

广东省东莞市石碣镇市级名校 2024 届中考试题猜想数学试卷

注意事项：

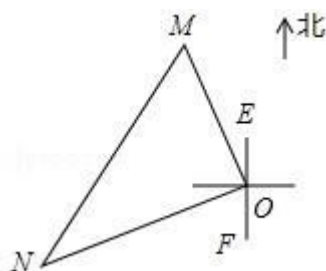
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 对于非零的两个实数 a 、 b ，规定 $a \otimes b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ ，若 $1 \otimes (x+1) = 1$ ，则 x 的值为（ ）

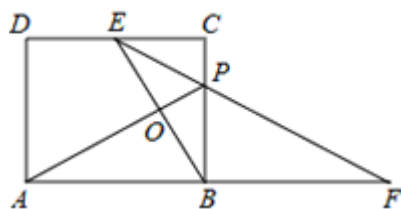
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 一艘轮船和一艘渔船同时沿各自的航向从港口 O 出发，如图所示，轮船从港口 O 沿北偏西 20° 的方向行 60 海里到达点 M 处，同一时刻渔船已航行到与港口 O 相距 80 海里的点 N 处，若 M、N 两点相距 100 海里，则 $\angle NOF$ 的度数为（ ）



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

3. 如图，矩形 ABCD 中，E 为 DC 的中点， $AD:AB = \sqrt{3}:2$ ， $CP:BP = 1:2$ ，连接 EP 并延长，交 AB 的延长线于点 F，AP、BE 相交于点 O。下列结论：① EP 平分 $\angle CEB$ ；② $BF^2 = PB \cdot EF$ ；③ $PF \cdot EF = 2AD^2$ ；④ $EF \cdot EP = 4AO \cdot PO$ 。其中正确的是（ ）



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ③④

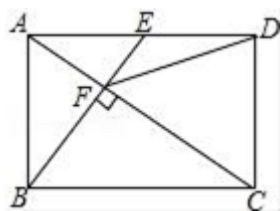
4. 化简： $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$ ，结果正确的是（ ）

- A. 1 B. $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$ C. $\frac{x-y}{x+y}$ D. $x^2 + y^2$

5.

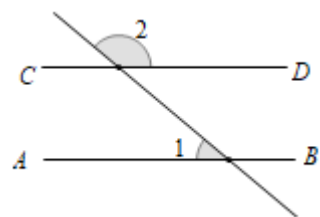
如图，在矩形 ABCD 中，E 是 AD 边的中点，BE⊥AC，垂足为点 F，连接 DF，分析下列四个结论：

- ①△AEF∽△CAB；②CF=2AF；③DF=DC；④ $\tan\angle CAD=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ．其中正确的结论有（ ）



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

6. 如图，AB//CD， $\angle 1=30^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小是（ ）



- A. 30° B. 120° C. 130° D. 150°

7. 某果园 2011 年水果产量为 100 吨，2013 年水果产量为 144 吨，求该果园水果产量的年平均增长率．设该果园水果产量的年平均增长率为 x，则根据题意可列方程为（ ）

- A. $144(1-x)^2=100$ B. $100(1-x)^2=144$ C. $144(1+x)^2=100$ D. $100(1+x)^2=144$

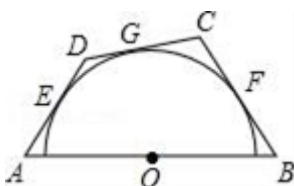
8. 在某校“我的中国梦”演讲比赛中，有 9 名学生参加决赛，他们决赛的最终成绩各不相同.其中的一名学生想要知道自己能否进入前 5 名，不仅要了解自己的成绩，还要了解这 9 名学生成绩的()

- A. 众数 B. 方差 C. 平均数 D. 中位数

9. 在平面直角坐标系中，把直线 $y=x$ 向左平移一个单位长度后，所得直线的解析式为()

