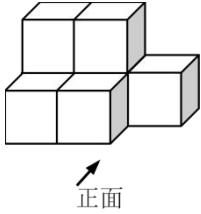


## 2023-2024 学年北京市中国人民大学附属中学分校中考模拟数学试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，由 7 个大小相同的小正方体拼成的几何体，其主视图是( )

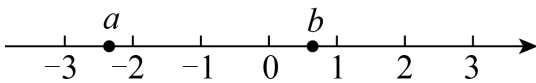


- A. B. C. D.

2. 河北张家口每年可向北京地区输送风能、太阳能、生物质能等绿电约 22500000000 千瓦时，其中数据 22500000000 用科学记数法表示为( )

- A.  $0.225 \times 10^{11}$       B.  $2.25 \times 10^{10}$       C.  $22.5 \times 10^9$       D.  $225 \times 10^8$

3. 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论正确的是( )



- A.  $a + b < 0$       B.  $a - b > 0$       C.  $|a| < |b|$       D.  $ab > 0$

4. 下列运算结果正确的是( )

- A.  $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$       B.  $(-ab)^2 = -ab^2$       C.  $a^5 \div a^2 = a^3$       D.  $a^2 + a = a^3$

5. 一个不透明的口袋中有四张卡片，上面分别写有数字 1, 2, 3, 4，除数字外四张卡片无其他区别。随机从这个口袋中同时取出两张卡片，卡片上的数字之和等于 5 的概率是( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{3}{4}$

6. 关于  $x$  的方程  $x^2 - x + a - 2 = 0$  有两个不相等的实数根，则实数  $a$  的值可能为( )

- A. 2      B. 2.5      C. 3      D. 3.5

7. 下列说法错误的是( )

- A. 圆周长  $C$  是半径  $r$  的正比例函数      B. 对角线相等的四边形是矩形  
C. 菱形的对角线互相垂直平分      D. 方差越大，波动越大

8. 某校决定从三名男生和两名女生中选出两名同学担任校艺术节文艺演出专场的主持人，则选出的恰为一男一女的概率是( )

- A.  $\frac{4}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{1}{5}$

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

9. 式子  $\sqrt{x-3}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

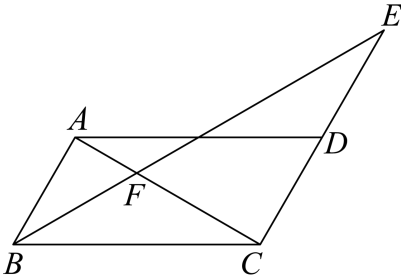
10. 方程  $\frac{2}{x+3} = \frac{5}{x}$  的解为\_\_\_\_\_.

11. 分解因式： $3xy^2 + 6xy + 3x =$ \_\_\_\_\_.

12. 甲、乙两同学近期 6 次数学单元测试成绩的平均分相同，甲同学成绩的方差  $S_{甲}^2 = 6.5$  分<sup>2</sup>，乙同学成绩的方差  $S_{乙}^2 = 3.1$  分<sup>2</sup>，则他们的数学测试成绩较稳定的是\_\_\_\_\_（填“甲”或“乙”）

13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = kx (k > 0)$  与双曲线  $y = \frac{4}{x}$  交于  $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$  两点，则  $x_1 \cdot y_2$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 如图，在  $\square ABCD$  中，延长  $CD$  至点  $E$ ，使  $DE = DC$ ，连接  $BE$  与  $AC$  于点  $F$ ，则  $\frac{BF}{FE}$  的值是\_\_\_\_\_.



15. 以下表格为摄氏温度和华氏温度部分计量值对应表

摄氏温度值 / °C	0	10	20	30	40	50
华氏温度值 / °F	32	50	68	86	104	122

根据表格信息，当华氏温度的值 and 摄氏温度的值相等时，这个值是\_\_\_\_\_.

16. 图是在浦东陆家嘴明代陆深古墓中发掘出来的宝玉——明白玉幻方。其背面有方框四行十六格，为四阶幻方（从 1 到 16，一共十六个数目，它们的纵列、横行与两条对角线上 4 个数相加之和均为 34）。小明探究后发现，这个四阶幻方中的数满足下面规律：在四阶幻方中，当数  $a, b, c, d$  有如图 1 的位置关系时，均有  $a + b = c + d = 17$ 。如图 2，已知此幻方中的一些数，则  $x$  的值为\_\_\_\_\_.



