2023-2024学年贵州省凯里市一中高三零诊考试数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．羽毛球混合双打比赛每队由一男一女两名运动员组成. 某班级从3名男生A_1，A_2，A_3和3名女生B_1，B_2，B_3中各随机选出两名，把选出的4人随机分成两队进行羽毛球混合双打比赛，则A_1和B_1两人组成一队参加比赛的概率为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{4}{9}$

2．已知x，y满足条件$\begin{cases} x\geq 0,\ y\geq 0 \\ y\leq x \\ 2x+y+k\leq 0 \end{cases}$（$k$为常数），若目标函数$z=3x+y$的最大值为9，则$k=$（　　）

A．-16　　B．-6　　C．$-\frac{27}{4}$　　D．$\frac{27}{4}$

3．已知向量$\vec{a}=(m,1),\ \vec{b}=(3,m-2)$，则$m=3$是$\vec{a}//\vec{b}$的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．既不充分也不必要条件　　D．充要条件

4．胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形．研究发现，该金字塔底面周长除以2倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率$\frac{355}{113}\approx\pi$．设胡夫金字塔的高为$h$，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

A．$(4\pi+\frac{\sqrt{2\pi^2+4}}{2})h$　　B．$(2\pi+\frac{\sqrt{\pi^2+16}}{4})h$

C．$(8\pi+4\sqrt{2\pi^2+1})h$　　D．$(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$

5．已知定义在R上的奇函数$f(x)$满足$f(x+1)=f(1-x)$，且当$x\in[0,1]$时，$f(x)=2^x-m$，则$f(2019)=$（　　）

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

6．赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约公元222年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，又称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由4

个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的，如图（1)），类比“赵爽弦图”，可类似地构造如图（2）所示的图形，它是由6个全等的三角形与中间的一个小正六边形组成的一个大正六边形，设 $A'F'=2F'A$ ，若在大正六边形中随机取一点，则此点取自小正六边形的概率为（　　）

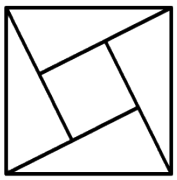


图1

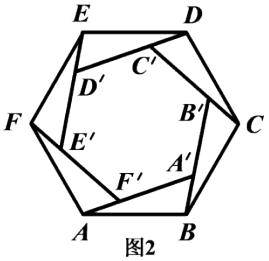


图2

A．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B．$\frac{4}{13}$

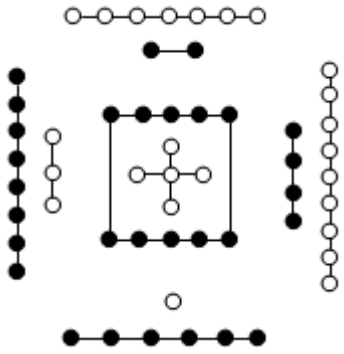
C．$\frac{2\sqrt{7}}{7}$　　D．$\frac{4}{7}$

7．我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有蒲生一日，长三尺莞生一日，长一尺蒲生日自半，莞生日自倍.问几何日而长倍？”意思是：“今有蒲草第1天长高3尺，莞草第1天长高1尺以后，蒲草每天长高前一天的一半，莞草每天长高前一天的2倍.问第几天莞草是蒲草的二倍？”你认为莞草是蒲草的二倍长所需要的天数是（　　）

（结果采取“只入不舍”的原则取整数，相关数据：$\lg 3\approx 0.4771$，$\lg 2\approx 0.3010$）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

8.《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中.如图，白圈为阳数，黑点为阴数.若从这10个数中任取3个数，则这3个数中至少有2个阳数且能构成等差数列的概率为（　）



A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{20}$　　C．$\frac{1}{12}$　　D．$\frac{3}{40}$

9．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，$AD=\sqrt{2}$，$AA_1=\sqrt{3}$，则直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为（　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{5}$

10．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x}$，$g\left(x\right)=xe^{-x}$.若存在 $x_1\in\left(0,+\infty\right)$，$x_2\in R$ 使得 $f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=k\left(k<0\right)$ 成立，则

$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 e^k$ 的最大值为（　　）

A．e^2　　**B**．e

C．$\frac{4}{e^2}$　　**D**．$\frac{1}{e^2}$

11．i是虚数单位，复数 $z=1-i$ 在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　**B**．第二象限　　**C**．第三象限　　**D**．第四象限

12．一场考试需要2小时，在这场考试中钟表的时针转过的弧度数为（　　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　**B**．$-\frac{\pi}{3}$　　**C**．$\frac{2\pi}{3}$　　**D**．$-\frac{2\pi}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若曲线 $f(x)=ae^x-\ln x$（其中常数 $a\neq 0$）在点 $(1,f(1))$ 处的切线的斜率为1，则 $a=$_____.

