

# 强度计算的工程应用：航空航天低温结构强度计算

## 1 强度计算的工程应用：航空航天低温结构强度计算

### 1.1 基础知识

#### 1.1.1 材料力学基础

在航空航天领域，材料力学是设计和分析低温结构强度的基础。材料力学研究材料在不同载荷作用下的变形和破坏规律，为结构设计提供理论依据。在低温环境下，材料的力学性能会发生变化，如弹性模量、泊松比、屈服强度和断裂韧性等。这些变化对结构的强度和稳定性有重要影响。

##### 1.1.1.1 弹性模量

弹性模量（ $E$ ）是材料在弹性阶段抵抗变形的能力的度量。在低温下，大多数金属材料的弹性模量会增加，这意味着在相同应力下，材料的变形会减小。

##### 1.1.1.2 泊松比

泊松比（ $\nu$ ）是横向应变与纵向应变的比值。低温下，材料的泊松比通常会减小，这表明材料在受力时横向收缩的程度减小。

##### 1.1.1.3 屈服强度

屈服强度（ $\sigma_y$ ）是材料开始发生塑性变形的应力值。低温下，金属材料的屈服强度通常会提高，这是因为低温下位错运动受阻，材料更难发生塑性变形。

##### 1.1.1.4 断裂韧性

断裂韧性（ $K_{IC}$ ）是材料抵抗裂纹扩展的能力。低温下，材料的断裂韧性可能会降低，这增加了材料脆性断裂的风险。

#### 1.1.2 低温材料特性

低温环境下，材料的性能会显著变化，这要求在设计航空航天结构时必须考虑这些特性。常见的低温材料包括铝合金、钛合金、不锈钢和复合材料等。

### 1.1.2.1 铝合金

铝合金在低温下具有良好的强度和韧性，但某些合金可能会出现脆性转变温度，低于此温度时，材料的韧性会急剧下降。

### 1.1.2.2 钛合金

钛合金在低温下保持较高的强度和韧性，是航空航天低温结构的理想选择。

### 1.1.2.3 不锈钢

某些类型的不锈钢在低温下具有优异的韧性，但其重量和成本较高。

### 1.1.2.4 复合材料

复合材料在低温下可以保持良好的性能，尤其是碳纤维增强塑料（CFRP），但其设计和制造过程更为复杂。

## 1.1.3 应力与应变分析

应力（ $\sigma$ ）和应变（ $\epsilon$ ）是材料力学中的基本概念，用于描述材料在载荷作用下的响应。

### 1.1.3.1 应力

应力是单位面积上的内力，可以分为正应力（ $\sigma_n$ ）和剪应力（ $\tau$ ）。正应力与材料的轴向载荷相关，而剪应力与横向载荷相关。

### 1.1.3.2 应变

应变是材料变形的程度，可以分为线应变（ $\epsilon$ ）和剪应变（ $\gamma$ ）。线应变描述材料长度的变化，而剪应变描述材料形状的变化。

### 1.1.3.3 应力应变关系

在弹性阶段，应力与应变之间遵循胡克定律，即：

$$\sigma = E\epsilon$$

其中， $E$  是材料的弹性模量。

### 1.1.3.4 应力分析示例

假设有一个直径为  $d = 10 \text{ mm}$  的圆柱形钛合金杆，长度为  $L = 1000 \text{ mm}$ ，在

两端施加轴向拉力  $F = 10000 \text{ N}$ 。钛合金在低温下的弹性模量为  $E = 110 \text{ GPa}$ 。计算杆的轴向应变和轴向位移。

```
# 定义变量
d = 10e-3 # 直径, 单位: m
L = 1000e-3 # 长度, 单位: m
F = 10000 # 轴向拉力, 单位: N
E = 110e9 # 弹性模量, 单位: Pa

# 计算截面积
A = 3.14159 * (d/2)**2

# 计算正应力
sigma = F / A

# 计算轴向应变
epsilon = sigma / E

# 计算轴向位移
delta_L = epsilon * L

# 输出结果
print("轴向应变: ", epsilon)
print("轴向位移: ", delta_L)
```

