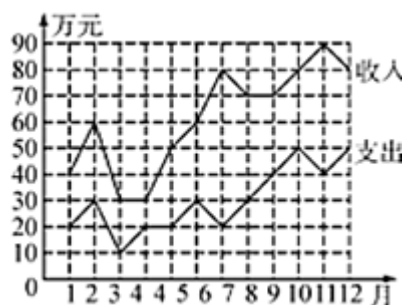


- A.** $(1, \sqrt{3}]$ **B.** $[\sqrt{3}, +\infty)$ **C.** $(1, \sqrt{5}]$ **D.** $[\sqrt{5}, +\infty)$

6. 某网店 2019 年全年的月收支数据如图所示，则针对 2019 年这一年的收支情况，下列说法中错误的是（ ）



- A. 月收入的极差为 60 B. 7 月份的利润最大
C. 这 12 个月利润的中位数与众数均为 30 D. 这一年的总利润超过 400 万元

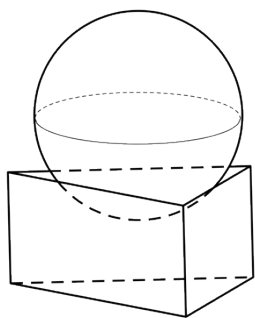
7. 定义两种运算“ $\star$ ”与“ $\blacklozenge$ ”，对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，满足下列运算性质：① $2 \star 2018 = 1$ ， $2018 \blacklozenge 1 = 1$ ；② $(2n) \star 2018 = 2[(2n+2) \star 2018]$ ， $2018 \blacklozenge (n+1) = 2(2018 \blacklozenge n)$ ，则 $(2018 \blacklozenge 2020)(2020 \star 2018)$ 的值为()

- A. 2^{1011} B. 2^{1010} C. 2^{1009} D. 2^{1008}

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n - a_{n-1} = n (n \geq 2)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ ()

- A. $\frac{1}{2}n(n+1)$ B. $\frac{1}{2}n(3n-1)$ C. $n^2 - n + 1$ D. $n^2 - 2n + 2$

9. 如图所示，直三棱柱的高为 4，底面边长分别是 5，12，13，当球与上底面三条棱都相切时球心到下底面距离为 8，则球的体积为 ()



- A. $\frac{160\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$ C. $\frac{96\sqrt{3}}{3}\pi$ D. $\frac{256\sqrt{2}}{3}\pi$

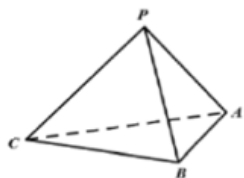
10. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点 F 作直线交双曲线的两天渐近线于 A, B 两点，若 B 为线段 FA 的中点，且 $OB \perp FA$ (O 为坐标原点)，则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

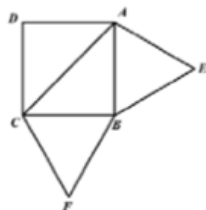
11. 已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 $0 \leq b \leq 4, 0 \leq c \leq 4$ ，记函数 $f(x)$ 满足条件: $\begin{cases} f(2) \leq 12 \\ f(-2) \leq 4 \end{cases}$ 为事件 A ，则事件 A 发生的概率为

(2) 若 $2f(x) + g(x) > ax + 4$ 对任意的实数 x 恒成立, 求 a 的取值范围.

21. (12 分) 已知三棱锥 $P-ABC$ (如图一) 的平面展开图 (如图二) 中, 四边形 $ABCD$ 为边长等于 $\sqrt{2}$ 的正方形, $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 均为正三角形, 在三棱锥 $P-ABC$ 中:



图一

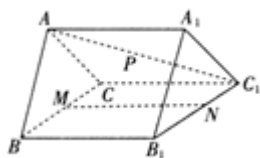


图二

(1) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若点 M 在棱 PA 上运动, 当直线 BM 与平面 PAC 所成的角最大时, 求直线 MA 与平面 MBC 所成角的正弦值.

22. (10 分) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $BC \perp BB_1$, $CC_1 = \sqrt{2}$, $AC_1 = \sqrt{6}$.



(1) 证明: 平面 $ABC \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) M , N 分别是 BC , B_1C_1 的中点, P 是线段 AC_1 上的动点, 若二面角 $P-MN-C$ 的平面角的大小为 30° , 试确定点 P 的位置.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. A

【解析】

作出不等式组表示的可行域, 然后对四个选项一一分析可得结果.

