交通大学附属中学 2023-2024 学年高三（最后冲刺）数学试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3=-3$，$S_7=-7$，则 S_n 的最小值为（　　）

A．-12　　B．-15　　C．-16　　D．-18

2．设集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\left\{x\middle|-2x^2+5x+3>0\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{0,1\}$

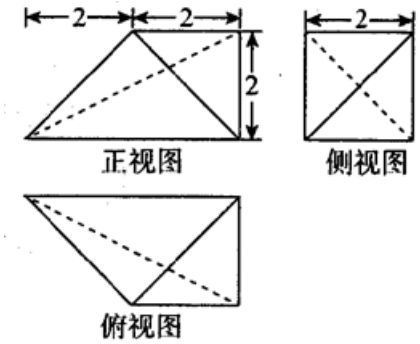
C．$\{1,2\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

3．已知向量 $\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(3,m-2)$，则 $m=3$ 是 $\vec{a}//\vec{b}$ 的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．既不充分也不必要条件　　D．充要条件

4．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



A．$\frac{11}{3}$　　B．4

C．$\frac{13}{3}$　　D．5

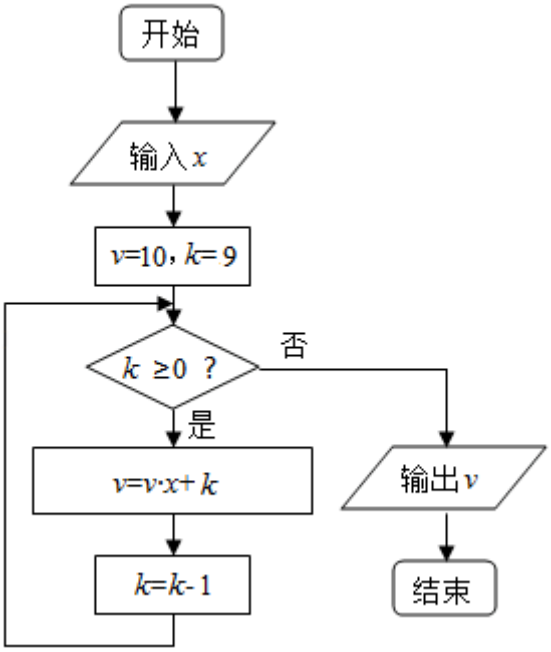
5．总体由编号 01，,02，…，19,20 的 20 个个体组成．利用下面的随机数表选取 5 个个体，选取方法是随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第 5 个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198

3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481

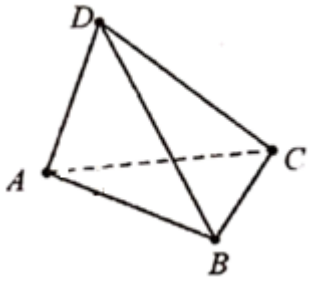
A．08　　B．07　　C．02　　D．01

6．秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法．如图的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入 x 的值为 2，则输出的 v 值为(　　)



A．$9\times2^{10}-2$　　B．$9\times2^{10}+2$　　C．$9\times2^{11}+2$　　D．$9\times2^{11}-2$

7．如图，已知三棱锥 $D-ABC$ 中，平面 $DAB\perp$ 平面 ABC，记二面角 $D-AC-B$ 的平面角为 α，直线 DA 与平面 ABC 所成角为 β，直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ，则（　　）



A．$\alpha\geq\beta\geq\gamma$　　B．$\beta\geq\alpha\geq\gamma$　　C．$\alpha\geq\gamma\geq\beta$　　D．$\gamma\geq\alpha\geq\beta$

8．已知向量 $\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(3,-2)$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则 m=(　)

