

考点 09 椭圆的标准方程与几何性质

一、单选题

1. 椭圆 $\frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1$ 的长轴长为

A. 2

B. 4

C. $\sqrt{5}$

D. $2\sqrt{5}$

【试题】河南省开封市 2020-2021 年高二上期五县联考期中（文）

【答案】D

【解析】 $a^2 = 5$ 即 $a = \sqrt{5}$ ，所以长轴长为 $2\sqrt{5}$ 。故选 D.

2. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和椭圆 $C_2: \frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{d^2} = 1 (c > d > 0)$ 的离心率相同，

则

A. $ab = cd$

B. $ac = bd$

C. $ad = bc$

D. $a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

【试题】河南省豫北名校 2020-2021 年高二上期 12 月质量检测（文）

【答案】C

【解析】由题意有 $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{c^2 - d^2}}{c}$ ，可得 $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{c^2 - d^2}{c^2}$ ，

有 $1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{d^2}{c^2}$ ，有 $\frac{b^2}{a^2} = \frac{d^2}{c^2}$ ，有 $ad = bc$ 。故选 C.

3. 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的短轴长为

A. $2\sqrt{41}$

B. 10

C. 8

D. 6

【试题】四川省成都市第七中 2020-2021 年高二上期期中

【答案】C

【解析】椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，可知焦点在 x 轴上， $a^2 = 25$ ， $b^2 = 16$ ，所以 $b = 4$ ，

所以椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的短轴长为 8。故选 C.

4. 椭圆 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 的焦点坐标为

A. $(\pm 1, 0)$

B. $(0, \pm 1)$

C. $(\pm\sqrt{7}, 0)$

D. $(0, \pm\sqrt{7})$

【试题】山东省临沂市 2020-2021 年高二上期期中

【答案】A

【解析】由 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 可得 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，因此 $c = \sqrt{4-3} = 1$ ，且焦点在 x 轴上，

所以焦点坐标为 $(\pm 1, 0)$ 。故选 A。

5. 椭圆 $25x^2 + 9y^2 = 225$ 的长轴长、短轴长分别为

A. 5, 3

B. 3, 5

C. 10, 6

D. 6, 10

【试题】山东省济南回民中 2020-2021 年高二上期期中

【答案】C

【解析】椭圆 $25x^2 + 9y^2 = 225$ 化为标准形式为 $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$ ，

$a^2 = 25, b^2 = 9, \therefore a = 5, b = 3, \therefore 2a = 10, 2b = 6$ ，故选 C。

6. 若点 M 到两定点 $F_1(0, -1)$ ， $F_2(0, 1)$ 的距离之和为 2，则点 M 的轨迹是

A. 椭圆

B. 直线

C. 线段

D. 线段的中垂线。

【试题】四川省绵阳市绵阳南山中 2020-2021 年高三上期 11 月月考（文）

【答案】C

【解析】 $F_1(0, -1)$ ， $F_2(0, 1)$ ， $\therefore |F_1F_2| = 2$ ，因为点 M 到两定点 $F_1(0, -1)$ ， $F_2(0, 1)$ 的距离之和为 2， $\therefore M$ 的轨迹是线段 F_1F_2 ，故选 C。

7. 已知 $\triangle ABC$ 的周长是 20，且顶点 B 的坐标为 $(0, -4)$ ， C 的坐标为 $(0, 4)$ ，则顶点 A 的轨迹方程是

A. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{36} = 1 (x \neq 0)$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1 (x \neq 0)$

$$\cdot \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1 (x \neq 0)$$

$$D. \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{20} = 1 (x \neq 0)$$

【试题】吉林省通化市辉南县第一中 2020-2021 年高二第二次月考（文）

【答案】

【解析】由题意可知 $AC + AB = 20 - 8 = 12 > BC$ ，则点 A 的轨迹是焦点在 y 轴且中心为原点的椭圆，且点 A 不在 y 轴上， $a = 6, c = 4, b^2 = 6^2 - 4^2 = 20$ ，即 $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{36} = 1 (x \neq 0)$ ，

故选

8. 若方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆，则实数 k 的取值范围是

$$A. (0, 1)$$

$$B. (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$\cdot (0, +\infty)$$

$$D. (1, +\infty)$$

【试题】2020-2021 年【补习教材◆寒假作业】高二数（文）（人教 A 版）

【答案】A

【解析】方程 $x^2 + ky^2 = 2$ 化为 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{\frac{2}{k}} = 1$ ，因为是焦点在 y 轴上的椭圆，

所以 $\frac{2}{k} > 2$ ，解得 $0 < k < 1$ ，故选 A.

