3. 2古典概型

学习目标 1•了解基本事件的概念. 2•理解古典概型的定义，会计算基本事件的个数.

3.掌握古典概型概率的计算公式.

预习案·自主学习 研 it*导学-宾试

新知提炼

1. 基本事件

(1) 在 1 次试验中可能出现的每一个基本结果称为基本事件.

(2) 若在 1 次试验中，每个基本事件发牛的可能性都相同，则称这些基本事件为等可能 基本事件.

2. 古典概型

(1) 定义：如果某问题具有以下两个特点：①试验中所有可能出现的基本事件只有有限 ______________

个；②每个基本事件的发生都是等可能的.我们将满足上述条件的概率模型称为古典概型.

(2) 古典概型的概率公式

如果 1 次试验的等可能基本事件共有 n 个，那么每一个等可能基本事件发生的概率都是

$\frac{1}{n}$.如果某个事件 A 包含了其中 m 个等可能基本事件，那么事件 A 发生的概率为 $P(A)=\frac{m}{n}$.

、自技尝试

1.判断(正确的打“V”，错误的打“x”)

(1) 任意抛掷两枚骰子，所得点数之和作为基本事件. ( )

(2) 同时抛掷两枚硬币，求向上的面全是正面，这一事件的概率是古典概型问题. ( )

⑶从甲地到乙地共 n条路线，且这 n条路线长短各不相同，则某人正好选中最短路线

的概率为-.( )
n’ ‘

解析：根据古典概型的两个特征知： (1) X; (2) V; (3) V.

答案：(1)X (2) V (3) V

2.若书架上放有数学、物理、化学书分别是 5 本、3 本、2 本，则随机抽出一本是物理

书的概率为( )

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{3}{10}$

C. J

D. $\frac{1}{2}$

解析：选 B.基本事件总数为 10，“抽出一本是物理书 包含 3 个基本事件， 所以其概率

为糸，故选 B.

故共有以上 10 个基本事件，可分别记为 A_1，A_2,…，A_{10}.

3 •下列概率模型：

① 在平面直角坐标系内，从横坐标和纵坐标都是整数的所有点中任取一点；

② 某射手射击一次，可能命中 0环，1 环，2 环，…，10 环；

③ 某小组有男生 5 人，女生 3 人，从中任选 1 人做演讲；

④ 一只使用中的灯泡的寿命长短；

⑤ 中秋节前夕，某市工商部门调查辖区内某品牌的月饼质量，给该品牌月饼评“优”或“差”.

其中属于古典概型的是______________•

解析：①不属于，原因是所有横坐标和纵坐标都是整数的点有无限多个，不满足有限性；② 不属于，原因是命中 0 环，1 环，…，10 环的概率不一定相同，不满足等可能性；③属于，显然满足有限性和等可能性；④不属于，原因是灯泡的寿命是任何一个非负实数，有无限多种可能，不满足有限性；⑤不属于，原因是该品牌月饼被评为 “优”或“差”的概率不一定 相同，不满足等可能性.

答案：③

拣究点 1 基本事件的计数问题

仗■!判断下列各试验中的基本事件个数，并指出有哪些基本事件

(1) 从字母 a、b、c 中任意取两个字母的试验中；

(2) 从装有形状完全一样且分别标有 1, 2, 3, 4, 5号的 5 个球的袋中任意取出两个球的试验中.

【解】(1)从三个字母中任取出两个字母的所有等可能结果即基本事件数为 3 个，分 别 J 是 $A=\{a,b\}$，$B=\{a,c\}$，$C=\{b,c\}$.

(2)从袋中取两个球的等可能结果为：

球 1 和球 2，球 1 和球 3,球 1 和球 4,球 1 和球 5,

球 2 和球 3，球 2 和球 4,球 2 和球 5,

球 3 和球 4，球 3 和球 5,

球 4 和球 5.

故共有以上 10 个基本事件，可分别记为 A_1，A_2,…，A_{10}.

根据基本事件的定义， 按照一定的规则找到试验中所有可能发生的结果,件，但在确　就得到基本事定基本事件个数时，要做到不重不漏，因此需要按某种顺序逐个排列出来.

1•袋中有红、白、黄、黑颜色不同但大小相同的四个小球.

分别写出下面试验的基本事件，并指出基本事件总数.

（1）　从中任取一个球；

（2）　从中任取两个球；

（3）　先后各取一个球.

解：（1）这个试验的基本事件为：红，白，黄，黑•基本事件的总数是　4.