A．−8　　B．−6

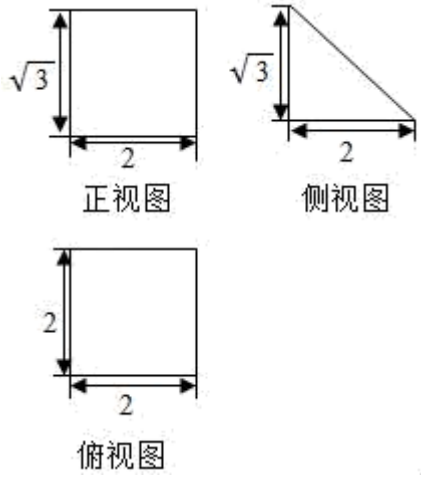
C．6　　D．8

9．已知命题 p：“$a>b$”是“$2^a>2^b$”的充要条件；$q:\exists x\in\mathbf{R}$，$|x+1|\le x$，则（　　）

A．$(\neg p)\vee q$ 为真命题　　B．$p\vee q$ 为真命题

C．$p\wedge q$ 为真命题　　D．$p\wedge(\neg q)$ 为假命题

10．如图是一个几何体的三视图,则该几何体的体积为(　　)



A．$2\sqrt{3}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

11．费马素数是法国大数学家费马命名的,形如 $2^{2^n}+1(n\in N)$ 的素数(如：$2^{2^0}+1=3$)为费马索数,在不超过 30 的正偶数中随机选取一数,则它能表示为两个不同费马素数的和的概率是(　　)

A．$\dfrac{2}{15}$　　B．$\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{4}{15}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

12．已知函数 $f(x)=e^{\frac{x}{2}-1}$，$g(x)=\ln\dfrac{x}{2}+1$，若 $f(m)=g(n)$ 成立，则 $n-m$ 的最小值为（　　）

A．0　　B．4　　C．$3e-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{5+\ln 6}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设实数 x，y 满足 $\begin{cases}xy\le 2\\0\le x\le 2\\0\le y\le 2x\end{cases}$，则点 $P(x,y)$ 表示的区域面积为_____.

14．已知等比数列$\{□_□\}$的前□项和为$□_□$，若$□_2□_8=2□_3□_6,□_5=-62$，则$□_1$的值是_____.

15．数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n,a_1=2,S_n=\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)a_{n+1},b_n=\log_2 a_n$，则数列 $\left\{\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n=$_____.

16．某种牛肉干每袋的质量 $m(kg)$ 服从正态分布，质检部门的检测数据显示：该正态分布为 $N(2,\sigma^2)$，$P(1.9\le m\le 2.1)=0.98$.某旅游团游客共购买这种牛肉干 100 袋，估计其中质量低于 $1.9kg$ 的袋数大约是_____袋.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）在平面直角坐标系中，以原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线 C：$\rho\sin^2\theta=2a\cos\theta(a>0)$.过点 $P(-2,-4)$ 的直线 l：$\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）与曲线 C 相交于 M，N 两点.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程；

（2）若 $\frac{|MN|}{|PM|}=\frac{|PN|}{|MN|}$，求实数 a 的值.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$

（1）已知直线 l：$x-y-1=0$，l_1：$2x-y-2=0$.若直线 l_2 与 l_1 关于 l 对称，又函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与 l_2 垂直，求实数 a 的值；

（2）若函数 $g(x)=(e-2)x+1$，则当 $x>0$，$a=1$ 时，求证：

① $f(x)\geq g(x)$；

② $e^x-ex-1\geq x(\ln x-1)$.

19.（12 分）以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴，且在两种坐标系中取相同的长度单位，建立极坐标系，判断直线 $l:\begin{cases}x=1+2t\\ y=1-2t\end{cases}$（$t$ 为参数）与圆 $C:\rho^2+2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta=0$ 的位置关系.

20.（12 分）已知 $\{a_n\}$ 为各项均为整数的等差数列，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 a_3 为 $\frac{1}{3}a_2$ 和 a_{13} 的等比中项，$S_7=49$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $T_n=\frac{2}{a_1a_2}+\frac{2}{a_2a_3}+\frac{2}{a_3+a_4}+\ldots+\frac{2}{a_na_{n+1}}$，求最大的正整数 n，使得 $T_n<\frac{2018}{2019}$.

21.（12 分）中国古建筑中的窗饰是艺术和技术的统一体，给人于美的享受．如图（1）为一花窗；图（2）所示是一扇窗中的一格，呈长方形，长 30 cm，宽 26 cm，其内部窗芯（不含长方形边框）用一种条形木料做成，由两个菱形和六根支条构成，整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称．设菱形的两条对角线长分别为 x cm 和 y cm，窗芯所需条形木料的长度之和为 L.