9. 椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下焦点分别为 F_1, F_2 ，过椭圆上的点 M 作向量 $\overrightarrow{MN}$

使得 $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{F_1F_2}$ ，且 $\triangle F_1F_2N$ 为正三角形，则该椭圆的离心率为

$$A. \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B. \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$D. \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

【试题】2021 届高三湘豫名校联考（2020 年 11 月）（文）

【答案】D

【解析】 $\triangle F_1F_2N$ 为正三角形， $\therefore$ 点 N 必在 x 轴上，且 $\angle NF_1F_2 = 60^\circ$ ，

$\therefore ON = \tan 60^\circ \cdot OF_1 = \sqrt{3}c$ ，又 $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{F_1F_2}$ ， $\therefore M(\sqrt{3}c, 2c)$ ，

又Q点M在椭圆上, $\therefore \frac{(2c)^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{3}c)^2}{b^2} = 1$, 化简得 $4e^4 - 8e^2 + 1 = 0$,

解得 $e^2 = \frac{8 - \sqrt{64 - 16}}{8} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, 又 $0 < e < 1$, $\therefore e = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$. 故选 D.

【名师点睛】椭圆的离心率是椭圆最重要的几何性质, 求椭圆的离心率(或离心率的取值范围), 常见有两种方法:

①求出 a, c , 代入公式 $e = \frac{c}{a}$;

②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式, 结合 $b^2 = a^2 - c^2$ 转化为 a, c 的齐次式, 然后等式(不等式)两边分别除以 a 或 a^2 转化为关于 e 的方程(不等式), 解方程(不等式)即可得 e (e 的取值范围).

10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 椭圆 C 上, 且 $|PF_1| = 2$,

则 $|PF_2| =$

A. 16

B. 7

. 4

D. 1

【试题】河北省沧州市七校联盟 2020-2021 年高二上期期中

【答案】

【解析】在椭圆 C 中, $a = 3$, 由椭圆的定义可得 $|PF_1| + |PF_2| = 2a = 6$,

所以, $|PF_2| = 6 - |PF_1| = 4$. 故选.

11. 椭圆 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 $|PF_1| = 6$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积

为

A. 24

B. 28

. 40

D. 48

【试题】四川省绵阳市涪城区东辰国际校 2020-2021 年高二上期期中 (理)

【答案】A

【分析】本题首先可根据椭圆定义得出 $|PF_1| + |PF_2| = 14$ 以及 $|PF_2| = 8$, 然后根据 $|F_1F_2| = 10$

得出 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形，即可求出 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

【解析】因为椭圆方程为 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ ，所以由椭圆的定义可知， $|PF_1| + |PF_2| = 2a = 14$ ，

因为 $|PF_1| = 6$ ，所以 $|PF_2| = 8$ ，因为 $|F_1F_2| = 2c = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 10$ ，所以 $\triangle PF_1F_2$ 为直角

三角形，则 $S = \frac{1}{2} \times |PF_1| \times |PF_2| = 24$ ，故选 A.

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F_2 ， O 为坐标原点， M 为 y 轴上一点，

点 A 是直线 MF_2 与椭圆 C 的一个交点，且 $|OA| = |OF_2| = 2|OM|$ ，则椭圆 C 的离心率为

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

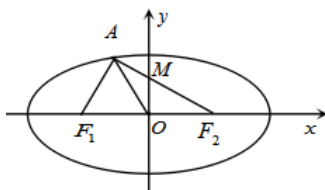
【试题】河南省豫北名校 2020-2021 年高二上期 11 月质量检测（文）

【答案】D

【解析】设椭圆 C 的左焦点为 F_1 ，连接 AF_1 ，因为 $|OA| = |OF_2| = |OF_1|$ ，所以

$\angle F_1AF_2 = 90^\circ$ ，如图所示，所以 $\tan \angle AF_2F_1 = \frac{OM}{OF_2} = \frac{1}{2}$ ，设 $|AF_1| = m$ ， $|AF_2| = n$ ，则

$$m : n : 2c = 1 : 2 : \sqrt{5},$$



所以 $e = \frac{2c}{2a} = \frac{2c}{m+n} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，故选 D.

13. 若椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的左焦点为 $F_1(-4, 0)$ ，则 $m =$

A. 2

B. 3

C. ± 3

D. 9

【答案】

因为 $m^2 = b^2 = a^2 - c^2 = 9$ ，解得 $m = \pm 3$ ．故选

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

. 2

D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

【答案】 B

$$\text{又由 } |PQ| = \sqrt{(m-1)^2 + n^2} = \sqrt{(m-1)^2 + 5 - \frac{5}{9}m^2} = \sqrt{\frac{4}{9}m^2 - 2m + 6}$$
$$= \sqrt{\frac{4}{9}\left(m - \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{4}}, \text{ 当 } m = \frac{9}{4} \text{ 时, } |PQ| \text{ 取得最小值, 最小值为 } |PQ|_{\min} = \frac{\sqrt{15}}{2}. \text{ 故选}$$

B.

