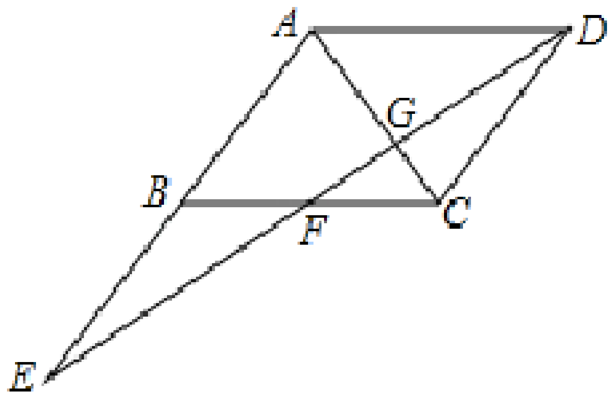
3．（2019□荆门）如图，为了测量一栋楼的高度 OE，小明同学先在操场上 A处放一面镜子，向后退到 B处，恰好在镜子中看到楼的顶部 E；再将镜子放到 C处，然后后退到 D处，恰好再次在镜子中看到楼的顶部 E（O，A，B，C，D在同一条直线上），测得 AC＝2m，BD＝2.1m，如果小明眼睛距地面高度 BF，DG为 1.6m，试确定楼的高度 OE．



4．（2019□张家界）如图，在平行四边形 ABCD中，连接对角线 AC，延长 AB至点 E，使 BE＝AB，连接 DE，分别交 BC，AC交于点 F，G．

（1）求证：BF＝CF；

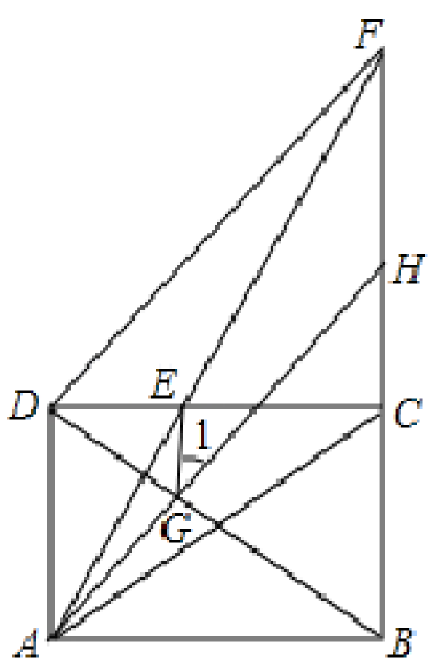
（2）若 BC＝6，DG＝4，求 FG的长．



5．（2019□梧州）如图，在矩形 ABCD中，AB＝4，BC＝3，AF平分∠DAC，分别交 DC，BC的延长线于点 E，F；连接 DF，过点 A作 AH∥DF，分别交 BD，BF于点 G，H．

（1）求 DE的长；

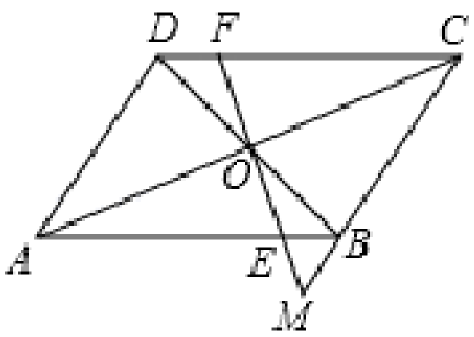
（2）求证：∠1＝∠DFC．



6．（2019□雅安）如图，□ABCD的对角线 AC，BD相交于点 O，EF经过 O，分别交 AB，CD于点 E、F，EF的延长线交 CB的延长线于 M．

（1）求证：OE＝OF；

（2）若 AD＝4，AB＝6，BM＝1，求 BE的长．



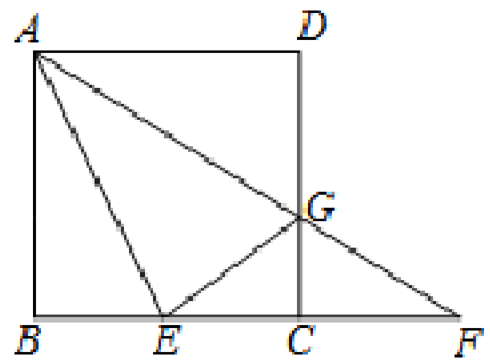
7．（2020□杭州）如图，在正方形 ABCD中，点 E 在 BC边上，连接 AE，∠DAE的平分线 AG与 CD边交于点 G，与 BC的延长线交于点 F．设 $\frac{CE}{EB}=\lambda$（$\lambda>0$）．