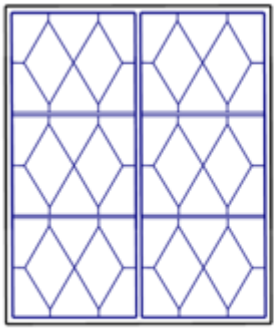


图 1

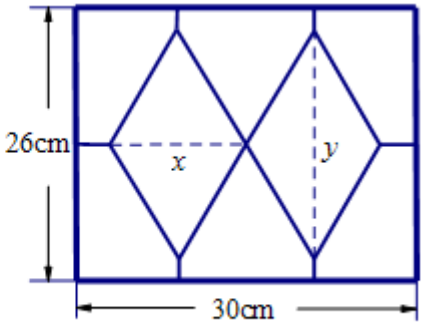


图 2

（1）试用 x，y 表示 L；

（2）如果要求六根支条的长度均不小于 2 cm，每个菱形的面积为 130 cm²，那么做这样一个窗芯至少需要多长的条形木料（不计榫卯及其它损耗）？

22.（10 分）对于正整数n，如果$k\left(k\in N^{*}\right)$个整数a_1，a_2,…，a_k满足$1\le a_1\le a_2\le\ldots\le a_k\le n$，且$a_1+a_2+\ldots+a_k=n$，则称数组$\left(a_1，\ a_2,\ldots，\ a_k\right)$为$n$的一个“正整数分拆”.记$a_1$，$a_2$,…，$a_k$均为偶数的“正整数分拆”的个数为$f_n$，$a_1$，$a_2$,…，$a_k$均为奇数的“正整数分拆”的个数为$g_n$.

(Ⅰ)写出整数 4 的所有“正整数分拆”;

(Ⅱ)对于给定的整数$n\left(n\ge 4\right)$，设$\left(a_1，\ a_2,\ldots，\ a_k\right)$是$n$的一个“正整数分拆”，且$a_1=2$，求$k$的最大值;

(Ⅲ)对所有的正整数n，证明: $f_n\le g_n$;并求出使得等号成立的n的值.

(注:对于n的两个“正整数分拆”$\left(a_1，\ a_2,\ldots，\ a_k\right)$与$\left(b_1，\ b_2,\ldots，\ b_m\right)$，当且仅当$k=m$且$a_1=b_1$，$a_2=b_2,\ldots，\ a_k=b_m$时，称这两个“正整数分拆”是相同的.)

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据已知条件求得等差数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式，判断出S_n最小时n的值，由此求得S_n的最小值.

【详解】

依题意$\begin{cases}a_1+2d=-3\\7a_1+21d=-7\end{cases}$，解得$a_1=-7,d=2$，所以$a_n=2n-9$.由$a_n=2n-9\le 0$解得$n\le\frac{9}{2}$，所以前$n$项和中，前4项的和最小，且$S_4=4a_1+6d=-28+12=-16$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查等差数列通项公式和前n项和公式的基本量计算，考查等差数列前n项和最值的求法，属于基础题.

2、A

【解析】

解出集合B，利用交集的定义可求得集合$A\cap B$.

【详解】

因为$B=\left\{x\middle|-2x^2+5x+3>0\right\}=\left\{x\middle|2x^2-5x-3<0\right\}=\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<3\right\}$，又$A=\{-1,0,1,2\}$，所以$A\cap B=\{0,1,2\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查交集的计算，同时也考查了一元二次不等式的求解，考查计算能力，属于基础题.

3、A

【解析】

向量$\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(3,\ m-2)$，$\vec{a}//\vec{b}$，则$3=m(m-2)$，即$m^2-2m-3=0$，$m=3$或者-1，判断出即可.

【详解】

解：向量$\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(3,m-2)$，

$\vec{a}//\vec{b}$，则$3=m(m-2)$，即$m^2-2m-3=0$，

$m=3$或者-1，

所以$m=3$是$m=3$或者$m=-1$的充分不必要条件，

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查向量平行的坐标表示，属于基础题.

4、B

【解析】

还原几何体的直观图，可将此三棱锥$A-CD_1E$放入长方体中，利用体积分割求解即可.