于点 A , B , 若 $\triangle ABF_1$ 为等边三角形, 则 a 的值为

A. 3

B. $3\sqrt{3}$

 $\cdot 3\sqrt{2}$

D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

【答案】 B

又 $\triangle ABF_1$ 为等边三角形, 得直线 AB 与 x 轴垂直, $\angle AF_1F_2 = 30^\circ$, 则 $|AF_1| = 2|AF_2|$,

则由 $\sqrt{x^2 + (y-2)^2} + \sqrt{x^2 + (y+2)^2} = 10$ 得 $|PF_1| + |PF_2| = 10$ ，且 $10 > |F_1F_2| = 4$ ，

所以动点 P 的轨迹是以 $F_1(0, -2)$ ， $F_2(0, 2)$ 为焦点的椭圆，这里 $2a = 10$ ， $a = 5$ ， $c = 2$ ，

所以 $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 4 = 21$ ，所以该椭圆方程为 $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{21} = 1$ 。

故方程 $\sqrt{x^2 + (y-2)^2} + \sqrt{x^2 + (y+2)^2} = 10$ 的化简结果是 $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{21} = 1$ 。故选 B

18. 设 M 是圆 $P: x^2 + (y+2)^2 = 36$ 上的一动点，定点 $Q(0, 2)$ ，线段 MQ 的垂直平分线交线段 PM 于 N 点，则 N 点的轨迹方程为

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$

D. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{36} = 1$

【试题】山东省临沂市 2020-2021 年高二上期期中

【答案】B

【解析】因为线段 MQ 的垂直平分线交线段 PM 于 N 点，

所以 $MN = QN$ ，而 $MN + NP = MP = 6$ ，

所以 $QN + NP = 6$ ，又 $Q(0, 2)$ ， $P(0, -2)$ ，即 N 是到定点 Q, P 距离和为定长 6 的动点，

所以 $a = 3, c = 2$ 且长轴在 y 轴上，故 N 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，故选 B

19. 已知椭圆的短轴长是焦距的 2 倍，则椭圆的离心率为

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【试题】北京市昌平区第一中 2020—2021 年度高二年级上期期中考试

【答案】D

【解析】因为椭圆的短轴长是焦距的 2 倍，所以 $b = 2c$ ，

因为 $a^2 = b^2 + c^2$ ，所以 $a^2 = 4c^2 + c^2$ ，可得 $a = \sqrt{5}c$ ，

所以椭圆的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，故选 D.

20. 设椭圆: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , $|F_1F_2| = 2\sqrt{2}$, P 是上一点,

若 $|PF_1| - |PF_2| = a$, 且 $\sin \angle PF_1F_2 = \frac{1}{3}$, 则椭圆的方程为

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

B. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

C. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

【试题】内蒙古包头市回民中 2020-2021 年第一期高二期中考试（理）

【答案】D

【解析】因为 $|F_1F_2| = 2\sqrt{2}$, 所以 $c = \sqrt{2}$, P 是上一点, 由椭圆的定义得

$$|PF_1| + |PF_2| = 2a,$$

又 $|PF_1| - |PF_2| = a$, 所以 $|PF_1| = \frac{3}{2}a$, $|PF_2| = \frac{a}{2}$, 又 $\sin \angle PF_1F_2 = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \angle PF_1F_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$,

所以在 $\triangle PF_1F_2$ 中, 由余弦定理得 $PF_2^2 = PF_1^2 + F_1F_2^2 - 2PF_1 \cdot F_1F_2 \cdot \cos \angle PF_1F_2$,

$$\text{即 } \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + 8 - 2 \times \frac{3a}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ 整理得 } a^2 - 4a + 4 = 0,$$

解得 $a = 2$, 则 $b^2 = a^2 - c^2 = 2$, 所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$, 故选 D

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 倾斜角为 45° 的直线 l 与椭圆相交于 A, B 两点, AB

的中点是 $M(-4, 1)$ 则椭圆的离心率是

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

【试题】福建省宁德市部分达标中 2020-2021 年高二上期期中联合考试

【答案】B

【解析】因为直线 l 的倾斜角为 45° ，所以直线 l 的斜率为1，

又 AB 的中点是 $M(-4,1)$ ，所以直线 l 的方程为 $y-1=x+4$ ，即 $y=x+5$ 。

$$\text{联立} \begin{cases} y=x+5 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \text{可得} (a^2+b^2)x^2 + 10a^2x + 25a^2 - a^2b^2 = 0.$$

设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，则 $x_1+x_2 = \frac{-10a^2}{a^2+b^2} = -8$ ，又 $b^2 = a^2 - c^2$ ，整理得 $3a^2 = 4c^2$ ，

即 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{3}{4}$ ，可得 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。故选B。

22. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的焦点在 x 轴上，其离心率为 $\frac{1}{2}$ ，则