（1）若 AB＝2，λ＝1，求线段 CF的长．

（2）连接 EG，若 EG⊥AF，

①求证：点 G为 CD边的中点．

②求 λ 的值．



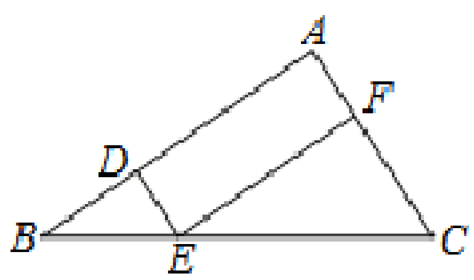
8．（2020□杭州）如图，在△ABC中，点 D，E，F 分别在 AB，BC，AC边上，DE∥AC，EF∥AB．

（1）求证：△BDE∽△EFC．

（2）设 $\frac{AF}{FC}=\frac{1}{2}$，

①若 BC＝12，求线段 BE的长；

②若△EFC的面积是 20，求△ABC的面积．

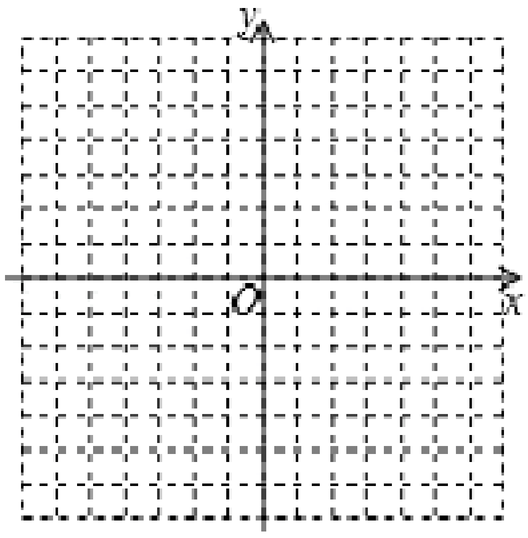


9．（2018•巴中）在如图所示的平面直角坐标系中，已知点 A（﹣3，﹣3），点 B（﹣1，﹣3），点 C（﹣1，﹣1）．

（1）画出△ABC；

（2）画出△ABC关于 x 轴对称的△$A_1B_1C_1$，并写出 A_1点的坐标：_______；

（3）以 O为位似中心，在第一象限内把△ABC扩大到原来的两倍，得到△$A_2B_2C_2$，并写出 A_2点的坐标：_______．



10．（2018•东营）（1）某学校“智慧方园”数学社团遇到这样一个题目：

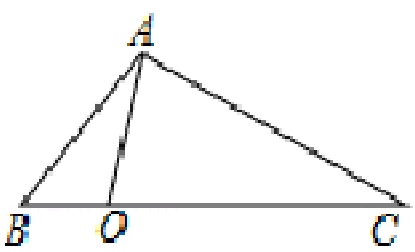
如图 1，在△ABC中，点 O在线段 BC上，∠BAO=30°，∠OAC=75°，AO=$3\sqrt{3}$，BO：CO=1：3，求 AB的长．