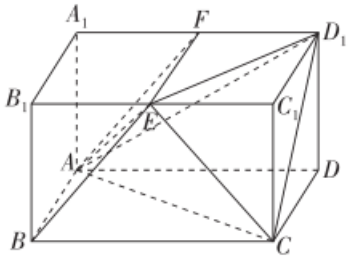
【详解】

如图，三棱锥的直观图为$A-CD_1E$，体积

$$V_{A-CD_1E}=V_{长方体AC_1}-V_{BB_1E-AA_1F}-V_{E-ABC}-V_{E-CC_1D_1}-V_{E-AD_1F}-V_{D_1-ADC}$$

$$=2\times4\times2-\frac{1}{2}\times2\times2\times2-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times2\times2-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times2=4.$$

故选:B.



【点睛】

本题主要考查了锥体的体积的求解,利用的体积分割的方法,考查了空间想象力及计算能力,属于中档题.

5、D

【解析】

从第一行的第 5 列和第 6 列起由左向右读数划去大于 20 的数分别为：08,02,14,07,01，所以第 5 个个体是 01，选 D.

考点：此题主要考查抽样方法的概念、抽样方法中随机数表法，考查学习能力和运用能力.

6、C

【解析】

由题意，模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的k，v的值，当$k=-1$时，不满足条件$k...0$，跳出循环，输出v的值.

【详解】

解：初始值$v=10$，$x=2$，程序运行过程如下表所示：

$k=9$，

$v=10\times2+9$，$k=8$，

$v=10\times2^2+9\times2+8$，$k=7$，

$v=10\times2^3+9\times2^2+8\times2+7$，$k=6$，

$v=10\times2^4+9\times2^3+8\times2^2+7\times2+6$，$k=5$，

$v=10\times2^5+9\times2^4+8\times2^3+7\times2^2+6\times2+5$，$k=4$，

$v=10\times2^6+9\times2^5+8\times2^4+7\times2^3+6\times2^2+5\times2+4$，$k=3$，

$v=10\times2^7+9\times2^6+8\times2^5+7\times2^4+6\times2^3+5\times2^2+4\times2+3$，$k=2$，

$v=10\times 2^{8}+9\times 2^{7}+8\times 2^{6}+7\times 2^{5}+6\times 2^{4}+5\times 2^{3}+4\times 2^{2}+3\times 2+2$，$k=1$，

$v=10\times 2^{9}+9\times 2^{8}+8\times 2^{7}+7\times 2^{6}+6\times 2^{5}+5\times 2^{4}+4\times 2^{3}+3\times 2^{2}+2\times 2+1$，$k=0$，

$v=10\times 2^{10}+9\times 2^{9}+8\times 2^{8}+7\times 2^{7}+6\times 2^{6}+5\times 2^{5}+4\times 2^{4}+3\times 2^{3}+2\times 2^{2}+1\times 2+0$，$k=-1$，

跳出循环，输出v的值为

其中$v=10\times 2^{10}+9\times 2^{9}+8\times 2^{8}+7\times 2^{7}+6\times 2^{6}+5\times 2^{5}+4\times 2^{4}+3\times 2^{3}+2\times 2^{2}+1\times 2+0$①

$2v=10\times 2^{11}+9\times 2^{10}+8\times 2^{9}+7\times 2^{8}+6\times 2^{7}+5\times 2^{6}+4\times 2^{5}+3\times 2^{4}+2\times 2^{3}+1\times 2^{2}+0$②

①—②得

$-v=-10\times 2^{11}+1\times 2^{10}+1\times 2^{9}+1\times 2^{8}+1\times 2^{7}+1\times 2^{6}+1\times 2^{5}+1\times 2^{4}+1\times 2^{3}+1\times 2^{2}+1\times 2$

$-v=-10\times 2^{11}+\dfrac{2\left(1-2^{10}\right)}{1-2}$

$v=9\times 2^{11}+2$.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环得到k，v的值是解题的关键，属于基础题.

7、A

【解析】

作$DD'\perp AB$于D',$DE\perp AC$于E,分析可得$\alpha=\angle DED'$,$\beta=\angle DAD'$,再根据正弦的大小关系判断分析得$\alpha\geq\beta$,

再根据线面角的最小性判定$\beta\geq\gamma$即可.