14．已知 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\frac{4}{5}$，那么 $\tan\alpha\cdot\sin\alpha=$_____.

15．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过点 F_1 的直线与双曲线的左，右两支分别交于 A，B 两点，若 $|AB|=|AF_2|$，$\cos\angle BAF_2=\frac{7}{8}$，则双曲线 C 的离心率为_____.

16．$(2x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在平面直角坐标系 xOy 中，将曲线 $C_1:\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）通过伸缩变换 $\begin{cases}x'=2x\\ y'=y\end{cases}$，得到曲线 C_2，设直线 $l:\begin{cases}x=2+t\cos\alpha\\ y=\sqrt{3}+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数)与曲线 C_2 相交于不同两点 A，B.

（1）若 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，求线段 AB 的中点 M 的坐标；

（2）设点 $P\left(2,\sqrt{3}\right)$，若 $|PA|\cdot|PB|=|OP|^2$，求直线 l 的斜率.

18．（12分）已知点 $M(x_0,y_0)$ 为椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上任意一点，直线 $l:x_0x+2y_0y=2$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=6$ 交于 A，B 两点，点 F 为椭圆 C 的左焦点.

（1）求证：直线 l 与椭圆 C 相切；

（2）判断 $\angle AFB$ 是否为定值，并说明理由.

19．（12分）

某调查机构对某校学生做了一个是否同意生“二孩”抽样调查，该调查机构从该校随机抽查了 100 名不同性别的学生，调查统计他们是同意父母生“二孩”还是反对父母生“二孩”，现已得知 100 人中同意父母生“二孩”占 60%，统计情况如下表：

	同意	不同意	合计
男生	*a*	5	
女生	40	*d*	
合计			100

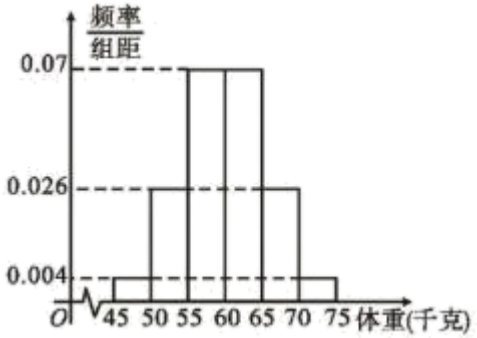
（1）求 *a*，*d* 的值，根据以上数据，能否有 97.5%的把握认为是否同意父母生“二孩”与性别有关?请说明理由；

（2）将上述调查所得的频率视为概率，现在从所有学生中，采用随机抽样的方法抽取 4 位学生进行长期跟踪调查，记被抽取的 4 位学生中持“同意”态度的人数为 *X*，求 *X* 的分布列及数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(k^2\geq k_0)$	0.15	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

20.（12 分）某学校为了解全校学生的体重情况，从全校学生中随机抽取了 100 人的体重数据，得到如下频率分布直方图，以样本的频率作为总体的概率.



（1）估计这 100 人体重数据的平均值 μ 和样本方差 σ^2；(结果取整数，同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

（2）从全校学生中随机抽取 3 名学生，记 X 为体重在 $[55,65)$ 的人数，求 X 的分布列和数学期望；

（3）由频率分布直方图可以认为，该校学生的体重 Y 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.若

$P(\mu-2\sigma\leq Y<p+2\sigma)>0.9544$，则认为该校学生的体重是正常的.试判断该校学生的体重是否正常?并说明理由.

21.（12 分）中国古建筑中的窗饰是艺术和技术的统一体，给人于美的享受．如图（1）为一花窗；图（2）所示是一扇窗中的一格，呈长方形，长 30 cm，宽 26

cm，其内部窗芯（不含长方形边框）用一种条形木料做成，由两个菱形和六根支条构成，整个窗芯关于长方形边框的两条对称轴成轴对称．设菱形的两条对角线长分别为 x cm 和 y cm，窗芯所需条形木料的长度之和为 L．

