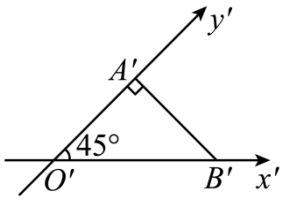
2024~2025 学年松江二中高二（上）10 月月考数学试卷

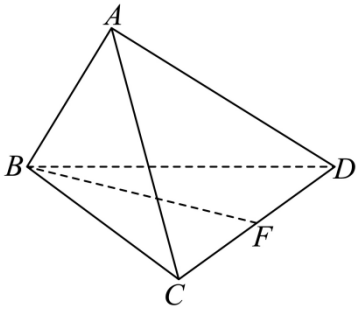
一、填空题（本大题共有 12 题, 第 1-6 题每题 4 分, 第 7-12 题每题 5 分, 共 54 分）考生应在答题纸的相应位置直接填写结果.

1. 已知 $1,a,5-2a$ 构成等差数列, 则实数 a 的值为_____.

2. 如图, $\mathrm{Rt}\triangle O'A'B'$ 是 $\triangle OAB$ 的直观图, 其中 $O'A'=2$, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 _____



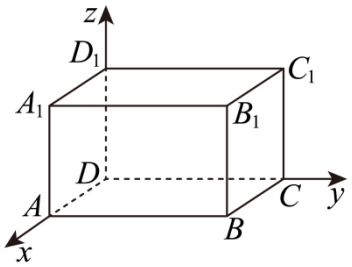
3. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, F 为 CD 的中点, 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$, 则 $\overrightarrow{BF}=$_____.（用 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 表示）



4. 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 $S_n,a_5=4$, 则 $S_9=$_____.

5. 若一个圆锥的底面面积为 π, 其侧面展开图是圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的扇形, 则该圆锥的体积为_____.

6. 如图所示, 以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点, 过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系, 若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(3,4,2)$, 则 $\overrightarrow{BD_1}$ 的坐标为_____.



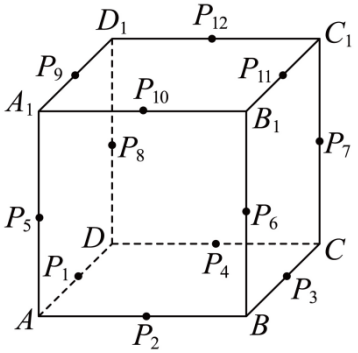
7. 平面 α 的法向量是 $\vec{n}=(-2,-2,1)$, 点 $A(-1,3,0)$ 在平面 α 内, 则点 $P(-2,1,4)$ 的到平面 α 的距离_____.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, $a_4=5$, 且 a_2,a_3,a_6 成等比数列, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$ _____.

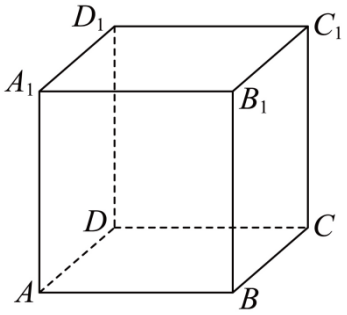
9. 在空间直角坐标系中, 已知点 $O(0,0,0),A(1,0,0),B(0,0,1),P(3,2,1)$, 则直线 AP 与平面 OAB 所成角的大小为

_____（用反三角表示）

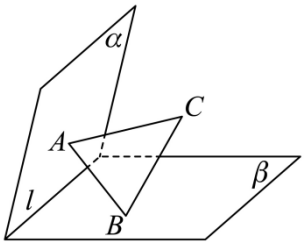
10. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 $2, P_i\left(i=1,2,\cdots,12\right)$ 分别为各棱的中点, 则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_i}\left(i=1,2,\cdots,12\right)$ 的不同值有_____个.



11. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $AA_1=3$, $BD=4$ 且 $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DC}=5$, 则异面直线 AA_1 与 BD 的夹角余弦值为_____.



12. 已知 $\alpha-l-\beta$ 是大小为 60° 的二面角, C 为二面角内一定点, 且到半平面 α、β 的距离分别为 3、4, A、B 分别是半平面 α、β 内的动点.则 $\triangle ABC$ 周长的最小值为_____.



二、选择题（本大题共有 4 题, 第 13、14 题每题 4 分, 第 15、16 题每题 5 分, 共 18 分）每题有且只有一个正确答案, 考生应在答题纸的相应位置上, 将所选答案的代号涂黑.