图1

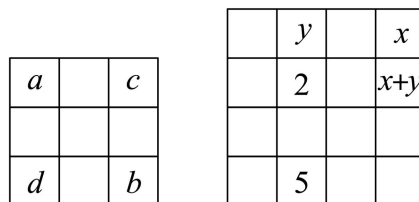


图2

三、解答题：本题共 12 小题，共 96 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题 8 分)

计算:  $(3 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \sqrt{12} - 6 \cos 30^\circ$

18. (本小题 8 分)

解不等式组:  $\begin{cases} -2x + 6 \geq 4 \\ \frac{4x + 1}{3} > x - 1 \end{cases}$ , 并写出该不等式组的非负整数解.

19. (本小题 8 分)

已知  $x^2 - 3x - 2 = 0$ , 求代数式  $(x + 1)(x - 1) - (x + 3)^2 + 2x^2$  的值.

20. (本小题 8 分)

已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ .

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程有一个根小于  $-4$ , 求  $m$  的取值范围.

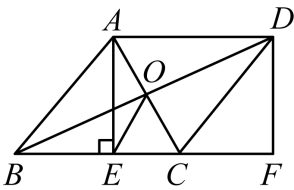
21. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = -x + b$  经过点  $(0, 2)$ .

- (1) 求这个一次函数的解析式;
- (2) 当  $x < 4$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = -x + b$  的值与函数  $y = kx - k$  的值之和都大于 0, 求  $k$  的取值范围.

22. (本小题 8 分)

如图, 在菱形  $ABCD$  中, 对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ , 过点  $A$  作  $AE \perp BC$  于点  $E$ , 延长  $BC$  到点  $F$ , 使  $CF = BE$ , 连接  $DF$ .



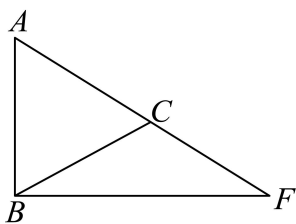
- (1) 求证: 四边形  $AEFD$  是矩形;
- (2) 连接  $OE$ , 若  $AD = 10$ ,  $EC = 4$ , 求  $OE$  的长度.

23. (本小题 8 分)

在  $\triangle ABF$  中,  $C$  为  $AF$  上一点且  $AB = AC$ .

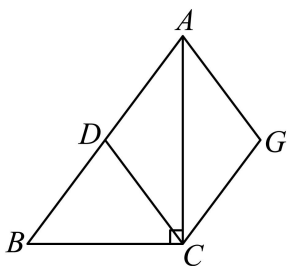
- (1) 尺规作图: 作出以  $AB$  为直径的  $\odot O$ ,  $\odot O$  分别交  $AC, BC$  于点  $D, E$ , 在图上标出  $D, E$ , 在图上标出  $D, E$  (保留作图痕迹, 不写作法).
- (2) 若  $\angle BAF = 2\angle CBF$ , 求证: 直线  $BF$  是  $\odot O$  的切线;

(3) 在(2)中, 若  $AB = 5$ ,  $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $BC$  和  $BF$  的长.



24. (本小题 8 分)

如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AB$  的中点, 连接  $CD$ , 过点  $A$  作  $AG \parallel DC$ , 过点  $C$  作  $CG \parallel DA$ ,  $AG$  与  $CG$  相交于点  $G$ .



(1) 求证: 四边形  $ADCG$  是菱形

(2) 若  $AB = 10$ ,  $\tan \angle CAG = \frac{3}{4}$ , 求  $BC$  的长.

25. (本小题 8 分)

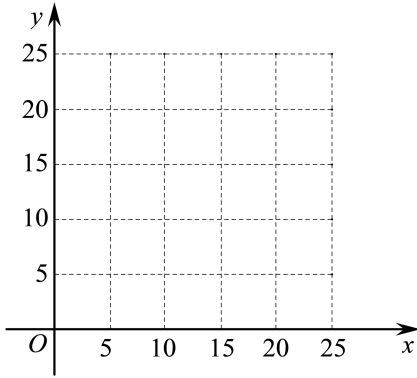
学校组织九年级学生进行跨学科主题学习活动, 利用函数的相关知识研究某种化学试剂的挥发情况. 在两种不同的场景  $A$  和场景  $B$  下做对比实验, 设实验过程中, 该试剂挥发时间为  $x$  分钟时, 在场景  $A, B$  中的剩余质量分别为  $y_1, y_2$  (单位: 克).

下面是某研究小组的探究过程, 请补充完整:

记录  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值如下:

$x$ (分钟)	0	5	10	15	20	...
$y_1$ (克)	25	23.5	20	14.5	7	...
$y_2$ (克)	25	20	15	10	5	...