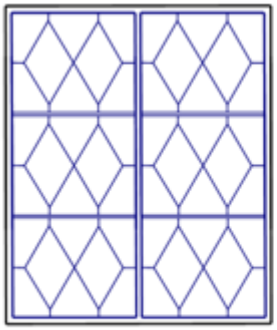


图 1

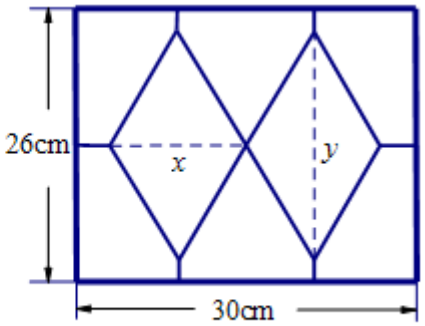


图 2

（1）试用 x，y 表示 L；

（2）如果要求六根支条的长度均不小于 2 cm，每个菱形的面积为 130 cm^2，那么做这样一个窗芯至少需要多长的条形木料（不计榫卯及其它损耗）？

22．（10 分）设前 n 项积为 T_n 的数列 $\{a_n\}$，$a_n=\lambda-T_n$（λ 为常数），且 $\left\{\dfrac{1}{T_n}\right\}$ 是等差数列．

（Ⅰ）求 λ 的值及数列 $\{T_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 S_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且 $b_n=(2n+3)T_n$，求 $S_{2n}-S_n-2n$ 的最小值．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据组合知识，计算出选出的 4 人分成两队混合双打的总数为 $\dfrac{C_3^2C_3^2C_2^1C_2^1}{A_2^2}$，然后计算 A_1 和 B_1 分在一组的数目为 $C_2^1C_2^1$，最后简单计算，可得结果．

【详解】

由题可知：

分别从 3 名男生、3 名女生中选 2 人 ： $C_3^2C_3^2$

将选中 2 名女生平均分为两组：$\frac{C_2^1C_1^1}{A_2^2}$

将选中 2 名男生平均分为两组：$\frac{C_2^1C_1^1}{A_2^2}$

则选出的 4 人分成两队混合双打的总数为：

$$C_3^2C_3^2\frac{C_2^1C_1^1}{A_2^2}\frac{C_2^1C_1^1}{A_2^2}A_2^2=\frac{C_3^2C_3^2C_2^1C_2^1}{A_2^2}=18$$

A_1和B_1分在一组的数目为$C_2^1C_2^1=4$

所以所求的概率为$\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$

故选：B

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用，对平均分组的问题要掌握公式，比如：平均分成m组，则要除以A_m^m，即$m!$，审清题意，细心计算，考验分析能力，属中档题.

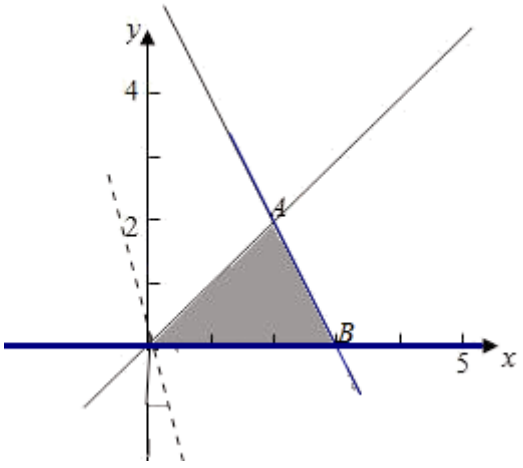
2、B

【解析】

由目标函数$z=3x+y$的最大值为 9，我们可以画出满足条件 件$\begin{cases}x\geq 0,y\geq 0\\ y\leq x\\ 2x+y+k\geq 0\end{cases}$（$k$为常数）的可行域，根据目标函数的解析式形式，分析取得最优解的点的坐标，然后根据分析列出一个含参数k的方程组，消参后即可得到k的取值.

【详解】

画出x，y满足的$\begin{cases}x\geq 0,y\geq 0\\ y\leq x\\ 2x+y+k\geq 0\end{cases}$（$k$为常数）可行域如下图：



由于目标函数 $z=3x+y$ 的最大值为 9，

可得直线 $y=0$ 与直线 $9=3x+y$ 的交点 $B(3,0)$，

使目标函数 $z=x+3y$ 取得最大值，

将 $x=3$，$y=0$ 代入 $2x+y+k=0$ 得：$k=-6$．

故选：B．

【点睛】

如果约束条件中含有参数，我们可以先画出不含参数的几个不等式对应的平面区域，分析取得最优解是哪两条直线的交点，然后得到一个含有参数的方程（组），代入另一条直线方程，消去 x，y 后，即可求出参数的值．