经过社团成员讨论发现，过点 B作 BD∥AC，交 AO的延长线于点 D，通过构造△ABD就可以解决问题（如图 2）．

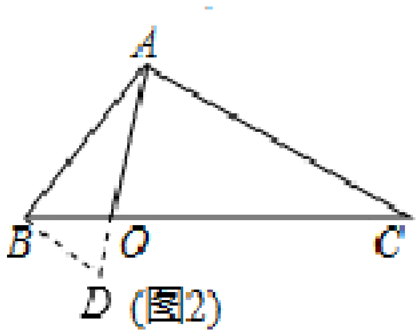
请回答：∠ADB=_______°，AB=_______．

（2）请参考以上解决思路，解决问题：

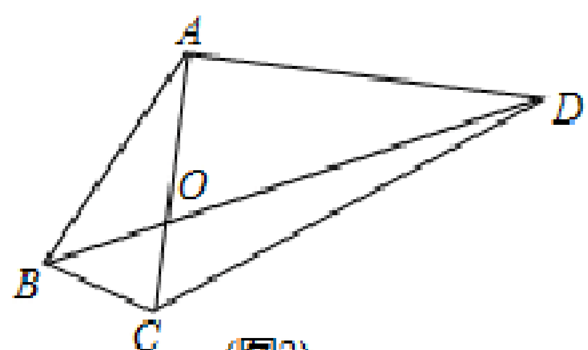
如图 3，在四边形 ABCD中，对角线 AC与 BD相交于点 O，AC⊥AD，AO=$3\sqrt{3}$，∠ABC=∠ACB=75°，BO：OD=1：3，求 DC的长．



(图1)



(图2)

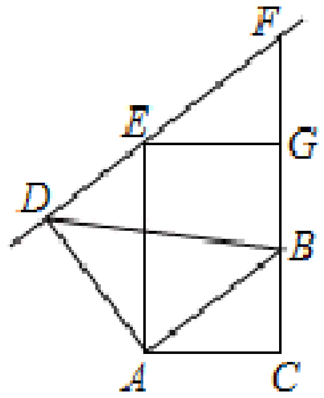


(图3)

11．（2018□福建）如图，在 Rt△ABC中，∠C=90°，AB=10，AC=8．线段 AD由线段 AB绕点 A按逆时针方向旋转 90°得到，△EFG由△ABC沿 CB方向平移得到，且直线 EF过点D．

（1）求∠BDF的大小；

（2）求 CG的长．

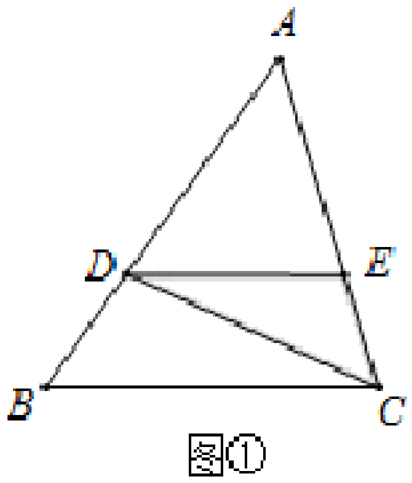


12．（2018□苏州）问题 1：如图①，在△ABC中，AB=4，D是 AB上一点（不与 A，B重合），DE∥BC，交 AC于点 E，连接 CD．设△ABC的面积为 S，△DEC的面积为 S′．

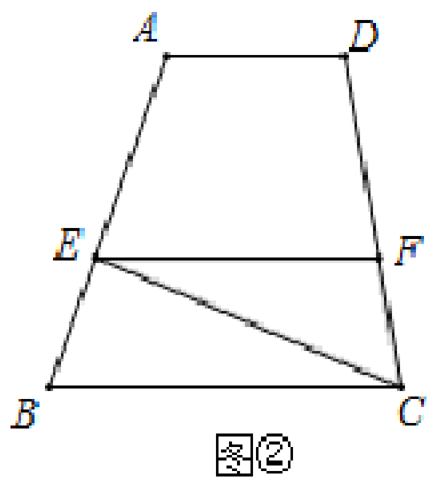
（1）当 AD=3 时，$\frac{S'}{S}$=______；

（2）设 AD=m，请你用含字母 m的代数式表示$\frac{S'}{S}$．

问题 2：如图②，在四边形 ABCD中，AB=4，AD∥BC，AD=$\frac{1}{2}$BC，E是 AB上一点（不与 A，B重合），EF∥BC，交 CD于点 F，连接 CE．设 AE=n，四边形 ABCD的面积为 S，△EFC的面积为 S′．请你利用问题 1 的解法或结论，用含字母 n 的代数式表示$\frac{S'}{S}$．