(1) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出上表中各组数值所对应的点  $(x, y_1), (x, y_2)$ , 并画出函数  $y_1, y_2$  的图象;



(2) 进一步探究发现, 场景  $A$  的图象是抛物线的一部分,  $y_1$  与  $x$  之间近似满足函数关系  $y_1 = -0.04x^2 + bx + c$ . 场景  $B$  的图象是直线的一部分,  $y_2$  与  $x$  之间近似满足函数关系  $y_2 = ax + c (a \neq 0)$ . 请分别求出场景  $A, B$  满足的函数关系式;

(3) 查阅文献可知, 该化学试剂的质量不低于 4 克时, 才能发挥作用. 在上述实验中, 记该化学试剂在场景  $A, B$  中发挥作用的时间分别为  $x_A, x_B$ , 则  $x_A$   $x_B$  (填 “>”, “=” 或 “<”).

26. (本小题 8 分)

如图 1, 抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  过  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$  两点, 交  $y$  轴于点  $C$ .

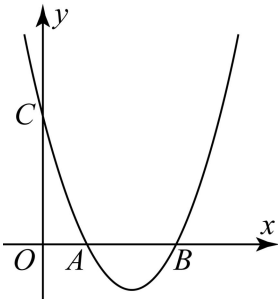


图1

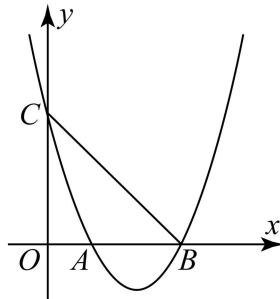


图2

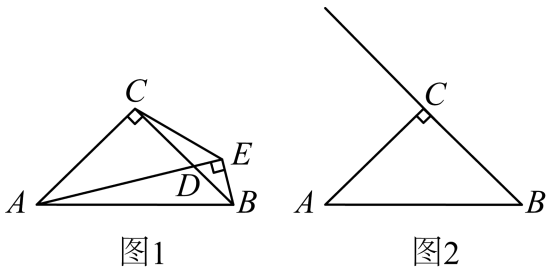
(1) 求抛物线的函数解析式;

(2) 在抛物线的对称轴上是否存在点  $M$ , 使  $\triangle ACM$  的周长最小? 若存在, 求出  $\triangle ACM$  周长的最小值; 若不存在, 请说明理由.

(3) 如图 2, 连接  $BC$ , 抛物线上是否存在一点  $P$ , 使得  $\angle BCP = \angle ACB$ ? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

27. (本小题 8 分)

已知:  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ .



(1) 如图 1, 点  $D$  是  $BC$  边上一点 (不与点  $B, C$  重合), 连接  $AD$ , 过点  $B$  作  $BE \perp AD$ , 交  $AD$  的延长线于点  $E$ , 连接  $CE$ . 若  $\angle BAD = \alpha$ , 求  $\angle DBE$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 如图 2, 点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上时, 连接  $AD$ , 过点  $B$  作  $BE \perp AD$ , 垂足  $E$  在线段  $AD$  上, 连接  $CE$ .

① 依题意补全图 2;

② 用等式表示线段  $EA, EB$  和  $EC$  之间的数量关系, 并证明.

28. (本小题 8 分)

设平面内一点到等边三角形中心的距离为  $d$ , 等边三角形的内切圆半径为  $r$ , 外接圆半径为  $R$ . 对于一个点与等边三角形, 给出如下定义: 满足  $r \leq d \leq R$  的点叫做等边三角形的中心关联点. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 等边  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(0, 2), B(-\sqrt{3}, -1), C(\sqrt{3}, -1)$ .

(1) 已知点  $D(2, 2), E(\sqrt{3}, 1), F(-\frac{1}{2}, -1)$ . 在  $D, E, F$  中, 是等边  $\triangle ABC$  的中心关联点的是;

(2) 如图 1, 过点  $A$  作直线交  $x$  轴正半轴于  $M$ , 使  $\angle AMO = 30^\circ$ .