13. 一条直线与一个平面所成的角等于 $\frac{\pi}{3}$, 另一直线与这个平面所成的角是 $\frac{\pi}{6}$, 则这两条直线的位置关系（　　）

A. 必定相交　　B. 平行　　C. 必定异面　　D. 不可能平行

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, a_2, a_{14} 是方程 $x^2-14x+16=0$ 的两个实数根, 则 a_8 的值为（　　）

A. 7　　B. ±7　　C. 4　　D. ±4

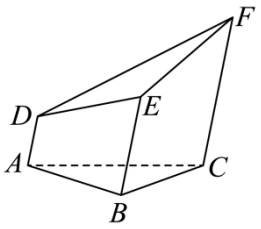
15. 从正方体八个顶点的两两连线中任取两条直线 a, b, 且 a, b 是异面直线, 则 a, b

所成角的余弦值的所有可能取值构成的集合是（　　）

A. $\left\{0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2},1\right\}$，　　B. $\left\{0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{3}\right\}$

C. $\left\{0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{3}\right\}$，　　D. $\left\{0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

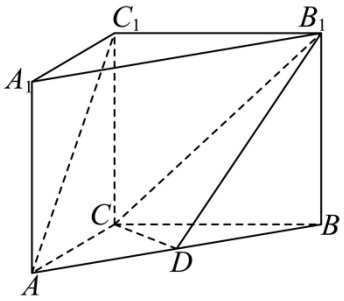
16. 一个五面体 $ABC-DEF$．已知 $AD\parallel BE\parallel CF$，且两两之间距离为 1．并已知 $AD=1$，$BE=2$，$CF=3$．则该五面体的体积为（　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{2}$

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 78 分）解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.

17. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1\perp$ 平面 ABC，$AC=3,AB=5,BC=4,AA_1=4$，点 D 是 AB 的中点.



（1）求证：$AC_1\parallel$ 平面 CDB_1.

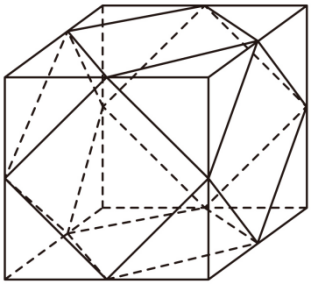
（2）求三棱锥 C_1-AA_1D 的体积.

18. 已知空间三点 $A(-1,1,2),B(-3,0,5),C(0,-2,4)$.

（1）求 $\triangle ABC$ 的面积.

（2）若向量 $\overrightarrow{CD}\parallel\overrightarrow{AB}$，且 $\left|\overrightarrow{CD}\right|=2\sqrt{14}$，求点 D 的坐标.

19. 某广场内设置了一些石凳供大家休息，这些石凳是由正方体截去八个一样的四面体得到的，如图所示，若被截正方体的棱长是 60cm.

（1）求石凳的体积.

（2）为了美观工人准备将石凳的表面进行粉刷（接触地面的部分也要粉刷），已知每平方米造价 50 元，请问粉刷一个石凳需要多少钱？（精确到 0.1 元，$\sqrt{3}\approx 1.732$）

20. 对于空间向量 $\vec{m}=(a,b,c)$，定义 $\|\vec{m}\|=\max\{|a|,|b|,|c|\}$，其中 $\max\{x,y,z\}$ 表示 x,y,z 这三个数的最大值.

（1）已知 $\vec{a}=(3,-4,2),\vec{b}=(-3,1,0)$，写出 $\|\vec{a}\|$ 和 $\|\vec{a}+\vec{b}\|$ 的值.

（2）已知 $\vec{a}=(3,-4,2),\vec{c}=(x,-2x,5-x),0\le x\le 4$，求 $\|\vec{a}-\vec{c}\|$ 的最小值及此时 x 的值.

（3）设 $\vec{a}=(x_1,y_1,z_1),\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$，求证：$\|\vec{a}+\vec{b}\|\le\|\vec{a}\|+\|\vec{b}\|$.

21. 如图 1，由射线 PA、PB、PC 构成的三面角 $P-ABC,\angle APC=\alpha,\angle BPC=\beta,\angle APB=\gamma$，二面角 $A-PC-B$ 的大小为 θ，类比于平面三角形中的余弦定理，我们得到三维空间中的三面角余弦定理：

$\cos\gamma=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\cos\theta$.