图①

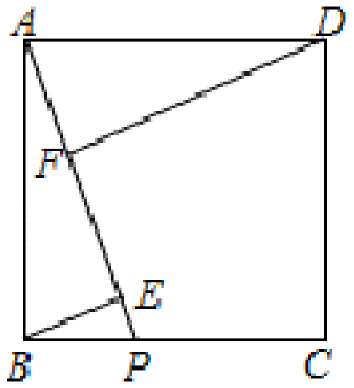


图②

13．（2018•上海）已知：如图，正方形ABCD中，P是边BC上一点，BE⊥AP，DF⊥AP，垂足分别是点E、F．

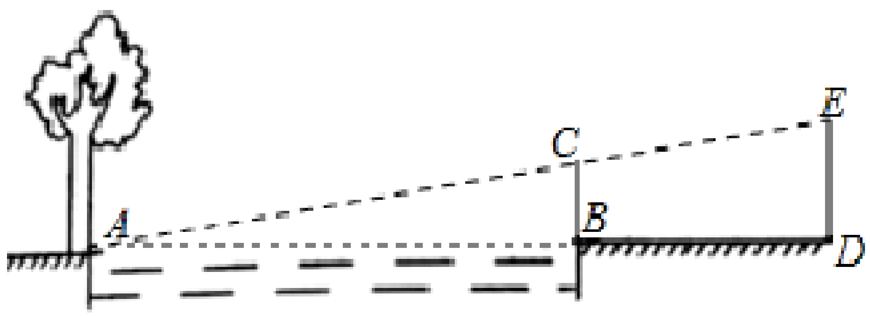
（1）求证：EF＝AE－BE；

（2）连接BF，如果$\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$．求证：EF＝EP．



14．（2018•陕西）周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽．测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点A，在他们所在的岸边选择了点B，使得AB与河岸垂直，并在B点竖起标杆BC，再在AB的延长线上选择点D，竖起标杆DE，使得点E与点C、A共线．

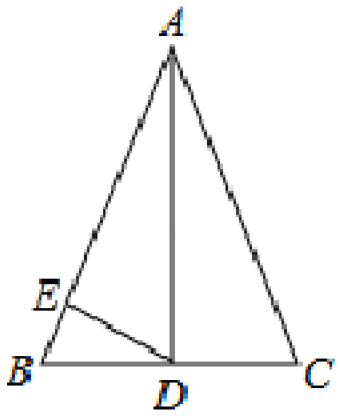
已知：CB⊥AD，ED⊥AD，测得BC＝1m，DE＝1.5m，BD＝8.5m．测量示意图如图所示．请根据相关测量信息，求河宽AB．