① 若线段  $AM$  上存在等边  $\triangle ABC$  的中心关联点  $P(m, n)$ , 求  $m$  的取值范围;

② 将直线  $AM$  向下平移得到直线  $y = kx + b$ , 当  $b$  满足什么条件时, 直线  $y = kx + b$  上总存在等边  $\triangle ABC$  的中心关联点; (直接写出答案, 不需过程)

(3) 如图 2, 点  $Q$  为直线  $y = -1$  上一动点,  $\odot Q$  的半径为  $\frac{1}{2}$ . 当  $Q$  从点  $(-4, -1)$  出发, 以每秒 1 个单位的速度向右移动, 运动时间为  $t$  秒. 是否存在某一时刻  $t$ , 使得  $\odot Q$  上所有点都是等边  $\triangle ABC$  的中心关联点? 如果存在, 请直接写出所有符合题意的  $t$  的值; 如果不存在, 请说明理由.

## 答案和解析

### 1. 【答案】D

【解析】【知识点】判断简单组合体的三视图

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中。

【详解】解：从正面看易得第一层有3个正方形，第二层靠左边有2个正方形。

故选：D。

【点睛】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图。

### 2. 【答案】B

【解析】【知识点】用科学记数法表示绝对值大于1的数

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数。确定 $n$ 的值时，要看把原数变成 $a$ 时，小数点移动了多少位， $n$ 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 $\geq 10$ 时， $n$ 是正整数，当原数绝对值 $< 1$ 时， $n$ 是负整数。

【详解】解：数据22500000000用科学记数法表示为 $2.25 \times 10^{10}$ 。

故选：B。

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数，表示时关键要正确确定 $a$ 的值以及 $n$ 的值。

### 3. 【答案】A

【解析】【知识点】根据点在数轴的位置判断式子的正负、实数与数轴

【分析】先由数轴得到 $-3 < a < -2 < 0 < b < 1$ ，进而根据点在数轴的位置判断式子的正负逐项判断即可。

【详解】解：由数轴得 $-3 < a < -2 < 0 < b < 1$ ，

$\therefore a + b < 0$ ， $a - b < 0$ ， $|a| > |b|$ ， $ab < 0$ ，

$\therefore$ 选项A正确，符合题意，选项B、C、D错误，不符合题意，

故选：A。

【点睛】本题考查实数与数轴，从数轴上确定 $a$ 、 $b$ 的取值范围以及根据点在数轴的位置判断式子的正负是解答的关键。

### 4. 【答案】C

【解析】【知识点】同底数幂相乘、积的乘方运算、同底数幂的除法运算

【分析】根据幂的运算法则和合并同类项法则，依次对各选项分析找出正确的选项。

【详解】解：A.  $b^3 \cdot b^3 = b^{3+3} = b^6$ ，故该选项错误，不符合题意；

B.  $(-ab)^2 = a^2b^2$ ，故该选项错误，不符合题意；

C.  $a^5 \div a^2 = a^{5-2} = a^3$ ，故该选项正确，符合题意；

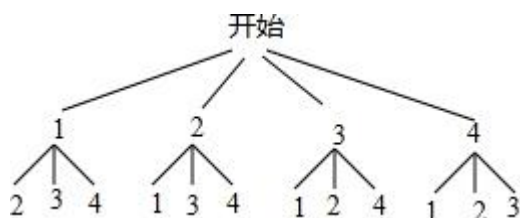
D.  $a^2$ 与 $a$ 不是同类项，不能合并，故该选项错误，不符合题意。

故选：C。

【点睛】本题考查幂的相关运算，同类项，熟练掌握这些运算法则是解决此题的关键。主要考查幂的相关运算有：同底数幂的乘法、同底数幂的除法和幂的乘方运算。

### 5. 【答案】A

【解析】解：根据题意画树状图如图：



共有 12 种情况，两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的有 4 种，

$\therefore$  两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的概率为  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ，

故选：A。

先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的卡片的数字之和等于 5 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案。

本题考查了列表法与树状图法，正确画出树状图是解题的关键，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

### 6. 【答案】A

【解析】【分析】

本题考查了一元二次方程根的判别式：一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的根与  $\Delta = b^2 - 4ac$  有如下关系：当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$  时，方程有两个相等的实数根；当  $\Delta < 0$  时，方程无实数根。

根据判别式的意义得到  $\Delta = 1^2 - 4 \times (a - 2) > 0$ ，然后解不等式即可。

【解答】

解： $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2 - x + a - 2 = 0$  有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times (a - 2) > 0$ ，



解得  $a < \frac{9}{4}$ .

观察选项，只有 A 选项符合题意.

故选：A.

### 7. 【答案】B

**【解析】**【知识点】函数的概念、矩形的判定定理理解、根据方差判断稳定性

**【分析】**结合正比例函数的定义、矩形的判定、菱形的性质、方差的意义分别对每一项进行判定即可.

**【详解】**解：A、圆周长  $C$  是半径  $r$  的正比例函数，正确，不符合题意.

B、对角线相等的平行四边形是矩形，原描述错误，符合题意.