此代码示例展示了如何使用 Python 计算圆柱形钛合金杆在低温下的轴向应变和轴向位移。通过定义材料的物理参数和施加的载荷，可以计算出材料在低温环境下的响应，这对于设计和分析航空航天低温结构至关重要。

## 1.2 结论

在航空航天低温结构强度计算中，深入理解材料力学基础、低温材料特性和应力应变分析是关键。通过精确计算和分析，可以确保结构在极端低温条件下的安全性和可靠性。

## 2 低温结构设计原理

### 2.1 温度对材料强度的影响

在低温环境下，材料的物理和力学性能会发生显著变化，这对航空航天结构的设计提出了特殊要求。材料在低温下的强度、韧性、延展性等性能指标与常温或高温下大不相同。例如，金属材料在低温下可能会变得更脆，导致其抗冲击和抗裂纹扩展能力下降。因此，理解温度对材料强度的影响是设计低温结构的关键。

### 2.1.1 材料强度模型

材料的强度可以通过多种模型来描述，其中，最常用的是基于温度的强度模型。例如，Arrhenius 模型可以用来预测材料在不同温度下的强度变化：

```
import numpy as np

def arrhenius_strength(T, A, Ea):
    """
    计算基于 Arrhenius 模型的材料强度。

    参数:
    T: 温度 (K)
    A: 频率因子
    Ea: 激活能

    返回:
    材料强度 (MPa)
    """
    R = 8.314 # 气体常数 (J/mol*K)
    return A * np.exp(-Ea / (R * T))
```

假设我们有某种材料的频率因子  $A = 10^{10}$  和激活能  $Ea = 100000$  J/mol，我们可以计算在不同温度下的材料强度：

```
# 示例数据
A = 1e10
Ea = 100000

# 计算不同温度下的强度
T_list = [200, 250, 300] # 温度列表 (K)
strength_list = [arrhenius_strength(T, A, Ea) for T in T_list]

# 输出结果
print("在不同温度下的材料强度:")
for T, strength in zip(T_list, strength_list):
    print(f"温度 {T} K: 强度 {strength:.2f} MPa")
```

## 2.2 低温结构的疲劳分析

低温结构在服役过程中会受到周期性载荷的作用，这可能导致疲劳损伤。疲劳分析是评估结构在重复载荷作用下寿命的重要工具。在低温条件下，疲劳行为可能更加复杂，因为温度会影响材料的疲劳极限。

### 2.2.1 疲劳寿命预测

疲劳寿命可以通过 S-N 曲线（应力-寿命曲线）来预测。在低温下，S-N 曲线可能会发生显著变化，需要通过实验数据来修正模型。以下是一个基于修正的 S-N 曲线预测疲劳寿命的示例：

```
def fatigue_life(S, S_N_data, T):  
    """  
    预测基于修正 S-N 曲线的疲劳寿命。  
  
    参数:  
    S: 应力幅值 (MPa)  
    S_N_data: S-N 曲线数据, 格式为[(应力, 寿命), ...]  
    T: 温度 (K)  
  
    返回:  
    疲劳寿命 (循环次数)  
    """  
    # 假设温度修正因子为线性函数  
    temp_factor = 1 - 0.001 * (300 - T)  
  
    # 修正 S-N 数据  
    corrected_S_N_data = [(s * temp_factor, n) for s, n in S_N_data]  
  
    # 通过插值找到对应应力的寿命  
    from scipy.interpolate import interp1d  
    f = interp1d([s for _, n in corrected_S_N_data], [n for _, n in corrected_S_N_data])  
    return f(S)
```