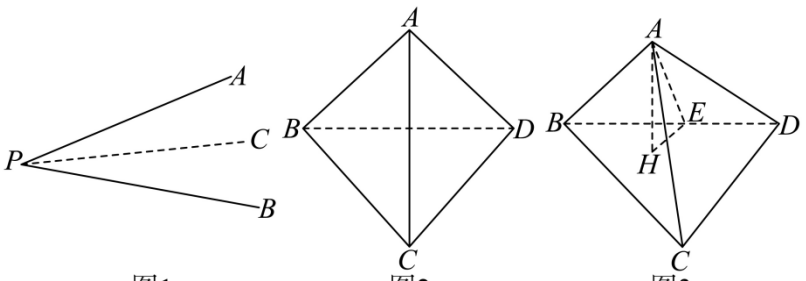


图1　图2　图3

（1）如图 2，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$\triangle ABD$ 为等腰直角三角形，$\angle BAD=90^\circ$，$\triangle BCD$ 为等边三角形，$\angle ABC=90^\circ$，求二面角 $A-BD-C$ 平面角的正弦值.

（2）如图 3，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AH\perp$ 平面 BCD，$AE\perp BD$，连接 HE，$AB=4,\angle ABD=45^\circ$，$\angle CBD=60^\circ,\angle ABC=90^\circ,BC+BD=6$，求三棱锥 $A-BCD$ 体积的最大值.

（3）当 $\alpha,\beta,\gamma\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 时，请在图 1 的基础上，试证明三面角余弦定理.

2024~2025 学年松江二中高二（上）10 月月考数学试卷

一、填空题（本大题共有 12 题, 第 1-6 题每题 4 分, 第 7-12 题每题 5 分, 共 54 分）考生应在答题纸的相应位置直接填写结果.

1. 已知 $1,a,5-2a$ 构成等差数列, 则实数 a 的值为_____.

【答案】$\frac{3}{2}$ ##1.5

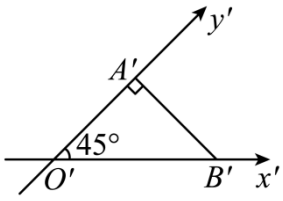
【分析】根据等差数列的性质进行求解即可.

【详解】因为 $1,a,5-2a$ 构成等差数列.

所以 $2a=1+5-2a$, 解得 $a=\frac{3}{2}$.

故答案为：$\frac{3}{2}$.

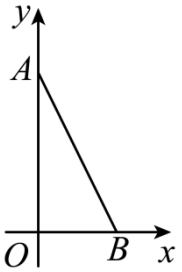
2. 如图, Rt$\triangle O'A'B'$ 是$\triangle OAB$ 的直观图, 其中 $O'A'=2$, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 _____



【答案】$4\sqrt{2}$

【分析】根据斜二测画法的定义, 画出平面图形, 求得原三角形的直角边, 从而面积可得.

【详解】由题意, 利用斜二测画法的定义, 画出原图形.

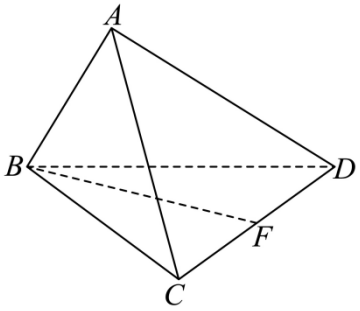


$O'B'=\sqrt{2}O'A'=2\sqrt{2}, OB=O'B'=2\sqrt{2}, OA=2O'A'=4$.

$\therefore \triangle OAB$ 的面积是 $\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

故答案为：$4\sqrt{2}$.

3. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, F 为 CD 的中点, 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AC}=\vec{b}, \overrightarrow{AD}=\vec{c}$, 则 $\overrightarrow{BF}=$_____.（用 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 表示）



【答案】$-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

【分析】根据几何图形, 结合向量的加法和减法, 以及数乘运算即可求解.

【详解】由题得$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)$.

$=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

$=-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

故答案为：$-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

4. 设数列$\{a_n\}$是等差数列, 其前n项和为S_n, $a_5=4$, 则$S_9=$_____.

【答案】36

【分析】由等差数列求和公式, 等差数列性质可得答案.

【详解】设数列$\{a_n\}$首项为a_1, 则$S_9=\frac{(a_1+a_9)9}{2}=\frac{2a_5\cdot 9}{2}=9a_5=36$.