A. 椭圆 C 的短轴长为 $\sqrt{3}$

B. 椭圆 C 的长轴长为4

C. 椭圆 C 的焦距为4

D. $a = 4$

【试题】辽宁省葫芦岛市协作校2020-2021年高三12月联考

【答案】B

【分析】由离心率可求出 $a = 2$ ，结合椭圆的性质可求出椭圆的短轴长，长轴长，焦距。

【解析】由椭圆的性质可知，椭圆 C 的短轴长为 $2\sqrt{3}$ ，圆的离心率 $e = \sqrt{1 - \frac{3}{a^2}} = \frac{1}{2}$ ，则 $a = 2$ ，

$c^2 = a^2 - 3 = 1$ ，所以椭圆 C 的长轴长 $2a = 4$ ，椭圆 C 的焦距 $2c = 2$ ，故选B。

23. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点到直线 $x - y = 0$ 的距离是

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D. $\sqrt{2}$

【试题】山东省济南第十一中2020-2021年第一期期中考试高二年级

【答案】B

【解析】在椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 中， $a^2 = 4, b^2 = 3$ ，则 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1$ ，所以椭圆的右焦点为

$F(1,0)$ ，则椭圆的右焦点 $F(1,0)$ 到直线 $x-y=0$ 的距离为 $d = \frac{|1-0|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故选 B.

24. 已知椭圆 C 的短轴长为 6，离心率为 $\frac{4}{5}$ ，则椭圆 C 的焦点 F 到长轴的一个端点的距离为

- A. 9
B. 1
C. 1 或 9
D. 以上都不对

【试题】吉林省长春市第二十九中 2020-2021 年第一期高二第二程考试（理）

【答案】

【解析】因为椭圆 C 的短轴长为 6，所以 $b=3$ ，

因为离心率为 $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ ， $a^2 = b^2 + c^2$ ，所以 $a=5, c=4$ ，

所以椭圆 C 的焦点 F 到长轴的一个端点的距离为 $a+c=9$ 或 $a-c=1$ ，故选

25. 已知椭圆 $\frac{x^2}{10-m} + \frac{y^2}{m-2} = 1$ 的长轴在 y 轴上，若焦距为 4，则等于

- A. 3
B. 5
C. 7
D. 8

【试题】吉林省通化市辉南县第一中 2020-2021 年高二第二次月考（文）

【答案】D

【解析】由题意知 $c=2, a^2=m-2, b^2=10-m$ ，所以 $m-2-10+m=4$ ，

所以 $m=8$ ，故选 D.

26. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ， M 为椭圆上一动点， F_1 为椭圆的左焦点，则

线段 MF_1 的中点 P 的轨迹是

- A. 圆
B. 椭圆
C. 双曲线
D. 抛物线

【试题】2020-2021 年【补习教材◆寒假作业】高二数（文）（人教 A 版）

【答案】B

【解析】设椭圆 C 的右焦点是 F_2 ，坐标原点为 O ，由椭圆的定义得 $|MF_1| + |MF_2| = 2a > 2c$ ，

A. $[2, 4)$

B. $[3, 4)$

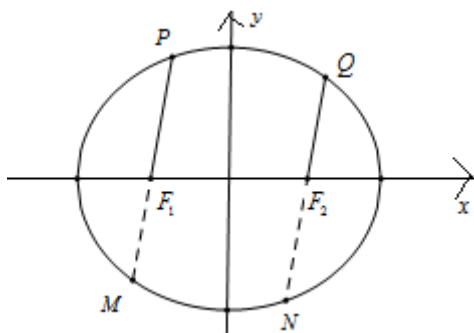
C. $[1, 4)$

D. $[1.5, 4)$

【试题】浙江省宁波市北仑中 2020-2021 年高二上期期中

【答案】B

【解析】如图，延长射线 PF_1 、 QF_2 分别与椭圆 C 相交于 M 、 N 两点，



由椭圆的对称性可知 $|PF_1| = |NF_2|$ ， $|MF_1| = |QF_2|$ ，

设点 P 的坐标为 (x_1, y_1) ，点 M 的坐标为 (x_2, y_2) ，显然 $-2 < x_1 < 2, -2 < x_2 < 2$

则点 Q 的坐标为 $(-x_2, -y_2)$ 。

①若直线 PF_1 的斜率不存在，则点 P 、 Q 的坐标分别为 $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ 、 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ ，

有 $|PF_1| + |QF_2| = 3$

②若直线 PF_1 的斜率存在，设直线 PF_1 的方程为 $y = k(x+1) (k \neq 0)$ ，

联立方程 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = k(x+1) \end{cases}$ ，消去 y 后整理为 $(4k^2 + 3)x^2 + 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$ ，