假设我们有以下 S-N 曲线数据：

```
S_N_data = [(100, 1e6), (200, 1e5), (300, 1e4)]
```

我们可以预测在 250K 温度下，应力幅值为 150MPa 的疲劳寿命：

```
# 示例数据  
S = 150  
T = 250  
  
# 预测疲劳寿命  
life = fatigue_life(S, S_N_data, T)  
print(f"在温度 {T} K 和应力幅值 {S} MPa 下的疲劳寿命为 {life:.2e} 次循环。")
```

## 2.3 断裂力学在低温结构中的应用

断裂力学是研究裂纹扩展和断裂行为的学科，对于低温结构的完整性评估至关重要。在低温下，裂纹的扩展速率和断裂韧性可能会发生变化，这需要通过断裂力学的理论和实验方法来分析。

### 2.3.1 断裂韧性计算

断裂韧性 $K_{IC}$ 是材料抵抗裂纹扩展的能力。在低温下， $K_{IC}$ 可能会降低，这需要通过实验数据来确定。以下是一个基于实验数据计算断裂韧性的示例：

```
def calculate_K_IC(T, K_IC_data):  
    """  
    计算基于实验数据的断裂韧性。  
  
    参数:  
    T: 温度 (K)  
    K_IC_data: 断裂韧性数据, 格式为[(温度, 断裂韧性), ...]  
  
    返回:  
    断裂韧性 (MPa*sqrt(m))  
    """  
    # 通过插值找到对应温度的断裂韧性  
    from scipy.interpolate import interp1d  
    f = interp1d([t for t, _ in K_IC_data], [K_IC for _, K_IC in K_IC_data])  
    return f(T)
```

假设我们有以下断裂韧性数据：

```
K_IC_data = [(200, 50), (250, 60), (300, 70)]
```

我们可以计算在 225K 温度下的断裂韧性：

```
# 示例数据  
T = 225  
  
# 计算断裂韧性  
K_IC = calculate_K_IC(T, K_IC_data)  
print(f"在温度 {T} K 下的断裂韧性为 {K_IC:.2f} MPa*sqrt(m)。")
```

通过这些原理和示例，我们可以更深入地理解低温结构设计中材料强度、疲劳分析和断裂力学的应用，为航空航天低温结构的强度计算提供理论基础和实践指导。

## 3 计算方法

### 3.1 有限元分析在低温结构中的应用

在航空航天领域，低温结构的强度计算至关重要，尤其是在液氢、液氧等低温燃料的储存和运输中。有限元分析（Finite Element Analysis, FEA）是一种广泛应用于结构强度计算的数值方法，它通过将复杂结构分解为许多小的、简单的单元（即“有限元”），然后对每个单元进行分析，最终整合所有单元的结果来预测整个结构的行为。

### 3.1.1 原理

有限元分析基于变分原理和加权残值法，通过求解结构的微分方程来分析结构的应力、应变和位移。在低温环境下，材料的物理性质会发生变化，如弹性模量、泊松比和热膨胀系数等，这些变化需要在有限元模型中准确反映。

### 3.1.2 内容

- 1. 材料属性的温度依赖性：**在低温条件下，材料的弹性模量和泊松比通常会增加，而热膨胀系数会减小。这些变化对结构的强度和稳定性有显著影响，因此在建立有限元模型时，必须使用温度依赖的材料属性。
- 2. 热应力计算：**低温结构在温度变化时会产生热应力。有限元分析可以计算这些热应力，以确保结构在极端温度条件下的安全性和可靠性。
- 3. 结构优化设计：**通过有限元分析，可以对低温结构进行优化设计，以减少材料使用、减轻重量，同时保证结构的强度和稳定性。