（2）　一次取两球，如记（红，白）代表一次取出红球、白球两个，则本试验的基本事件为：

（红，白）,（红，黄）,（红，黑）,（白，黄），（白，黑），（黄，黑），基本事件的总数是 6.

（3）　先后各取一球，如记（红，白）代表先取一红球，后取一白球.因此本试验的基本事件

为：（红，白），（白，红），（红，黄），潢，红）,（红，黑）,（黑，红）,（白，黄）,（黄，白），

（白,黑），（黑，白）,（黄，黑），（黑，黄），基本事件的总数是 12.

探穽点 2 古典概型的判断

m 判断下列试验是否是古典概型，并说明理由：

（1）　从 6 名同学中，选出 4 人参加数学竞赛，求每人被选中的概率；

（2）　同时掷两颗骰子，求点数和为 7 的概率；

（3）　求近三天中有一天降雨的概率；

（4）　10 个人站成一排，求其中甲、乙相邻的概率.

【解】（1）（2）（4）是古典概型.因为符合古典概型的定义和特点　一一有限性和等可能性.

⑶不是古典概型•因为不符合等可能性的特点，受多方面因素影响.

方

古典概型判断的特点

一个试验是否属于古典概型，在于这个试验是否具有古典概型的两个特点：　有限性和等可能性.

同齒話 2.判断下列两个试验是否为古典概型，并说明理由.

（1）　在区间［0, 3］上任取一点，求此点的坐标小于　1 的概率；

（2）从 1，2，3，4 四个数中任意取出两个数，求所取两数之一是 2 的概率.

解：（1）此问题不属于古典概型，因为在线段 [0，3] 上任取一点，此点可以在 [0，3] 上的

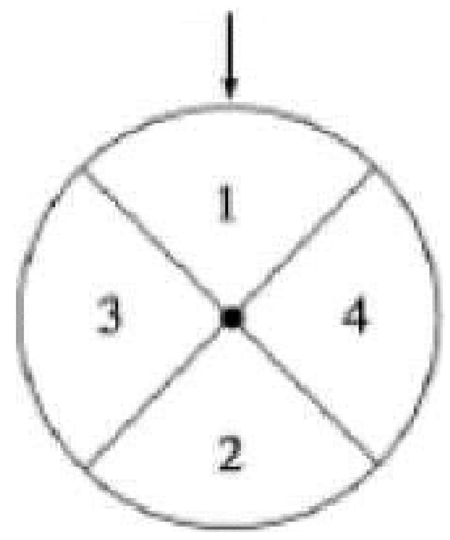
故共有以上 10 个基本事件，可分别记为 A_1，A_2，…，A_{10}.

任一位置，且在每个位置的可能性是相同的，　　　具备等可能性.但试验的结果是无限多个，不 满足古典概型的条件，即不满足试验结果的有限性.

⑵此问题属于古典概型，因为此试验的所有基本事件共有　　6 个：{1，2}，{1，3}，{1， 4}，{2，3}，{2，4}，{3，4}，且每个事件的出现是等可能的，因此属于古典概型.

按究点 3 古典概型的概率计算

M3　　某儿童乐园在"六一”儿童节推出了一项趣味活动.　　　　参加活动的儿童需转动如图所示的转盘两次，每次转动后，待转盘停止转动时，记 录指针所指区域中的数.设两次记录的数分别为　　　　　　x, y奖励规则如下:



① 若 xyw 3，则奖励玩具一个；

② 若 xy> 8，则奖励水杯一个；

③ 其余情况奖励饮料一瓶.

假设转盘质地均匀，四个区域划分均匀•小亮准备参加此项活动.

(1) 求小亮获得玩具的概率；

(2) 请比较小亮获得水杯与获得饮料的概率的大小，并说明理由.

【解】 用数对(x, y)表示儿童参加活动先后记录的数，则基本事件空间 Q 与点集　　　S= {(x, y)|x∈N , y∈N , 1 < x< 4, 1 < yw 4}一一对应.

因为 S 中元素的个数是 4X 4 = 16,

所以基本事件总数　n= 16.

⑴记“xyw 3 ”为事件 A,

则事件 A 包含的基本事件共 5个，即(1, 1), (1 , 2), (1 , 3) , (2 , 1) , (3 , 1).

5

所以 P(A)= 1_5,

5

即小亮获得玩具的概率为

⑵记“xy> 8 ”为事件 B, “3<xy<8 ”为事件 C.

则事件 B 包含的基本事件共 6个，

即 (2, 4) , (3 , 3) , (3 , 4) , (4 , 2) , (4 , 3) , (4 , 4),

6　3

所以 P(B)=亦=8-

事件C 包含的基本事件共 5个,

即(1，4)，(2，2)，(2，3)，(3，2)，(4，1)，

5

所以 P(C)=—.