有 $x_1 + x_2 = -\frac{8k^2}{4k^2 + 3}$ ， $x_1x_2 = \frac{4k^2 - 12}{4k^2 + 3}$ ，

$$|PF_1| = \sqrt{(x_1+1)^2 + y_1^2} = \sqrt{(x_1+1)^2 + 3 - \frac{3}{4}x_1^2} = \sqrt{\frac{1}{4}x_1^2 + 2x_1 + 4} = \left|\frac{1}{2}x_1 + 2\right| = 2 + \frac{1}{2}x_1,$$

$$|MF_1| = 2 + \frac{1}{2}x_2,$$

$$|PF_1| + |QF_2| = 4 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = 4 - \frac{4k^2}{4k^2 + 3} = \frac{12(k^2 + 1)}{4k^2 + 3} = \frac{3(4k^2 + 3) + 3}{4k^2 + 3},$$

$$= 3 + \frac{3}{4k^2 + 3}, \text{ 因为 } 4k^2 + 3 > 3, \text{ 所以 } 3 < 3 + \frac{3}{4k^2 + 3} < 4,$$

则 $|PF_1| + |QF_2|$ 的取值范围为 $[3, 4)$. 故选 B

29. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 直线 $y = \sqrt{3}x$ 与椭圆 C 相交于 A ,

B 两点, 且 $AF \perp BF$, 则椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\sqrt{2}-1$
C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\sqrt{3}-1$

【试题】【新教材精创】提高练-人教 B 版高中数选择性必修第一册

【答案】D

【分析】解方程组求出点 A, B 的坐标, 再根据 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BF} = 0$ 得到关于 e 的方程, 解方程即得解.

【解析】由 $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$, 消 y 可得 $(3a^2 + b^2)x^2 = a^2b^2$, 解得 $x = \pm \frac{ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}}$,

分别代入得 $y = \pm \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}}$, $\therefore A(\frac{ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}}, \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}})$, $B(-\frac{ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}}, -\frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}})$,

$\therefore \overrightarrow{AF} = (\frac{ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}} + c, \frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}})$, $\overrightarrow{BF} = (c - \frac{ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}}, -\frac{\sqrt{3}ab}{\sqrt{3a^2 + b^2}})$,

Q $AF \perp BF$, $\therefore \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BF} = c^2 - \frac{a^2b^2}{3a^2 + b^2} - \frac{3a^2b^2}{3a^2 + b^2} = 0$, $\therefore c^2 = \frac{4a^2b^2}{3a^2 + b^2}$, (*)

把 $b^2 = a^2 - c^2$ 代入 (*) 式并整理得 $4a^2c^2 - c^4 = 4a^2(a^2 - c^2)$,

两边同除以 a^4 并整理得 $e^4 - 8e^2 + 4 = 0$, 解得 $e^2 = 4 - 2\sqrt{3}$, $\therefore e = \sqrt{3} - 1$. 故选 D

【名师点睛】求椭圆的离心率常用的方法有: (1) 公式法 (求出 a, c 代入离心率的公式得解); (2) 方程法 (分析得到关于离心率 e 的方程解方程得解).

30. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 点 M 在椭圆上, 以 M 为圆心的圆与 x

32. 已知直线 $l: kx - y - 2k + 1 = 0$ 与椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 交于 A, B 两点, 与圆

$C_2: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 交于 C, D 两点. 若存在 $k \in [-2, -1]$, 使得 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$, 则椭圆 C_1

的离心率的取值范围是

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$

B. $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$

C. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$

【试题】2018 届福建省漳州市高三毕业班第三次调研 (文)

【答案】

【解析】直线 $l: kx - y - 2k + 1 = 0$, 即为 $k(x-2) + 1 - y = 0$, 可得直线恒过定点 $(2, 1)$,

圆 $C_2: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 的圆心为 $(2, 1)$, 半径为 1, 且 C, D 为直径的端点,

由 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$, 可得 AB 的中点为 $(2, 1)$, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

则 $\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1$, 两式相减可得 $\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2} + \frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2} = 0$,

由 $x_1+x_2=4, y_1+y_2=2$, 可得 $k = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = -\frac{2b^2}{a^2}$, 由 $-2 \leq k \leq -1$, 即有 $\frac{1}{2} \leq \frac{b^2}{a^2} \leq 1$,

则椭圆的离心率 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$. 故选

33. 已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(3, 0)$, 过点 F 的直线交椭圆于 A, B 两

点. 若 AB 的中点坐标为 $(1, -1)$, 则 G 的方程为

A. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$

C. $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{18} = 1$

D. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$

【试题】2020-2021 年【补习教材◆寒假作业】高二数 (文) (人教 A 版)

【答案】D

【解析】设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1+x_2=2, y_1+y_2=-2$,

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \quad \textcircled{1} \quad \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1, \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 得 } \frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2} + \frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2} = 0, \text{ 所以 } k_{AB} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = -\frac{b^2(x_1+x_2)}{a^2(y_1+y_2)} = \frac{b^2}{a^2},$$

$$\text{又 } k_{AB} = \frac{0+1}{3-1} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{2}, \text{ 又 } 9 = c^2 = a^2 - b^2, \text{ 解得 } b^2 = 9, a^2 = 18,$$

$$\text{所以椭圆方程为 } \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1, \text{ 故选 D}$$

$$34. \text{ 焦点在 } x \text{ 轴上的椭圆的方程为 } \frac{x^2}{4a} + \frac{y^2}{a^2+1} = 1 (a > 0), \text{ 则它的离心率 } e \text{ 的取值范围为}$$

$$\text{A. } \left(0, \frac{1}{4}\right]$$

$$\text{B. } \left(0, \frac{1}{2}\right]$$

$$\text{C. } \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$\text{D. } \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$$