C、菱形的对角线互相垂直平分，正确，不符合题意.

D、方差越大，波动越大，正确，不符合题意.

故选 B

**【点睛】**此题考查了方差、正比例函数、菱形的性质、矩形的判定，熟练掌握定义及性质是解题关键.

### 8. 【答案】B

**【解析】**【知识点】列表法或树状图法求概率

**【详解】**列表如下：

	男1	男2	男3	女1	女2
男1		—	—	✓	✓
男2	—		—	✓	✓
男3	—	—		✓	✓
女1	✓	✓	✓		—
女2	✓	✓	✓	—	

∴ 共有 20 种等可能的结果， $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ .

故选 B.

### 9. 【答案】 $x \geq 3$

**【解析】**【分析】

此题主要考查了二次根式有意义的条件. 直接利用二次根式的有意义的条件得出  $x$  的取值范围，进而得出答案.

**【解答】**

解：由题意可得： $x - 3 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 3$ 。

故答案为： $x \geq 3$ 。

10. **【答案】**  $x = -5$

**【解析】** **【知识点】** 解分式方程

**【分析】** 先将分式方程转化为整式方程，再解方程，检验即可。

**【详解】** 解：方程两边同乘  $x(x + 1)$ ，得  $2x = 5(x + 3)$ ，

即  $2x = 5x + 15$ ，

解得  $x = -5$ ，

经检验， $x = -5$  是原方程的解，

故答案为： $x = -5$ 。

**【点睛】** 本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键。

11. **【答案】**  $3x(y + 1)^2$

**【解析】** **【知识点】** 综合提公因式和公式法分解因式

**【分析】** 先提公因式  $3x$ ，然后根据完全平方公式进行计算即可求解。

**【详解】** 解：原式 =  $3x(y^2 + 2y + 1)$

=  $3x(y + 1)^2$ ，

故答案为： $3x(y + 1)^2$ 。

**【点睛】** 本题考查了因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键。

12. **【答案】** 乙

**【解析】** **【知识点】** 根据方差判断稳定性

**【分析】** 根据方差的定义，方差越小数据越稳定。

**【详解】** 解： $\because$  甲同学成绩的方差  $S_{\text{甲}}^2 = 6.5 \text{分}^2$ ，乙同学成绩的方差  $S_{\text{乙}}^2 = 3.1 \text{分}^2$ ，

$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ ，

$\therefore$  它们的数学测试成绩较稳定的是乙；

故答案为：乙。

**【点睛】** 本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

13. **【答案】** -4

**【解析】** **【分析】**

本题考查了反比例函数图像的对称性, 熟练掌握利用过原点的直线与双曲线的两个交点关于原点对称是解答本题的关键.

根据关于原点对称的点的坐标特点找出  $M$ 、 $N$  两点坐标的关系, 再根据反比例函数图象上点的坐标特点解答即可.

**【解析】**

解:  $\because y = kx (k > 0)$  图像关于  $(0, 0)$  中心对称,

$\therefore k > 0$ ,

$\therefore$  图像经过一、三象限,

$y = \frac{4}{x}$  图像也关于  $(0, 0)$  中心对称,

$\therefore 4 > 0$ ,

$\therefore$  图像经过一、三象限,

又  $\because M$ 、 $N$  为  $y = kx$  与  $y = \frac{4}{x}$  交点,

$\therefore M$ 、 $N$  也关于原点中心对称, 且一个在第三象限, 一个在第一象限,

$\therefore M\left(x_1, \frac{4}{x_1}\right)$ ,  $N\left(-x_1, -\frac{4}{x_1}\right)$ ,

$\therefore x_1 \cdot y_2 = x_1 \cdot \left(-\frac{4}{x_1}\right) = -4$ ,

故答案为 -4.

14. **【答案】**  $\frac{1}{2}$

**【解析】** **【分析】** 在  $\square ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = CD$ , 根据  $DE = DC$ , 可得  $AB = CD = DE = \frac{1}{2}CE$ , 再由  $AB \parallel CD$ , 可得  $\triangle ABF \sim \triangle CEF$ , 对应边成比例即可求得结论.

本题考查了相似三角形的判定与性质、平行四边形的性质, 解决本题的关键是掌握相似三角形的判定与性质.

**【解析】** 解: 在  $\square ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = CD$ ,

$\therefore DE = DC$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/237154146066010002>