### 3.1.3 示例

假设我们正在分析一个低温燃料箱的结构，使用 Python 的 FEniCS 库进行有限元分析。以下是一个简化示例，展示如何设置和求解一个二维的热应力问题。

```
from fenics import *
import numpy as np

# 创建网格
mesh = UnitSquareMesh(10, 10)

# 定义函数空间
V = VectorFunctionSpace(mesh, 'Lagrange', 2)
Q = FunctionSpace(mesh, 'Lagrange', 1)
W = V * Q

# 定义边界条件
def boundary(x, on_boundary):
    return on_boundary

bc = DirichletBC(W.sub(0), (0, 0), boundary)

# 定义材料属性（假设为温度依赖）
E = 200e9 # 弹性模量，单位：Pa
nu = 0.3 # 泊松比
alpha = 1.2e-5 # 热膨胀系数，单位：1/K
T0 = 300 # 参考温度，单位：K
T = 200 # 当前温度，单位：K
```

```

# 定义变分形式
(u, p) = TrialFunctions(W)
(v, q) = TestFunctions(W)
f = Constant((0, -10)) # 体力, 单位: N/m^3
t = Constant((0, 0)) # 面力, 单位: N/m^2
D = E/(1-nu**2)*as_matrix([[1, nu], [nu, 1]])
sigma = D*grad(u)
a = inner(sigma, grad(v))*dx + dot(p, div(v))*dx + dot(q, div(u))*dx
L = dot(f, v)*dx + dot(t, v)*ds

# 定义温度变化引起的热应力
delta_T = T - T0
b = alpha*delta_T*dot(grad(u), grad(v))*dx

# 求解问题
w = Function(W)
solve(a == L + b, w, bc)

# 分解解
u, p = w.split()

# 输出位移和压力
file_u = File("displacement.pvd")
file_u << u
file_p = File("pressure.pvd")
file_p << p

```

在这个示例中，我们首先创建了一个单位正方形的网格，然后定义了函数空间和边界条件。接着，我们设定了材料属性，并假设它们随温度变化。我们定义了变分形式，包括了热应力的计算。最后，我们求解了问题，并输出了位移和压力的结果。

## 3.2 热应力计算方法

热应力是由于温度变化导致结构内部产生不均匀的热膨胀或收缩，从而在结构中产生的应力。在低温结构中，热应力的计算尤为重要，因为低温材料的脆性增加，小的热应力也可能导致结构的破坏。

### 3.2.1 原理

热应力的计算基于热弹性理论，即温度变化引起的应变（热应变）和由外力引起的应变（机械应变）共同作用于结构。热应力可以通过以下公式计算：

$$\sigma = D(\varepsilon_m - \alpha\Delta T)$$

其中， $\sigma$ 是应力， $D$ 是弹性矩阵， $\varepsilon_m$ 是机械应变， $\alpha$ 是热膨胀系数， $\Delta T$ 是温



度变化。

### 3.2.2 内容

1. **热应变计算**：热应变是温度变化直接导致的应变，可以通过热膨胀系数和温度变化计算得到。
2. **热应力与机械应力的叠加**：在实际结构中，热应力和机械应力通常同时存在，需要将两者叠加来计算总应力。
3. **热应力的分布**：热应力在结构中的分布可能不均匀，特别是在结构的几何形状复杂或材料性质不均匀的情况下。

## 3.3 结构优化设计

结构优化设计是在满足结构强度、稳定性等约束条件下，通过调整结构的几何形状、材料分布等参数，以达到减轻结构重量、降低成本、提高性能等目标的过程。

### 3.3.1 原理

结构优化设计通常基于数学优化理论，通过定义目标函数和约束条件，使用优化算法来寻找最优解。在低温结构优化设计中，除了考虑常规的强度和稳定性约束外，还需要考虑材料的温度依赖性以及热应力的影响。

### 3.3.2 内容

1. **目标函数**：结构优化设计的目标函数可以是结构的重量、成本、性能指标等。
2. **约束条件**：约束条件包括结构的强度、稳定性、热应力限制等。
3. **优化算法**：常用的优化算法包括梯度下降法、遗传算法、粒子群优化算法等。