故答案为：36

5. 若一个圆锥的底面面积为π, 其侧面展开图是圆心角为$\frac{2\pi}{3}$的扇形, 则该圆锥的体积为_____.

【答案】$\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

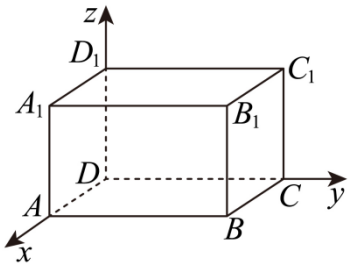
【分析】根据圆锥侧面的扇形弧长等于圆锥的底面周长可求母线长, 进而由母线和底面半径可求圆锥的高, 即可求体积.

【详解】由题可知该圆锥的底面半径$r=1$, 设圆锥的母线长为l, 则$\frac{2\pi l}{3}=2\pi r$, 得$l=3$.此该圆锥的体积

$V=\frac{1}{3}\pi\times 1^2\times\sqrt{3^2-1}=\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

6. 如图所示, 以长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的顶点D为坐标原点, 过D的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系, 若$\overrightarrow{DB_1}$的坐标为$(3,4,2)$, 则$\overrightarrow{BD_1}$的坐标为_____.



【答案】$(-3,-4,2)$

【分析】根据题目条件确定长度关系标注坐标即可.

【详解】因为$\overrightarrow{DB_1}$的坐标为$(3,4,2)$.

所以$AD=3$，$AB=4, AA_1=2$,

所以$B(3,4,0), D_1(0,0,2), \overrightarrow{BD_1}=(-3,-4,2)$.

故答案为：$(-3,-4,2)$.

7. 平面α的法向量是$\vec{n}=(-2,-2,1)$, 点$A(-1,3,0)$在平面α内, 则点$P(-2,1,4)$的到平面α的距离_____.

【答案】$\dfrac{10}{3}$

【分析】利用空间向量的方法求距离即可.

【详解】解：设直线PA与平面α所成的角为θ.

$\overrightarrow{PA}=(1,2,-4)$.

则点$P(-2,1,4)$到平面α的距离为$\left|\overrightarrow{PA}\right|\cdot\sin\theta=\left|\overrightarrow{PA}\right|\cdot\left|\cos<\overrightarrow{PA},\vec{n}>\right|=\left|\overrightarrow{PA}\right|\cdot\dfrac{\left|\overrightarrow{PA}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{PA}\right|\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{10}{3}$.

故答案为：$\dfrac{10}{3}$.

8. 已知数列$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列, $a_4=5$, 且a_2,a_3,a_6成等比数列, 则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$

_____.

【答案】$2n-3$

【分析】设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$, 根据题意, 列出方程组, 求得a_1,d的值, 即可求解.

【详解】设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d\neq 0)$.

因为$a_4=5$, 且a_2,a_3,a_6成等比数列, 可得$\begin{cases}a_1+3d=5\\(a_1+2d)^2=(a_1+d)(a_1+5d)\end{cases}$.

即$\begin{cases}a_1+3d=5\\2a_1+d=0\end{cases}$, 解得$a_1=-1, d=2$.

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=a_1+(n-1)d=-1+(n-1)\times 2=2n-3$.

故答案为：$2n-3$.

9. 在空间直角坐标系中, 已知点$O(0,0,0), A(1,0,0), B(0,0,1), P(3,2,1)$, 则直线 AP 与平面 OAB 所成角的大小为

_____（用反三角表示）

【答案】$\arcsin\frac{2}{3}$

【分析】利用空间向量求解即可.

【详解】解：由题意可知$\overrightarrow{OA}=(1,0,0), \overrightarrow{OB}=(0,0,1), \overrightarrow{AP}=(2,2,1)$

设平面 OAB 的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$.

则$\begin{cases}\overrightarrow{OA}\cdot\vec{n}=x=0\\ \overrightarrow{OB}\cdot\vec{n}=z=0\end{cases}$, 取$\vec{n}=(0,1,0)$.

设 AP 与平面 OAB 所成角为α.

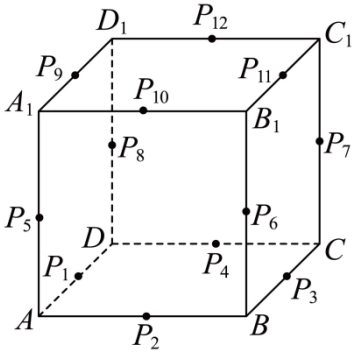
则$\sin\alpha=\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{AP}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{2}{3}$.