3、A

【解析】

向量 $\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(3,\ m-2)$，$\vec{a}//\vec{b}$，则 $3=m(m-2)$，即 $m^2-2m-3=0$，$m=3$ 或者-1，判断出即可．

【详解】

解：向量 $\vec{a}=(m,1)$，$\vec{b}=(3,m-2)$，

$\vec{a}//\vec{b}$，则 $3=m(m-2)$，即 $m^2-2m-3=0$，

$m=3$ 或者-1，

所以 $m=3$ 是 $m=3$ 或者 $m=-1$ 的充分不必要条件，

故选：A．

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查向量平行的坐标表示，属于基础题．

4、D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为 a，由题可得 $\frac{4a}{2h}=\pi$，所以 $a=\frac{\pi h}{2}$，

该金字塔的侧棱长为 $\sqrt{h^2+(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=\sqrt{h^2+\frac{\pi^2h^2}{8}}=\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}$，

所以需要灯带的总长度约为 $4\times\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}+4\times\frac{\pi h}{2}=(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$，故选 D．

5、B

【解析】

根据 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，并且 $f(x+1)=f(1-x)$，便可推出 $f(x+4)=f(x)$，即 $f(x)$ 的周期为 4，而由 x

∈[0，1]时，f（x）=2^x-m 及f（x）是奇函数，即可得出f（0）=1-m=0，从而求得 m=1，这样便可得出f（2019）=f（-1）=-f（1）=-1.

【详解】

∵ $f\left(x\right)$是定义在 R 上的奇函数，且 $f\left(x+1\right)=f\left(1-x\right)$；

∴ $f(x+2)=f(-x)=-f(x)$；

∴ $f(x+4)=f(x)$；

∴ $f\left(x\right)$的周期为 4；

∵ $x\in[0,1]$时， $f(x)=2^x-m$；

∴由奇函数性质可得 $f(0)=1-m=0$；

∴ $m=1$；

∴ $x\in[0,1]$时， $f(x)=2^x-1$；

∴ $f(2019)=f(-1+505\times4)=f(-1)=-f(1)=-1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和周期性求值，此类问题一般根据条件先推导出周期，利用函数的周期变换来求解，考查理解能力和计算能力，属于中等题.

6、D

【解析】

设 $AF'=a$，则 $A'F'=2a$，小正六边形的边长为 $A'F'=2a$，利用余弦定理可得大正六边形的边长为 $AB=\sqrt{7}a$，再利用面积之比可得结论.

【详解】

由题意，设 $AF'=a$，则 $A'F'=2a$，即小正六边形的边长为 $A'F'=2a$，

所以， $FF'=3a$， $\angle AF'F=\dfrac{\pi}{3}$，在 $\Delta AF'F$ 中，

由余弦定理得 $AF^2=AF'^2+FF'^2-2AF'\cdot FF'\cdot\cos\angle AF'F$，

即 $AF^2=a^2+\left(3a\right)^2-2a\cdot3a\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}$，解得 $AF=\sqrt{7}a$，

所以，大正六边形的边长为 $AF=\sqrt{7}a$，

所以，小正六边形的面积为 $S_1=\frac{1}{2}\times 2a\times 2a\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2+2a\times 2\sqrt{3}a=6\sqrt{3}a^2$，

大正六边形的面积为 $S_2=\frac{1}{2}\times\sqrt{7}a\times\sqrt{7}a\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2+\sqrt{7}a\times\sqrt{21}a=\frac{21\sqrt{3}}{2}a^2$，

所以，此点取自小正六边形的概率 $P=\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{7}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查概率的求法，考查余弦定理、几何概型等基础知识，考查运算求解能力，属于基础题.

7、C

【解析】

由题意可利用等比数列的求和公式得莞草与蒲草 n 天后长度，进而可得：$2\times\frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\frac{2^n-1}{2-1}$，解出即可得出.

【详解】

由题意可得莞草与蒲草第 n 天的长度分别为 $a_n=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, b_n=1\times 2^{n-1}$

据题意得：$2\times\frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}=\frac{2^n-1}{2-1}$， 解得 $2^n=12$，

$\therefore n=\frac{lg12}{lg2}=2+\frac{lg3}{lg2}\approx 1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

8、C

【解析】

先根据组合数计算出所有的情况数，再根据“3 个数中至少有 2 个阳数且能构成等差数列”列举得到满足条件的情况，由此可求解出对应的概率.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/247066155033006161