【详解】

作$DD'\perp AB$于D',$DE\perp AC$于E.

因为平面$DAB\perp$平面ABC,$DD'\perp$平面ABC.故$AC\perp DE$,$AC\perp DD'$,

故$AC\perp$平面DED'.故二面角$D-AC-B$为$\alpha=\angle DED'$.

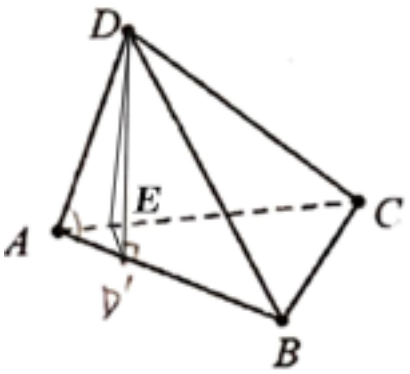
又直线DA与平面ABC所成角为$\beta=\angle DAD'$,因为$DA\geq DE$,

故$\sin\angle DED'=\dfrac{DD'}{DE}$ $\dfrac{DD'}{DA}=\sin\angle DAD'$.故$\alpha\geq\beta$,当且仅当$A,E$重合时取等号.

又直线AB与平面ADC所成角为γ,且$\beta=\angle DAD'$为直线AB与平面ADC内的直线AD所成角,故$\beta\geq\gamma$,当且仅

当$BD\perp$平面ADC时取等号.

故$\alpha\geq\beta\geq\gamma$.



故选：A

【点睛】

本题主要考查了线面角与线线角的大小判断,需要根据题意确定角度的正弦的关系,同时运用线面角的最小性进行判定.

属于中档题.

8、D

【解析】

由已知向量的坐标求出 $\vec{a}+\vec{b}$ 的坐标，再由向量垂直的坐标运算得答案.

【详解】

$\because \vec{a}=(1,m),\vec{b}=(3,-2),\therefore \vec{a}+\vec{b}=(4,m-2)$，又 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，

∴3×4+（﹣2）×（m﹣2）＝0，解得 m＝1.

故选 D.

【点睛】

本题考查平面向量的坐标运算，考查向量垂直的坐标运算，属于基础题.

9、B

【解析】

由 $y=2^x$ 的单调性，可判断 p 是真命题；分类讨论打开绝对值，可得 q 是假命题，依次分析即得解

【详解】

由函数 $y=2^x$ 是 R 上的增函数，知命题 p 是真命题.

对于命题 q，当 $x+1\geq 0$，即 $x\geq -1$ 时，$|x+1|=x+1>x$；

当 $x+1<0$，即 $x<-1$ 时，$|x+1|=-x-1$，

由 $-x-1\leq x$，得 $x=-\frac{1}{2}$，无解，

因此命题 q 是假命题．所以 $(\neg p)\vee q$ 为假命题，A 错误；

$p \vee q$ 为真命题，B 正确；

$p \wedge q$ 为假命题，C 错误；

$p \wedge (\neg q)$ 为真命题，D 错误.

故选：B

【点睛】

本题考查了命题的逻辑连接词，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于中档题.

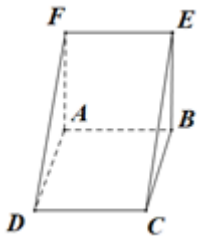
10、A

【解析】

根据三视图可得几何体为直三棱柱，根据三视图中的数据直接利用公式可求体积.

【详解】

由三视图可知几何体为直三棱柱，直观图如图所示：



其中，底面为直角三角形，$AD=2$，$AE=\sqrt{3}$，高为 $AB=2$.

∴该几何体的体积为 $V=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$

故选：A.

【点睛】

本题考查三视图及棱柱的体积，属于基础题.

11、B

【解析】

基本事件总数 $n=15$，能表示为两个不同费马素数的和只有 $8=3+5$，$20=3+17$，$22=5+17$，共有 3 个，根据古典概型求出概率.

【详解】

在不超过 30 的正偶数中随机选取一数，基本事件总数 $n=15$

能表示为两个不同费马素数的和的只有 $8=3+5$，$20=3+17$，$22=5+17$，共有 3 个

则它能表示为两个不同费马素数的和的概率是 $P=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

本题正确选项：B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/237125136143006115