### 3.3.3 示例

使用 Python 的 `scipy.optimize` 库进行结构优化设计，以下是一个简化示例，展示如何优化一个低温燃料箱的厚度，以达到最小重量的目标，同时满足强度和热应力的约束。

```
from scipy.optimize import minimize
import numpy as np

# 定义目标函数：结构重量
def weight(thickness):
    return thickness**2 # 假设重量与厚度的平方成正比

# 定义约束条件：强度和热应力
```

```

def constraint1(thickness):
    return thickness - 0.01 # 强度约束, 厚度至少为 0.01m

def constraint2(thickness):
    return 0.1 - thickness # 热应力约束, 厚度不能超过 0.1m

# 定义优化问题
cons = ({'type': 'ineq', 'fun': constraint1},
        {'type': 'ineq', 'fun': constraint2})
x0 = 0.05 # 初始厚度
res = minimize(weight, x0, constraints=cons, method='SLSQP')

# 输出最优解
print("Optimal thickness:", res.x)

```

在这个示例中，我们定义了目标函数为结构的重量，约束条件为强度和热应力。我们使用了 `scipy.optimize` 库中的 `minimize` 函数，通过 `SLSQP` 算法求解了优化问题，得到了最优的结构厚度。

以上内容和示例仅为低温结构强度计算的简化介绍，实际应用中需要考虑更多复杂的因素，如材料的非线性行为、温度场的分布、多物理场耦合等。

## 4 航空航天应用

### 4.1 低温燃料箱设计

#### 4.1.1 原理

低温燃料箱设计是航空航天工程中一个关键环节，尤其是在使用液氢、液氧等低温燃料的火箭和卫星中。设计低温燃料箱时，需要考虑材料在极低温度下的性能变化，如脆性增加、热膨胀系数变化等。强度计算在此过程中至关重要，它确保燃料箱在低温和高压条件下能够安全地存储燃料，同时承受发射和飞行过程中的各种载荷。

#### 4.1.2 内容

- 材料选择：**选择在低温下仍能保持良好机械性能的材料，如铝合金、不锈钢或复合材料。
- 热应力分析：**计算材料在温度变化时产生的热应力，确保结构不会因热应力而失效。
- 压力载荷计算：**燃料箱内部的燃料在低温下体积收缩，但压力可能增加，需要计算燃料箱在不同压力下的强度。
- 振动和冲击分析：**发射和飞行过程中的振动和冲击对燃料箱的强度有重大影响，需进行动态载荷分析。

### 4.1.3 示例

假设设计一个液氢燃料箱，材料为铝合金，需要计算在 $-253^{\circ}\text{C}$ 时的热应力。使用 Python 和 SciPy 库进行计算。

```
import numpy as np
from scipy import constants

# 材料参数
E = 70e9 # 弹性模量, 单位: Pa
alpha = 23e-6 # 热膨胀系数, 单位: 1/K
T_ambient = 20 + constants.zero_Celsius # 环境温度, 单位: K
T_cold = -253 + constants.zero_Celsius # 低温, 单位: K
delta_T = T_ambient - T_cold # 温度变化

# 几何参数
L = 1.0 # 长度, 单位: m
A = 0.5 # 截面积, 单位: m^2

# 热应力计算
sigma_thermal = -E * alpha * delta_T

print(f"在-253°C 时, 铝合金燃料箱的热应力为: {sigma_thermal:.2f} MPa")
```

### 4.1.4 解释

上述代码计算了铝合金在从室温降至液氢温度时的热应力。热应力由材料的弹性模量、热膨胀系数和温度变化决定。结果表明，低温下铝合金燃料箱将承受较大的热应力，设计时需考虑材料的低温性能和结构的热应力缓解措施。

## 4.2 低温发动机结构分析

### 4.2.1 原理

低温发动机在启动和运行过程中，结构会经历从室温到极低温度的快速变化，这可能导致热应力集中和材料性能下降。结构分析的目的是确保发动机在这些极端条件下能够稳定运行，不会因热应力或材料脆化而损坏。

### 4.2.2 内容

1. **热传导分析**：计算发动机各部件的温度分布，了解热流如何在结构中传导。
2. **热应力计算**：基于温度分布，计算各部件的热应力，确保不会超过材料的强度极限。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/245044013123011331>