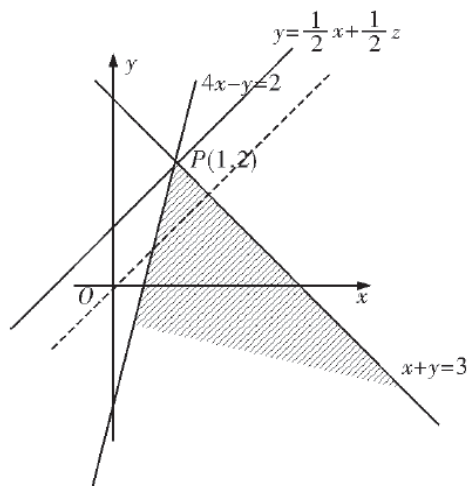
【详解】

作出可行域如图所示，当 $x=1, y=2$ 时， $(2y-x)_{\max}=3$ ，即 $2y-x$ 的取值范围为 $(-\infty, 3]$ ，所以

$\forall (x, y) \in D, 2y-x \leq 5, p_1$ 为真命题；

$\exists (x, y) \in D, 2y-x \leq 2, p_2$ 为真命题； p_3, p_4 为假命题.

故选：A



【点睛】

此题考查命题的真假判断与应用，着重考查作图能力，熟练作图，正确分析是关键，属于中档题.

2. A

【解析】

利用等比数列 $\{a_n\}$ 的性质可得 $a_6^2 = a_4 a_8$ ，即可得出.

【详解】

设 a_4 与 a_8 的等比中项是 x .

由等比数列 $\{a_n\}$ 的性质可得 $a_6^2 = a_4 a_8$ ， $\therefore x = \pm a_6$.

$\therefore a_4$ 与 a_8 的等比中项 $x = \pm a_6 = \pm \frac{1}{8} \times 2^5 = \pm 4$.

故选 A.

【点睛】

本题考查了等比中项的求法，属于基础题.

3. D

【解析】

利用线面平行和垂直的判定定理和性质定理,对选项做出判断，举出反例排除.

【详解】

解：对于 A ，当 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 m 与 n 的位置关系不定，故错；

对于 B ，当 $m \parallel n$ 时，不能判定 $\alpha \parallel \beta$ ，故错；

对于 C ，若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 m 与 n 的位置关系不定，故错；

对于 D ，由 $m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$ 可得 $m \perp \beta$ ，又 $n \parallel \beta$ ，则 $m \perp n$ 故正确。

故选：D。

【点睛】

本题考查空间线面位置关系.判断线面位置关系利用好线面平行和垂直的判定定理和性质定理.一般可借助正方体模型，以正方体为主线直观感知并准确判断.

4. A

【解析】

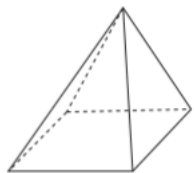
由三视图还原出原几何体，得出几何体的结构特征，然后计算体积.

【详解】

由三视图知原几何体是一个四棱锥，四棱锥底面是边长为 2 的正方形，高为 2，

直观图如图所示， $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{8}{3}$.

故选：A.



【点睛】

本题考查三视图，考查棱锥的体积公式，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

5. C

【解析】

先求得 C_2 的渐近线方程，根据 C_1, C_2 没有公共点，判断出 C_1 渐近线斜率的取值范围，由此求得 C_1 离心率的取值范围.

【详解】

双曲线 $C_2: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm 2x$ ，由于双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与双曲线 $C_2: \frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 没有公共点，

所以双曲线 C_1 的渐近线的斜率 $\frac{b}{a} \leq 2$ ，所以双曲线 C_1 的离心率 $e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \in (1, \sqrt{5}]$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查双曲线的渐近线，考查双曲线离心率的取值范围的求法，属于基础题.

6. D

【解析】

直接根据折线图依次判断每个选项得到答案.

【详解】

由图可知月收入的极差为 $90 - 30 = 60$ ，故选项 A 正确；

1 至 12 月份的利润分别为 20，30，20，10，30，30，60，40，30，30，50，30，7 月份的利润最高，故选项 B 正确；

易求得总利润为 380 万元，众数为 30，中位数为 30，故选项 C 正确，选项 D 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了折线图，意在考查学生的理解能力和应用能力.

7. B

【解析】

根据新运算的定义分别得出 $2018 \blacklozenge 2020$ 和 $2020 \star 2018$ 的值，可得选项.