所以α=$\arcsin\frac{2}{3}$

故答案为：$\arcsin\frac{2}{3}$

10. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为$2, P_i(i=1,2,\cdots,12)$ 分别为各棱的中点, 则

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_i}(i=1,2,\cdots,12)$的不同值有_____个.

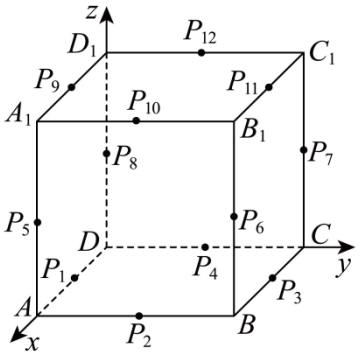


【答案】5

【分析】建立空间直角坐标系, 然后得到各点坐标, 算出 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{AP_i}(i=1,2,\cdots,12)$ 的坐标, 利用数量积即可得到答案

【详解】解：以 D 为坐标原点, 分别以 DA, DC, DD_1 所在的直线为 x 轴, y 轴, z 轴.

建立如图所示的空间直角坐标系.



Q 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 $2, P_i\left(i=1,2,\mathrm{L}\ ,12\right)$ 分别为各棱的中点.

$\therefore A\left(2,0,0\right)$, $C\left(0,2,0\right)$, $P_1\left(1,0,0\right)$, $P_2\left(2,1,0\right)$.

$P_3\left(1,2,0\right)$, $P_4\left(0,1,0\right)$, $P_5\left(2,0,1\right)$ $P_6\left(2,2,1\right)$.

$P_7\left(0,2,1\right)$, $P_8\left(0,0,1\right)$, $P_9\left(1,0,2\right)$, $P_{10}\left(2,1,2\right)$.

$P_{11}\left(1,2,2\right)$, $P_{12}\left(0,1,2\right)$

则 $\overrightarrow{AC}=\left(-2,2,0\right)$, $\overrightarrow{AP_1}=\left(-1,0,0\right)$, $\overrightarrow{AP_2}=\left(0,1,0\right)$, $\overrightarrow{AP_3}=\left(-1,2,0\right)$, $\overrightarrow{AP_4}=\left(-2,1,0\right)$, $\overrightarrow{AP_5}=\left(0,0,1\right)$,

$\overrightarrow{AP_6}=\left(0,2,1\right)$, $\overrightarrow{AP_7}=\left(-2,2,1\right)$.

$\overrightarrow{AP_8}=\left(-2,0,1\right)$, $\overrightarrow{AP_9}=\left(-1,0,2\right)$, $\overrightarrow{AP_{10}}=\left(0,1,2\right)$, $\overrightarrow{AP_{11}}=\left(-1,2,2\right)$, $\overrightarrow{AP_{12}}=\left(-2,1,2\right)$.

故 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_1}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-1,0,0\right)=\left(-2\right)\times\left(-1\right)+2\times0+0\times0=2$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_2}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(0,1,0\right)=\left(-2\right)\times0+2\times1+0\times0=2$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_3}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-1,2,0\right)=\left(-2\right)\times\left(-1\right)+2\times2+0\times0=6$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_4}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-2,1,0\right)=\left(-2\right)\times\left(-2\right)+2\times1+0\times0=6$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_5}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(0,0,1\right)=\left(-2\right)\times0+2\times0+0\times1=0$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_6}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(0,2,1\right)=\left(-2\right)\times0+2\times2+0\times1=4$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_7}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-2,2,1\right)=\left(-2\right)\times\left(-2\right)+2\times2+0\times1=8$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_8}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-2,0,1\right)=\left(-2\right)\times\left(-2\right)+2\times0+0\times1=4$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_9}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-1,0,2\right)=\left(-2\right)\times\left(-1\right)+2\times0+0\times2=2$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_{10}}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(0,1,2\right)=\left(-2\right)\times0+2\times1+0\times2=2$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_{11}}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-1,2,2\right)=\left(-2\right)\times\left(-1\right)+2\times2+0\times2=6$.

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP_{12}}=\left(-2,2,0\right)\cdot\left(-2,1,2\right)=\left(-2\right)\times\left(-2\right)+2\times1+0\times2=6$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/237113200063006165