【试题】2020-2021 年【补习教材◆寒假作业】高二数（文）（人教 A 版）

【答案】

$$\text{【解析】椭圆 } \frac{x^2}{4a} + \frac{y^2}{a^2+1} = 1 (a > 0) \text{ 焦点在 } x \text{ 轴上, 故 } 4a > a^2 + 1, \text{ 即 } a^2 - 4a + 1 < 0,$$

$$\text{解得 } 2 - \sqrt{3} < a < 2 + \sqrt{3}, \text{ 又 } e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2}, \quad 0 < e < 1,$$

$$\text{故 } e^2 = 1 - \frac{a^2+1}{4a} = 1 - \frac{1}{4} \left(a + \frac{1}{a}\right), \text{ 其中对勾函数 } \varphi(a) = a + \frac{1}{a} \text{ 在 } [2 - \sqrt{3}, 1] \text{ 上递减,}$$

$$(1, 2 + \sqrt{3}) \text{ 上递增, 故 } \varphi(a)_{\min} = \varphi(1) = 2, \quad \varphi(a)_{\max} = \varphi(2 + \sqrt{3}) = \varphi(2 - \sqrt{3}) = 4, \text{ 故}$$

$$e^2 \in \left(0, \frac{1}{2}\right], \text{ 则 } e \in \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]. \text{ 故选.}$$

【名师点睛】求椭圆离心率（或取值范围）常见方法：

(1) 直接法：由 a, b 的值或者关系，直接计算离心率 $e = \frac{c}{a}$ ；

(2) 构建齐次式：利用已知条件和椭圆的几何关系构建关于 a, b 的方程和不等式，利用

35. 若 F_1 、 F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点， M 是椭圆上的任意一点，且 $\triangle MF_1F_2$ 的内切圆的周长为 3π ，则满足条件的点 M 的个数为

A. 2 B. 4
C. 6 D. 不确定

【答案】 A

所以 $|MF_1| + |MF_2| = 2a = 10$, $|F_1F_2| = 2c = 6$,

设 $M(x_M, y_M)$, 则 $S_{\triangle MF_1F_2} = \frac{1}{2} \times (|MF_1| + |MF_2| + |F_1F_2|) \times r = \frac{1}{2} \times |F_1F_2| \times |y_M|$,

即 $\frac{1}{2} \times (10 + 6) \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 6 \times |y_M|$ ，得 $|y_M| = 4$ ，

所以满足条件 M 是短轴的 2 个端点，故选 A.

二、多选题

1. 已知椭圆: $16x^2 + 4y^2 = 1$, 则下列结论正确的是

A. 长轴长为 $\frac{1}{2}$

B. 焦距为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

∴ 焦点坐标为 $\left(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

D. 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【试题】广东省深圳市皇御苑校 2020-2021 年高二上期期中

【答案】 D

【解析】由椭圆方程 $16x^2 + 4y^2 = 1$ 化为标准方程可得 $\frac{x^2}{\frac{1}{16}} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$ ，所以

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}, \quad c = \frac{\sqrt{3}}{4}, \quad \text{所以长轴长为 } 2a = 1, \quad \text{焦距 } 2c = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{焦点坐标为 } \left(0, \pm \frac{\sqrt{3}}{4}\right),$$

短轴长为 $2b = \frac{1}{2}$ ，离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。故选 D

2. 椭圆的焦距，短轴长和长轴长构成等差数列，其中长轴长等于 10，则椭圆的标准方程为

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

【试题】广东省深圳市皇御苑校 2020-2021 年高二上期期中

【答案】AD

【解析】设椭圆的焦距，短轴长和长轴长分别为 $2c$ ， $2b$ ， $2a$ 。

由条件得 $\begin{cases} 2c + 2a = 4b \\ 2a = 10 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$ 。若焦点在横轴上椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，

若焦点在纵轴上椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 。故选 AD。

3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦距为 6，短轴为长轴的 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ，直线 l 与椭圆交于 A ， B 两点，

弦 AB 的中点为 $M(2,1)$ ，则直线 l 的方程为

A. $7x + 8y - 22 = 0$

B. $7x - 8y - 6 = 0$

C. $32x - 7y - 103 = 0$

D. $32x + 7y - 71 = 0$

【试题】河北省曲阳县第一高级中 2020-2021 年高二上期第一次月考

【答案】AD

【解析】由已知可得椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的 $c = 3$ ，又长轴为短轴的 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ，

故椭圆方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 或 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，设弦的两端点为 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，