15．（2018•杭州）如图，在△ABC中，AB＝AC，AD为BC边上的中线，DE⊥AB于点E．

（1）求证：△BDE∽△CAD．

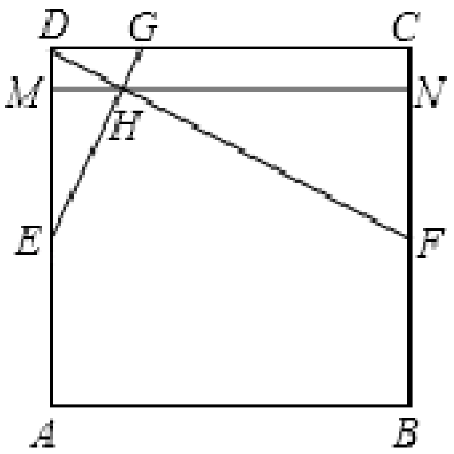
（2）若AB＝13，BC＝10，求线段DE的长．



16．（2018•济宁）如图，在正方形ABCD中，点E，F分别是边AD，BC的中点，连接DF，过点E作EH⊥DF，垂足为H，EH的延长线交DC于点G．

（1）猜想DG与CF的数量关系，并证明你的结论；

（2）过点H作MN∥CD，分别交AD，BC于点M，N，若正方形ABCD的边长为10，点P是MN上一点，求△PDC周长的最小值．



参考答案

1．（1）证明：如图 1 中，延长 DM 交 FG 的延长线于 H．

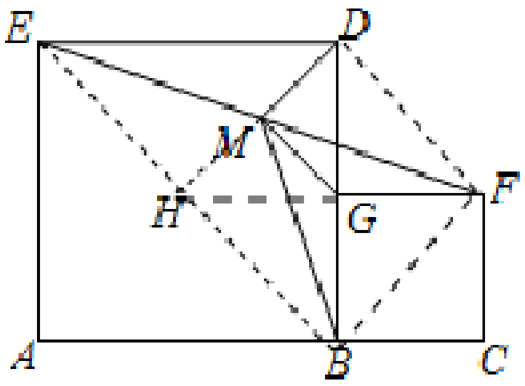


图1

∵四边形 ABDE，四边形 BCFG 都是正方形，

∴DE∥AC∥GF，

∴∠EDM=∠FHM，

∵∠EMD=∠FMH，EM=FM，

∴△EDM≌△FHM（AAS），

∴DE=FH，DM=MH，

∵DE=2FG，BG=DG，

∴HG=DG，

∵∠DGH=∠BGF=90°，MH=DM，

∴GM⊥DM，DM=MG，

连接 EB，BF，设 BC=a，则 AB=2a，BE=$2\sqrt{2}$a，BF=$\sqrt{2}$a，

∵∠EBD=∠DBF=45°，

∴∠EBF=90°，

∴EF=$\sqrt{BE^2+BF^2}$=$\sqrt{10}$a，

∵EM=MF，

∴BM=$\frac{1}{2}$EF=$\frac{\sqrt{10}}{2}$a，

∵HM=DM，GH=FG，

∴MG=$\frac{1}{2}$DF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$a，

$\therefore \frac{BM}{MG}=\frac{\frac{\sqrt{10}}{2}a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}=\sqrt{5}$.

（2）解：（1）中$\frac{MB}{MG}$的值有变化．

理由：如图 2 中，连接 BE，AD交于点 O，连接 OG，CG，BF，CG交 BF于 O′．

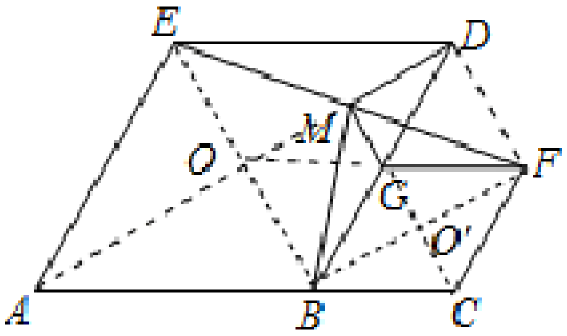


图2

$\because DO=OA$，$DG=GB$，

$\therefore GO\parallel AB$，$OG=\frac{1}{2}AB$，

$\because GF\parallel AC$，

$\therefore$ O，G，F 共线，

$\because FG=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore OF=AB=DF$，

$\because GF\parallel AC$，$AC\parallel OF$，

$\therefore DE\parallel OF$，

$\therefore$ OD与 EF互相平分，

$\because EM=MF$，

$\therefore$ 点 M在直线 AD上，

$\because GD=GB=GO=GF$，

$\therefore$ 四边形 OBFD是矩形，

$\therefore \angle OBF=\angle ODF=\angle BOD=90^\circ$，

$\because OM=MD$，$OG=GF$，

$\therefore MG=\frac{1}{2}DF$，设 $BC=m$，则 $AB=2m$，

易知 $BE=2OB=2\cdot 2m\cdot\sin\alpha=4m\sin\alpha$，$BF=2BO'=2m\cdot\cos\alpha$，$DF=OB=2m\cdot\sin\alpha$，

$BM=\frac{1}{2}EF=\frac{1}{2}\sqrt{BE^2+BF^2}=\sqrt{4m^2\cdot\sin^2\alpha+m^2\cdot\cos^2\alpha}$，$GM=\frac{1}{2}DF=m\sin\alpha$，

$\therefore \frac{BM}{MG}=\frac{\sqrt{4m^2\cdot\sin^2\alpha+m^2\cdot\cos^2\alpha}}{m\cdot\sin\alpha}=\frac{\sqrt{4\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}}{\sin\alpha}$.