- A. $y=x+1$ B. $y=x-1$ C. $y=x$ D. $y=x-2$

10. 如图，AB 是定长线段，圆心 O 是 AB 的中点，AE、BF 为切线，E、F 为切点，满足 AE=BF，在 $\widehat{EF}$ 上取动点 G，过点 G 作切线交 AE、BF 的延长线于点 D、C，当点 G 运动时，设 $AD=y$ ， $BC=x$ ，则 y 与 x 所满足的函数关系式为（ ）

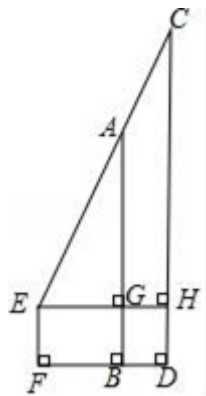


- A. 正比例函数 $y=kx$ (k 为常数， $k \neq 0$ ， $x > 0$)
B. 一次函数 $y=kx+b$ (k ， b 为常数， $k \neq 0$ ， $x > 0$)

C. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$, $x > 0$)

D. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0, x > 0$)

11. 如图, 左、右并排的两棵树 AB 和 CD, 小树的高 $AB=6\text{m}$, 大树的高 $CD=9\text{m}$, 小明估计自己眼睛距地面 $EF=1.5\text{m}$, 当他站在 F 点时恰好看到大树顶端 C 点. 已知此时他与小树的距离 $BF=2\text{m}$, 则两棵树之间的距离 BD 是 ()



- A. 1m B. $\frac{4}{3}\text{m}$ C. 3m D. $\frac{10}{3}\text{m}$

12. 许昌市 2017 年国内生产总值完成 1915.5 亿元, 同比增长 9.3%, 增速居全省第一位, 用科学记数法表示 1915.5 亿应为 ()

- A. 1915.15×10^8 B. 19.155×10^{10}
C. 1.9155×10^{11} D. 1.9155×10^{12}

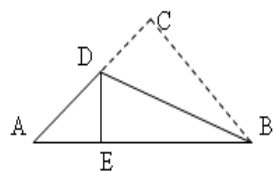
二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分.)

13. 被历代数学家尊为“算经之首”的《九章算术》是中国古代算法的扛鼎之作.《九章算术》中记载“今有五雀、六燕, 集称之衡, 雀俱重, 燕俱轻·一雀一燕交而处, 衡适平·并燕、雀重一斤·问燕、雀一枚各重几何?”

译文: “今有 5 只雀、6 只燕, 分别聚集而且用衡器称之, 聚在一起的雀重, 燕轻·将一只雀、一只燕交换位置而放, 重量相等.5 只雀、6 只燕重量为 1 斤·问雀、燕每只各重多少斤?” 设每只雀重 x 斤, 每只燕重 y 斤, 可列方程组为_____.

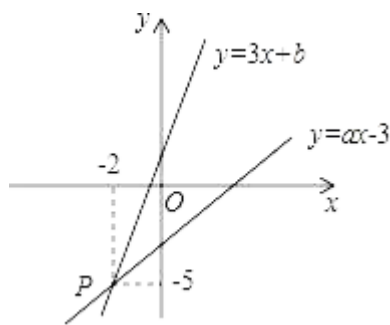
14. 太阳半径约为 696000 千米, 数字 696000 用科学记数法表示为_____千米.

15. 如图的三角形纸片中, $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, $AC=5\text{cm}$.沿过点 B 的直线折叠三角形, 使点 C 落在 AB 边的点 E 处, 折痕为 BD.则 $\triangle AED$ 的周长为_____cm.



16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 3 \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是_____.

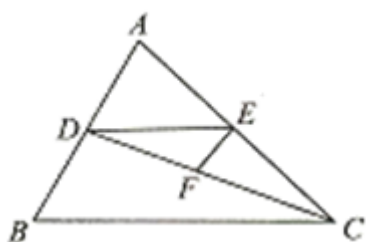
17. 如图, 已知函数 $y=3x+b$ 和 $y=ax-3$ 的图象交于点 $P(-2, -5)$, 则根据图象可得不等式 $3x+b > ax-3$ 的解集是_____.



18. 已知圆锥的高为 3，底面圆的直径为 8，则圆锥的侧面积为_____.