当椭圆方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 时，则有 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{16} + \frac{y_1^2}{7} = 1 \\ \frac{x_2^2}{16} + \frac{y_2^2}{7} = 1 \end{cases}$ ，

两式相减得 $\frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{16} + \frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2)}{7} = 0$ ，整理得 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{7}{8}$ ，

所以弦所在的直线的斜率为 $-\frac{7}{8}$ ，其方程为 $y - 1 = -\frac{7}{8}(x - 2)$ ，整理得 $7x + 8y - 22 = 0$ ；

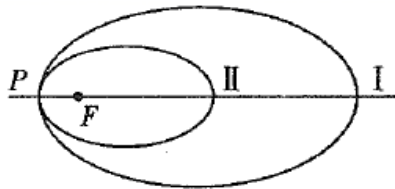
当椭圆方程为 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$ 时，则有 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{7} + \frac{y_1^2}{16} = 1 \\ \frac{x_2^2}{7} + \frac{y_2^2}{16} = 1 \end{cases}$ ，

两式相减得 $\frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{7} + \frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2)}{16} = 0$ ，整理得 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{32}{7}$ ，

所以弦所在的直线的斜率为 $-\frac{32}{7}$ ，其方程为 $y - 1 = -\frac{32}{7}(x - 2)$ ，整理得

$32x + 7y - 71 = 0$ 。故选 AD。

4. 如图所示，某探月卫星沿地月转移轨道飞向月球，在月球附近一点 P 处变轨进入以月球球心 F 为一个焦点的椭圆轨道 I 绕月飞行，之后卫星在 P 点处第二次变轨进入仍以 F 为一个焦点的椭圆轨道 II 绕月飞行，且轨道 II 的右顶点为轨道 I 的中心。设椭圆 I 与 II 的长半轴长分别为 a_1 和 a_2 ，半焦距分别为 c_1 和 c_2 ，离心率分别为 e_1 ， e_2 ，则下列结论正确的是



A. $a_1 + c_1 > 2(a_2 + c_2)$

B. $a_1 - c_1 = a_2 - c_2$

C. $e_1 = \frac{e_2 + 1}{2}$

D. 椭圆 II 比椭圆 I 更扁

【试题】山东省临沂市 2020-2021 年高二上期期中

【答案】AB

【解析】对于 A、由 $a_1 = 2a_2$ ， $c_1 = a_2 + c_2 > 2c_2$ ，所以 $a_1 + c_1 > 2(a_2 + c_2)$ ，所以选项 A 正确；

对于 B、由 $a_1 - c_1 = |PF|$ ， $a_2 - c_2 = |PF|$ ，得到： $a_1 - c_1 = a_2 - c_2$ ，所以选项 B 正确；

对于 C、由 $a_1 = 2a_2$ ， $c_1 = a_2 + c_2$ ，得 $\frac{c_1}{a_1} = \frac{a_2 + c_2}{2a_2} = \frac{1 + \frac{c_2}{a_2}}{2}$ ，

即 $e_1 = \frac{e_2 + 1}{2}$ ，所以选项 C 正确；对于 D 、根据选项 C 知， $2e_1 = e_2 + 1 > 2e_2$ ，

所以 $e_1 > e_2$ ，即椭圆 I 比椭圆 II 更扁些，选项 D 错误。故选 ABC 。

5. 已知椭圆 $C: 16x^2 + 25y^2 = 400$ ，关于椭圆 C 下述正确的是

A. 椭圆 C 的长轴长为 10

B. 椭圆 C 的两个焦点分别为 $(0, -3)$ 和 $(0, 3)$

. 椭圆 C 的离心率等于 $\frac{3}{5}$

D. 若过椭圆 C 的焦点且与长轴垂直的直线 l 与椭圆 C 交于 P, Q ，则 $|PQ| = \frac{32}{5}$

【试题】山东省青岛胶州市 2020-2021 年高二上期期中考试

【答案】AD

【解析】由已知椭圆标准方程为 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，则 $a = 5, b = 4$ ，所以 $c = 3$ 。

长轴长为 $2a = 10$ ，A 正确；两焦点为 $(3, 0), (-3, 0)$ ，B 错误；离心率为 $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ ，正确；

$x = 3$ 代入椭圆方程得 $16 \times 3^2 + 25y^2 = 400$ ，解得 $y = \pm \frac{16}{5}$ ，所以 $|PQ| = \frac{32}{5}$ ，D 正确。故

选 AD。

6. 已知曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1$

A. 若 $m > n > 0$ ，则 C 是椭圆，其焦点在 y 轴上

B. 若 $m > n > 0$ ，则 C 是椭圆，其焦点在 x 轴上

. 若 $m = n > 0$ ，则 C 是圆，其半径为 $\sqrt{n}$

D. 若 $m = 0$ ， $n > 0$ ，则 C 是两条直线

【试题】山东省济南市市中区实验中学 2020-2021 年高二上期期中

【答案】AD

【解析】对于 A，若 $m > n > 0$ ，则 $mx^2 + ny^2 = 1$ 可化为 $\frac{x^2}{\frac{1}{m}} + \frac{y^2}{\frac{1}{n}} = 1$ ，因为 $m > n > 0$ ，所