2．证明：（1）∵DB平分∠ADC,

∴∠ADB=∠CDB，且∠ABD=∠BCD=90°，

∴△ABD∽△BCD

$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{BD}{CD}$

$\therefore BD^2=AD\cdot CD$

（2）∵BM∥CD

∴∠MBD=∠BDC

∴∠ADB=∠MBD，且∠ABD=90°

∴BM=MD，∠MAB=∠MBA

∴BM=MD=AM=4

∵$BD^2=AD\cdot CD$，且CD=6，AD=8，

$\therefore BD^2=48$，

$\therefore BC^2=BD^2-CD^2=12$

$\therefore MC^2=MB^2+BC^2=28$

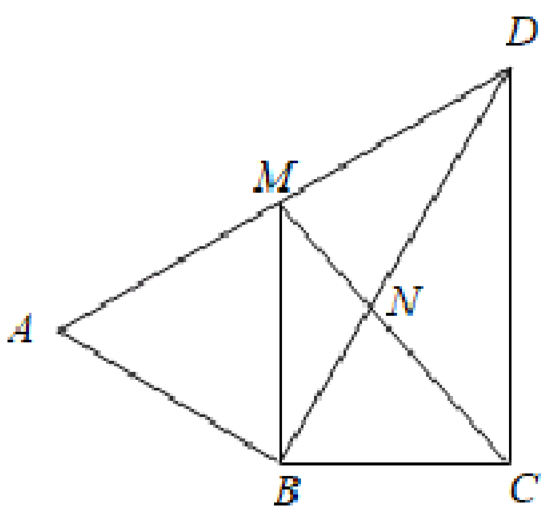
$\therefore MC=2\sqrt{7}$

∵BM∥CD

∴△MNB∽△CND

$\therefore \frac{BM}{CD}=\frac{MN}{CN}=\frac{2}{3}$，且$MC=2\sqrt{7}$

$\therefore MN=\frac{4}{5}\sqrt{7}$



. 解：令 OE=a，AO=b，CB=x，

则由△GDC∽△EOC得$\frac{GD}{EO}=\frac{CD}{OC}$，

即$\frac{1.6}{a}=\frac{2.1-x}{2+b}$，

整理得：3.2+1.6b=2.1a﹣ax①，

由△FBA∽△EOA得$\frac{FB}{EO}=\frac{AB}{OA}$，

即$\frac{1.6}{a}=\frac{2-x}{b}$，

整理得：1.6b=2a﹣ax②，

将②代入①得：

3.2+2a﹣ax=2.1a﹣ax，

∴a=32，

即 OE=32，

答：楼的高度 OE为 32 米．

4. （1）证明：∵四边形 ABCD是平行四边形，

∴AD∥BC，AD=BC，

∴△EBF∽△EAD，

∴$\frac{BF}{AD}=\frac{EB}{EA}=\frac{1}{2}$，

∴BF=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$BC，

∴BF=CF；

（2）解：∵四边形 ABCD是平行四边形，

∴AD∥CF，

∴△FGC∽△DGA，

∴$\frac{FG}{DG}=\frac{FC}{AD}$，即$\frac{FG}{4}=\frac{1}{2}$，

解得，FG=2．

5. （1）解：∵矩形 ABCD中，AD∥CF，

∴∠DAF=∠ACF，

∵AF平分∠DAC，

∴∠DAF=∠CAF，

$FAC=\angle AFC$,

∴$AC=CF$,

∵$AB=4$，$BC=3$，

∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴$CF=5$，

∵$AD\parallel CF$,

∴$\triangle ADE\backsim\triangle FCE$,

∴$\frac{AD}{CF}=\frac{DE}{CE}$，

设 $DE=x$，则$\frac{3}{5}=\frac{x}{4-x}$，

解得 $x=\frac{3}{2}$

∴$DE=\frac{3}{2}$;

（2）∵$AD\parallel FH$，$AF\parallel DH$,

∴四边形 ADFH是平行四边形，

∴$AD=FH=3$，

∴$CH=2$，$BH=5$，

∵$AD\parallel BH$,

∴$\triangle ADG\backsim\triangle HBG$,

∴$\frac{DG}{BG}=\frac{AD}{BH}$，

∴$\frac{DG}{5-DG}=\frac{3}{5}$，

∴$DG=\frac{15}{8}$，

∵$DE=\frac{3}{2}$，

∴$\frac{DE}{DG}=\frac{DC}{DB}=\frac{4}{5}$，

∴$EG\parallel BC$,

∴$\angle 1=\angle AHC$

又∵$DF\parallel AH$,

∴$\angle AHC=\angle DFC$