三、解答题：（本大题共 9 个小题，共 78 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (6 分) 如图所示，已知 $\angle CFE + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle DEF = \angle B$ ，试判断 $\angle AED$ 与 $\angle ACB$ 的大小关系，并说明理由.

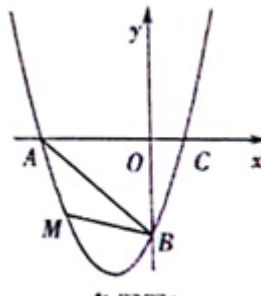
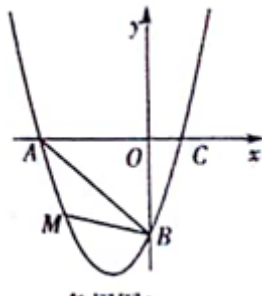
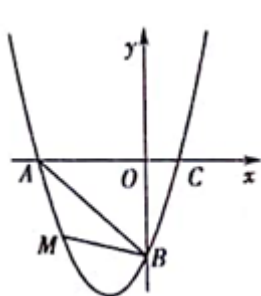


20. (6 分) 在平面直角坐标系中，已知抛物线经过 $A(-3, 0)$, $B(0, -3)$, $C(1, 0)$ 三点.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若点 M 为第三象限内抛物线上一动点，点 M 的横坐标为 m ， $\triangle AMB$ 的面积为 S . 求 S 关于 m 的函数关系式，并求出 S 的最大值；

(3) 若点 P 是抛物线上的动点，点 Q 是直线 $y = -x$ 上的动点，判断有几个位置能够使得点 P 、 Q 、 B 、 O 为顶点的四边形为平行四边形，直接写出相应的点 Q 的坐标.



21. (6 分) 已知：二次函数 $y = ax^2 + bx$ 满足下列条件：① 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与直线 $y = x$ 只有一个交点；② 对于任意实数 x , $a(-x+5)^2 + b(-x+5) = a(x-3)^2 + b(x-3)$ 都成立.

(1) 求二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的解析式；

(2) 若当 $-2 \leq x \leq r$ ($r \neq 0$) 时，恰有 $t \leq y \leq 1.5r$ 成立，求 t 和 r 的值.

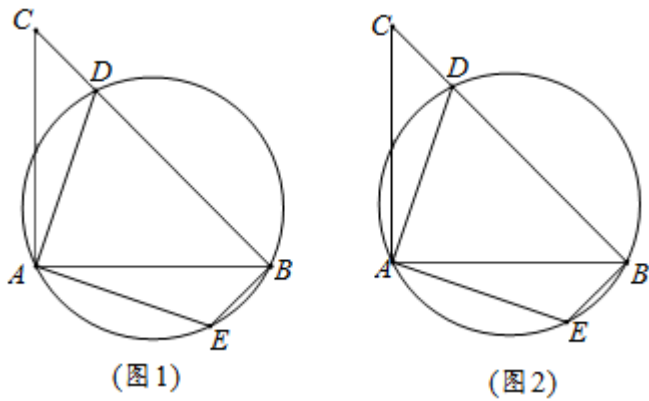
22. (8 分) 若两个不重合的二次函数图象关于 y 轴对称，则称这两个二次函数为“关于 y 轴对称的二次函数”.

(1) 请写出两个“关于 y 轴对称的二次函数”；

(2) 已知两个二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 和 $y_2 = mx^2 + nx + p$ 是“关于 y 轴对称的二次函数”，求函数 $y_1 + y_2$

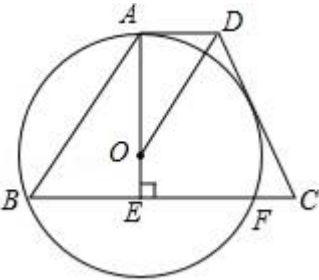
的顶点坐标（用含 a, b, c 的式子表示）.

23. (8 分) 如图， AB 、 AD 是 $\odot O$ 的弦， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ ，请仅用无刻度直尺作图：在图 1 中作出圆心 O ；在图 2 中过点 B 作 $BF \parallel AC$.