以 $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$ ，即曲线 C 表示焦点在 y 轴上的椭圆，故 A 正确，故 B 错误；

对于，若 $m = n > 0$ ，则 $mx^2 + ny^2 = 1$ 可化为 $x^2 + y^2 = \frac{1}{n}$ ，此时曲线 C 表示圆心在原点，

半径为 $\frac{\sqrt{n}}{n}$ 的圆，故不正确；

对于 D，若 $m = 0, n > 0$ ，则 $mx^2 + ny^2 = 1$ 可化为 $y^2 = \frac{1}{n}$ ， $y = \pm \frac{\sqrt{n}}{n}$ ，此时曲线 C 表示平

行于 x 轴的两条直线，故 D 正确；故选 AD.

7. 关于 x 、 y 的方程 $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{3m^2-2} = 1$ ，（其中 $m^2 \neq \frac{2}{3}$ ）对应的曲线可能是

A. 焦点在 x 轴上的椭圆

B. 焦点在 y 轴上的椭圆

C. 焦点在 x 轴上的双曲线

D. 圆

【试题】河北省石家庄市第二十七中 2020-2021 年高二上期段考一（10 月）

【答案】ABD

【解析】分以下几种情况讨论：

①当 $0 \leq m^2 < \frac{2}{3}$ 时， $m^2 + 2 > 0$ ， $3m^2 - 2 < 0$ ，此时，方程 $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{3m^2-2} = 1$ 表示焦

点在 x 轴上的双曲线；

②当 $\frac{2}{3} < m^2 < 2$ 时， $m^2 + 2 > 3m^2 - 2 > 0$ ，此时，方程 $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{3m^2-2} = 1$ 表示焦点在 x

轴上的椭圆；

③当 $m^2 + 2 = 3m^2 - 2$ 时，即当 $m^2 = 2$ 时，此时，方程 $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{3m^2-2} = 1$ 表示的曲线为

圆；

④当 $m^2 > 2$ 时， $3m^2 - 2 > m^2 + 2 > 0$ ，此时，方程 $\frac{x^2}{m^2+2} + \frac{y^2}{3m^2-2} = 1$ 表示的曲线为焦

点在 y 轴上的椭圆。故选 ABD.

8. 为使椭圆 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，正数 m 的值可以是

A. 1

B. $\sqrt{3}$

$$\cdot \frac{8}{3}$$

$$\text{D. } \frac{3}{2}$$

【试题】江苏省淮安市阳光校 2020-2021 年高二上期第二次月考

【答案】D

【解析】当 $0 < m < 2$ 时，焦点在 x 轴上，此时 $a^2 = 2$ ， $b^2 = m$ ，所以

$$c^2 = a^2 - b^2 = 2 - m,$$

$$\text{所以 } e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{2-m}{2} = \frac{1}{4}, \text{ 解得 } m = \frac{3}{2}, \text{ 符合题意;}$$

当 $m > 2$ 时，焦点在 y 轴上，此时 $a^2 = m$ ， $b^2 = 2$ ，所以 $c^2 = a^2 - b^2 = m - 2$ ，

$$\text{所以 } e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{m-2}{m} = \frac{1}{4}, \text{ 解得 } m = \frac{8}{3}, \text{ 符合题意;}$$

综上所述：正数 m 的值可以时 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{8}{3}$ ，故选 D

9. 下列说法正确的有

A. 方程 $x^2 + xy = x$ 表示两条直线

B. 椭圆 $\frac{x^2}{10-m} + \frac{y^2}{m-2} = 1$ 的焦距为 4，则 $m = 4$

· 曲线 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = xy$ 关于坐标原点对称

D. 椭圆 $C: \frac{y^2}{5} + x^2 = 1$ 的焦距是 2

【试题】山东省枣庄市 2020-2021 年高二上期期中

【答案】A

【解析】A. 方程 $x^2 + xy = x \Leftrightarrow x(x + y - 1) = 0$ ，即 $x = 0$ 和 $x + y - 1 = 0$ 表示两条直线，

故 A 正确；

B. 若方程表示焦点在 x 轴的椭圆，则 $\begin{cases} 10-m > m-2 > 0 \\ (10-m)-(m-2)=4 \end{cases}$ ，解得 $m = 4$ ，

若方程表示焦点在 y 轴的椭圆时，则 $\begin{cases} m-2 > 10-m > 0 \\ (m-2)-(10-m)=4 \end{cases}$ ，解得 $m = 8$ ，

所以 $m = 4$ 或 $m = 8$ ，故 B 不正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/246031011025010123>