【详解】

由 $(2n) \star 2018 = 2[(2n+2) \star 2018]$ ，得 $(2n+2) \star 2018 = \frac{1}{2}(2n \star 2018)$ ，

又 $2 \star 2018 = 1$ ，所以 $4 \star 2018 = \frac{1}{2}$ ， $6 \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ， $8 \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ， $\dots$ ，以此类推，

$$2020 \star 2018 = (2 \times 1010) \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1010-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1009}，$$

又 $2018 \blacklozenge (n+1) = 2(2018 \blacklozenge n)$ ， $2018 \blacklozenge 1 = 1$ ，

所以 $2018 \blacklozenge 2 = 2$ ， $2018 \blacklozenge 3 = 2^2$ ， $2018 \blacklozenge 4 = 2^3$ ， $\dots$ ，以此类推， $2018 \blacklozenge 2020 = 2^{2019}$ ，

$$\text{所以 } (2018 \blacklozenge 2020)(2020 \star 2018) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1009} \times 2^{2019} = 2^{1010}，$$

故选：B.

【点睛】

本题考查定义新运算，关键在于理解，运用新定义进行求值，属于中档题.

8. A

【解析】

利用数列的递推关系式，通过累加法求解即可．

【详解】

数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_n - a_{n-1} = n(n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ ，

$$\text{可得 } a_1 = 1$$

$$a_2 - a_1 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 3$$

$$a_4 - a_3 = 4$$

...

$$a_n - a_{n-1} = n$$

以上各式相加可得：

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1),$$

故选： A ．

【点睛】

本题考查数列的递推关系式的应用，数列累加法以及通项公式的求法，考查计算能力．

9. A

【解析】

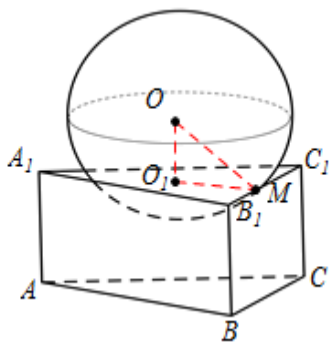
设球心为 O ，三棱柱的上底面 $A_1B_1C_1$ 的内切圆的圆心为 O_1 ，该圆与边 A_1B_1 切于点 D ，根据球的几何性质可得 $OO_1 \perp A_1B_1$ 为直角三角形，然后根据题中数据求出圆 O_1 半径，进而求得球的半径，最后可求出球的体积．

【详解】

如图，设三棱柱为 $ABC - A_1B_1C_1$ ，且 $AB = 12$ ， $BC = 5$ ， $AC = 13$ ，高 $AA_1 = 4$ ．

所以底面 ABC 为斜边是 AC 的直角三角形，设该三角形的内切圆为圆 O_1 ，圆 O_1 与边 AC 切于点 D ，

则圆 O_1 的半径为 $r = \frac{12+5-13}{2} = 2$ ．



设球心为 O ，则由球的几何知识得 $\triangle OO_1M$ 为直角三角形，且 $OO_1 = 8 - 4 = 4$ ，

所以 $OM = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，

即球 O 的半径为 $2\sqrt{5}$ ，

所以球 O 的体积为 $\frac{4}{3} \times \pi \times (2\sqrt{5})^3 = \frac{160\sqrt{5}\pi}{3}$ 。

故选 A。

【点睛】

本题考查与球有关的组合体的问题，解答本题的关键有两个：

(1) 构造以球半径 R 、球心到小圆圆心的距离 d 和小圆半径 r 为三边的直角三角形，并在此三角形内求出球的半径，这是解决与球有关的问题时常用的方法。

(2) 若直角三角形的两直角边为 a, b ，斜边为 c ，则该直角三角形内切圆的半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ ，合理利用中间结论可提

高解题的效率。

10. C

【解析】

由题意可得双曲线的渐近线的方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 。

$\because B$ 为线段 FA 的中点， $OB \perp FA$

$\therefore OA = OF = c$ ，则 $\triangle AOF$ 为等腰三角形。

$\therefore \angle BOF = \angle BOA$

由双曲线的的渐近线的性质可得 $\angle BOF = \angle xOA$

$\therefore \angle BOF = \angle BOA = \angle xOA = 60^\circ$

$\therefore \frac{b}{a} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ，即 $b^2 = 3a^2$ 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/245312243131011340>