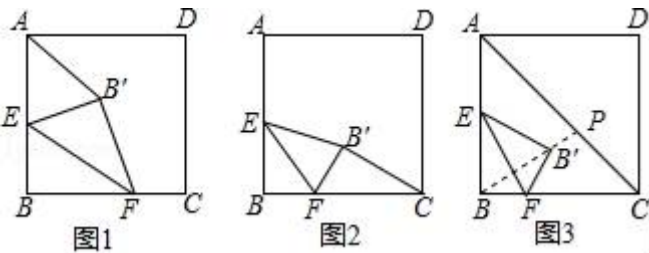
24. (10 分) 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AE \perp BC$ 于 E ， $\angle ADC$ 的平分线交 AE 于点 O ，以点 O 为圆心， OA 为半径的圆经过点 B ，交 BC 于另一点 F .

- (1) 求证： CD 与 $\odot O$ 相切；
- (2) 若 $BF=24$ ， $OE=5$ ，求 $\tan \angle ABC$ 的值.



25. (10 分) 正方形 $ABCD$ 的边长是 10，点 E 是 AB 的中点，动点 F 在边 BC 上，且不与点 B 、 C 重合，将 $\triangle EBF$ 沿 EF 折叠，得到 $\triangle EB'F$.

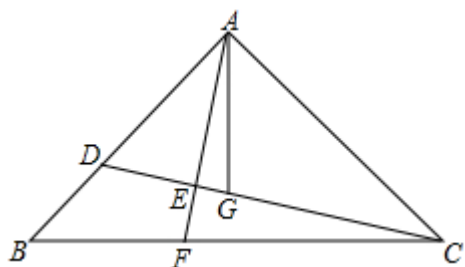
- (1) 如图 1，连接 AB' .
 - ① 若 $\triangle AEB'$ 为等边三角形，则 $\angle BEF$ 等于多少度.
 - ② 在运动过程中，线段 AB' 与 EF 有何位置关系？请证明你的结论.
- (2) 如图 2，连接 CB' ，求 $\triangle CB'F$ 周长的最小值.
- (3) 如图 3，连接并延长 BB' ，交 AC 于点 P ，当 $BB'=6$ 时，求 PB' 的长度.



26. (12 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ， D 为 AB 边上一点，连接 CD ，过点 A 作 $AE\perp CD$ 于点 E ，且交 BC 于点 F ， AG 平分 $\angle BAC$ 交 CD 于点 G 。

求证： $BF=AG$ 。



27. (12分) 读诗词解题：(通过列方程式，算出周瑜去世时的年龄)

大江东去浪淘尽，千古风流数人物；
而立之年督东吴，早逝英年两位数；
十位恰小个位三，个位平方与寿符；
哪位学子算得快，多少年华属周瑜？

参考答案

一、选择题(本大题共12个小题，每小题4分，共48分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1、D

【解析】

试题分析：因为规定 $a \otimes b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ ，所以 $1 \otimes (x+1) = 1 - \frac{1}{x+1} = 1$ ，所以 $x = -\frac{1}{2}$ ，经检验 $x = -\frac{1}{2}$ 是分式方程的解，

故选D.

考点：1.新运算；2.分式方程.

2、C

【解析】

解： $\because OM=60$ 海里， $ON=80$ 海里， $MN=100$ 海里，

$\therefore OM^2 + ON^2 = MN^2$,

$\therefore \angle MON = 90^\circ$,

$\because \angle EOM = 20^\circ$,

$$\therefore \angle NOF = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查直角三角形的判定，掌握方位角的定义及勾股定理逆定理是本题的解题关键.

3、B

【解析】

由条件设 $AD=\sqrt{3}x$, $AB=2x$, 就可以表示出 $CP=\frac{\sqrt{3}}{3}x$, $BP=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$, 用三角函数值可以求出 $\angle EBC$ 的度数和 $\angle CEP$

的度数, 则 $\angle CEP=\angle BEP$, 运用勾股定理及三角函数值就可以求出就可以求出 BF 、 EF 的值, 从而可以求出结论.