…3 5
因为 8＞花，

所以小亮获得水杯的概率大于获得饮料的概率.

方搭归纳

求古典概型概率的步骤

(1) 判断是否为古典概型.

(2) 算出基本事件的总数 n.

(3) 算出事件 A 中包含的基本事件个数 m.

⑷算出事件 A 的概率，即 P(A) = m.

在运用公式计算时，关键在于求出 m，n.在求 n 时，应注意这 n 种结果必须是等可能的，在这一点上比较容易出错.

甩踪训练 3.某市举行职工技能比赛活动，甲厂派出 2 男 1 女共 3 名职工，乙厂派出 2 男 2 女共 4 名职工.

(1)若从甲厂和乙厂报名的职工中各任选 1 名进行比赛，求选出的 2名职工性别相同的概率；

⑵若从甲厂和乙厂报名的这 7 名职工中任选 2 名进行比赛，求选出的这 2 名职工来自同一工厂的概率.

解：记甲厂派出的 2 名男职工为 A_1，A_2，1名女职工为 a；乙厂派出的 2 名男职工为 B_1，B_2，2名女职工为 b_1，b_2.

(1)从甲厂和乙厂报名的职工中各任选 1 名，不同的结果有{A_1，B}，{A B}，{A b}，{A b}，{A B}，{A，B}，{A 3}，{A b}，{a B {a B，{a，3}，{a，b_2}共 12 种.其中选出的 2 名职工性别相同的选法有 {A_1，B_1}，{A，B_2}，{A_2，B_1}，{A_2，B}，{a b，{a b}共 6种.

故选出的 2 名职工性别相同的概率 $P=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

⑵若从甲厂和乙厂报名的这 7名职工中任选 2 名，不同的结果有$\{A_1，A_2\}$，$\{A_1，a\}$，

$\{A_1, B_1\}$，$\{A_1, B_2\}$，$\{A_1, b_1\}$，$\{A_1, b_2\}$，$\{A_2, a\}$，$\{A_2, B_1\}$，$\{A_2, B_2\}$，$\{A_2, b_1\}$，$\{A_2, b_2\}$，$\{a, B_1\}$，$\{a, B_2\}$，$\{a, b_1\}$，$\{a, b_2\}$，$\{B_1, B_2\}$，$\{B_1, b_1\}$，$\{B_1, b_2\}$，$\{B_2, b_1\}$，$\{B_2, b_2\}$，$\{b_1, b_2\}$共 21 种.

其中选出的 2 名职工来自同一工厂的选法有$\{A_1, A_2\}$，$\{A_1, a\}$，$\{A_2, a\}$，$\{B_1, B_2\}$，$\{B_1, b_1\}$，$\{B_1, b_2\}$，$\{B_2, b_1\}$，$\{B_2, b_2\}$，$\{b_1, b_2\}$共 9 种.

故选出的 2 名职工来自同一工厂的概率为

规律呈现

1•基本事件是一次试验中所有可能出现的最小事件，且这些事件不能同时发生，每一次试验只能出现一个事件•试验中的事件 A 可以是基本事件，也可以是由几个基本事件组合而成的.

2. 有限性和等可能性是古典概型的两个本质特点，概率计算公式 $P(A)=\frac{事件A所包含的基本事件的个数}{基本事件的总数}$，只对古典概型适用.

叽旧 箱子里有 3 双不同的手套，随机拿出 2只，记事件A 表示“拿出的手套配不成 对”；事件B 表示“拿出的都是同一只手上的手套”；事件 C表示“拿出的手套一只是左 手的，一只是右手的，但配不成对”.

(1) 请列出所有的基本事件;

(2) 分别求事件 A、事件B、事件C 的概率.

【解】(1)分别设 3 双手套为：a_1a_2；b_1b_2；C_1C_2. a_1，b_1，C_1分别代表左手手套，a_2，b_2，C_2分别代表右手手套.

从箱子里的 3 双不同的手套中，随机拿出 2只，所有的基本事件是:

(a_1, a_2)，(a_1, b_1)，(a_1, b_2)，(a_1, C_1)，(a_1, C_2)；

(a_2, b_1)，(a_2, b_2)，(a_2, C_1)，(a_2, C_2)；

(b_1, b_2)，(b_1, c_1)，(b_1, C_2)；

(b_2, C_1)，(b_2, C_2)；

(C_1, C_2)共 15 个基本事件.