【详解】

解: 设 $AD=\sqrt{3}x$, $AB=2x$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore AD=BC$, $CD=AB$, $\angle D=\angle C=\angle ABC=90^\circ$. $DC\parallel AB$

$\therefore BC=\sqrt{3}x$, $CD=2x$

$\therefore CP: BP=1: 2$

$\therefore CP=\frac{\sqrt{3}}{3}x$, $BP=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$

$\because E$ 为 DC 的中点,

$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=x$,

$\therefore \tan\angle CEP=\frac{PC}{EC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan\angle EBC=\frac{EC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \angle CEP=30^\circ$, $\angle EBC=30^\circ$

$\therefore \angle CEB=60^\circ$

$\therefore \angle PEB=30^\circ$

$\therefore \angle CEP=\angle PEB$

$\therefore EP$ 平分 $\angle CEB$, 故①正确;

$\because DC\parallel AB$,

$\therefore \angle CEP=\angle F=30^\circ$,

$\therefore \angle F=\angle EBP=30^\circ$, $\angle F=\angle BEF=30^\circ$,

$\therefore \triangle EBP\sim\triangle EFB$,

$$\therefore \frac{BE}{EF} = \frac{BP}{BF}$$

$$\therefore BE \cdot BF = EF \cdot BP$$

$$\because \angle F = \angle BEF,$$

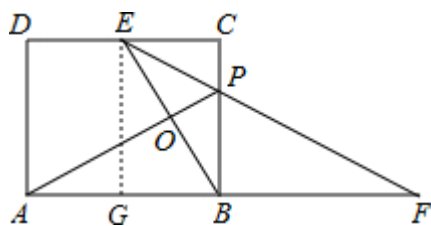
$$\therefore BE = BF$$

$$\therefore BF^2 = PB \cdot EF, \text{ 故②正确}$$

$$\because \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore PF = 2PB = \frac{4\sqrt{3}}{3}x,$$

过点 E 作 $EG \perp AF$ 于 G,



$$\therefore \angle EGF = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = 2EG = 2\sqrt{3}x$$

$$\therefore PF \cdot EF = \frac{4\sqrt{3}}{3}x \cdot 2\sqrt{3}x = 8x^2$$

$$2AD^2 = 2 \times (\sqrt{3}x)^2 = 6x^2,$$

$$\therefore PF \cdot EF \neq 2AD^2, \text{ 故③错误.}$$

在 $Rt\triangle ECP$ 中,

$$\because \angle CEP = 30^\circ,$$

$$\therefore EP = 2PC = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

$$\because \tan \angle PAB = \frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \angle PAB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

在 $Rt\triangle AOB$ 和 $Rt\triangle POB$ 中, 由勾股定理得,

$$AO = \sqrt{3}x, PO = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\therefore 4AO \cdot PO = 4 \times \sqrt{3}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}x = 4x^2$$

$$\text{又 } EF \cdot EP = 2 \cdot \sqrt{3}x \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 4x^2$$

$\therefore EF \cdot EP = 4AO \cdot PO$. 故④正确.

故选, B

【点睛】

本题考查了矩形的性质的运用, 相似三角形的判定及性质的运用, 特殊角的正切值的运用, 勾股定理的运用及直角三角形的性质的运用, 解答时根据比例关系设出未知数表示出线段的长度是关键.

4、B

【解析】

先将分母进行通分, 化为 $(x+y)(x-y)$ 的形式, 分子乘上相应的分式, 进行化简.

【详解】

$$\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x^2+xy}{(x+y)(x-y)} - \frac{xy-y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$$

【点睛】

本题考查的是分式的混合运算, 解题的关键就是熟练掌握运算规则.

5、A

【解析】

①正确. 只要证明 $\angle EAC = \angle ACB$, $\angle ABC = \angle AFE = 90^\circ$ 即可;

②正确. 由 $AD \parallel BC$, 推出 $\triangle AEF \sim \triangle CBF$, 推出 $\frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF}$, 由 $AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$, 推出 $\frac{AF}{CF} = \frac{1}{2}$, 即 $CF = 2AF$;

③正确. 只要证明 DM 垂直平分 CF , 即可证明;

④正确. 设 $AE = a$, $AB = b$, 则 $AD = 2a$, 由 $\triangle BAE \sim \triangle ADC$, 有 $\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$, 即 $b = \sqrt{2}a$, 可得

$$\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【详解】

如图, 过 D 作 $DM \parallel BE$ 交 AC 于 N .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = BC$, $\therefore \angle EAC = \angle ACB$.

$\because BE \perp AC$ 于点 F , $\therefore \angle ABC = \angle AFE = 90^\circ$, $\therefore \triangle AEF \sim \triangle CAB$, 故①正确;

$\because AD \parallel BC$, $\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF$, $\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{CF}$.

$\because AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$, $\therefore \frac{AF}{CF} = \frac{1}{2}$, $\therefore CF = 2AF$, 故②正确;

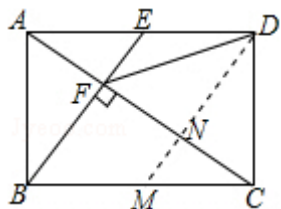
$\because DE \parallel BM$, $BE \parallel DM$, $\therefore$ 四边形 $BMDE$ 是平行四边形, $\therefore BM = DE = \frac{1}{2}BC$, $\therefore BM = CM$, $\therefore CN = NF$.

$\because BE \perp AC$ 于点 F , $DM \parallel BE$, $\therefore DN \perp CF$, $\therefore DM$ 垂直平分 CF , $\therefore DF = DC$, 故③正确;

设 $AE = a$, $AB = b$, 则 $AD = 2a$, 由 $\triangle BAE \sim \triangle ADC$, 有 $\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$, 即 $b = \sqrt{2}a$, $\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 故④正

确.

故选 A.



【点睛】

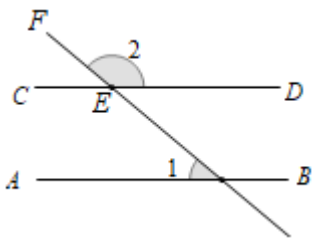
本题考查了相似三角形的判定和性质，矩形的性质，图形面积的计算以及解直角三角形的综合应用，正确的作出辅助线构造平行四边形是解题的关键。解题时注意：相似三角形的对应边成比例。

6、D

【解析】

依据 $AB \parallel CD$, 即可得到 $\angle 1 = \angle CEF = 30^\circ$, 再根据 $\angle 2 + \angle CEF = 180^\circ$, 即可得到 $\angle 2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

【详解】



解：如图， $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 = \angle CEF = 30^\circ$,

又 $\because \angle 2 + \angle CEF = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$,

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质，两直线平行，同位角相等.

7、D

【解析】

试题分析：2013 年的产量=2011 年的产量 $\times$ （1+年平均增长率）²，把相关数值代入即可.

解：2012 年的产量为 $100(1+x)$ ，

2013 年的产量为 $100(1+x)(1+x)=100(1+x)^2$ ，

即所列的方程为 $100(1+x)^2=144$ ，

故选 D.

点评：考查列一元二次方程；得到 2013 年产量的等量关系是解决本题的关键.

8、D

【解析】

根据中位数是一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）的意义，9 人成绩的中位数是第 5 名的成绩. 参赛选手要想知道自己是否能进入前 5 名，只需要了解自己的成绩以及全部成绩的中位数，比较即可.

【详解】

由于总共有 9 个人，且他们的分数互不相同，第 5 的成绩是中位数，要判断是否进入前 5 名，故应知道中位数的多少.

故本题选：D.

【点睛】

本题考查了统计量的选择，熟练掌握众数，方差，平均数，中位数的概念是解题的关键.

9、A

【解析】向左平移一个单位长度后解析式为： $y=x+1$.

故选 A.

点睛：掌握一次函数的平移.

10、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/237120146133006115>

