2024 届南京市钟英中学高考模拟卷（一）数学试题试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若直线□不平行于平面□，且□ ⊄ □，则（　　）

A．□内所有直线与□异面

B．□内只存在有限条直线与□共面

C．□内存在唯一的直线与□平行

D．□内存在无数条直线与□相交

2．已知角 α 的终边经过点 $(3,-4)$,则 $\sin\alpha+\dfrac{1}{\cos\alpha}=$

A．$-\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{37}{15}$

C．$\dfrac{37}{20}$　　D．$\dfrac{13}{15}$

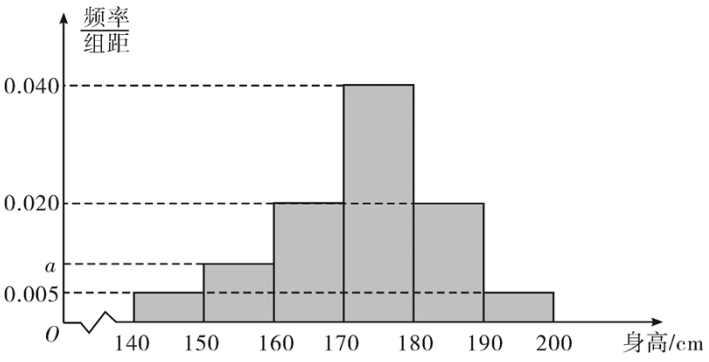
3．若点(2，k)到直线 5x-12y+6=0 的距离是 4，则 k 的值是(　　)

A．1　　B．-3　　C．1 或 $\dfrac{5}{3}$　　D．-3 或 $\dfrac{17}{3}$

4．设集合 $M=\left\{x\middle|x^2+3x+2>0\right\}$，集合 $N=\{x\,|\,(\dfrac{1}{2})^x\le 4\}$ ，则 $M\cup N=$（　　）

A．$\left\{x\middle|x\ge -2\right\}$　　B．$\left\{x\middle|x>-1\right\}$　　C．$\left\{x\middle|x\le -2\right\}$　　D．R

5．从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

A．171.25cm　　B．172.75cm

C．173.75cm　　D．175cm

6．已知$\vec{a},\vec{b}$是平面内互不相等的两个非零向量,且$|\vec{a}|=1,\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{b}$的夹角为$150°$,则$|\vec{b}|$的取值范围是（　）

A．$(0,\sqrt{3}]$　　B．$[1,\sqrt{3}]$　　C．$(0,2]$　　D．$[\sqrt{3},2]$

7．设全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\mid\log_2(4-x)\le1\}$，$B=\{x\mid(x-3)(x-5)>0\}$，则$(\complement_U B)\cap A=$（　　）

A．$[2,5]$　　B．$[2,3]$　　C．$[2,4)$　　D．$[3,4)$

8．若复数z满足$(1+i)\bar{z}=1+2i$，则$|z|=$(　　)

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

9．已知$a,b\in\mathbf{R}$，$3+ai=b-(2a-1)i$，则$|3a+bi|=$（　　）

A．$\sqrt{10}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．3　　D．4

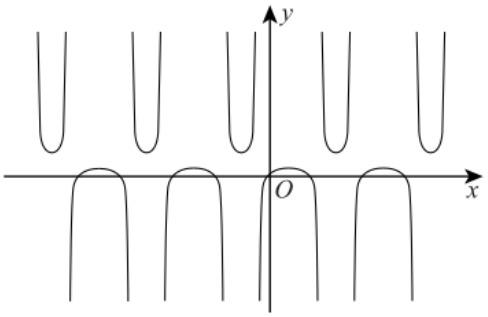
10．点P为棱长是2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的内切球O球面上的动点，点M为B_1C_1的中点，若满足$DP\perp BM$，则动点P的轨迹的长度为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　C．$\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　D．$\frac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

11．某校8位学生的本次月考成绩恰好都比上一次的月考成绩高出50分，则以该8位学生这两次的月考成绩各自组成样本，则这两个样本不变的数字特征是（　　）

A．方差　　B．中位数　　C．众数　　D．平均数

12．已知函数$f(x)=\frac{\sin x}{1+2\sin x}$的部分图象如图所示，将此图象分别作以下变换，那么变换后的图象可以与原图象重合的变换方式有（　　）



①绕着x轴上一点旋转$180°$；

②沿x轴正方向平移;

③以x轴为轴作轴对称;

④以x轴的某一条垂线为轴作轴对称.

A．①③　　B．③④　　C．②③　　D．②④

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°, AB=4, AD=2$，$E$ 为边 CD 上一点（不 C、D 与重合），将平行四边形 $ABCD$ 沿 BE 折起，使五点 A,B,C,D,E 均在一个球面上，当四棱锥 $C-ABED$ 体积最大时，球的表面积为_____.

14．设 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x\in(-2,0]$ 时，$f(x)=-x(x+2)$；当 $x\in[2,+\infty)$ 时，$f(x)=(a-x)(x-2)$．关于函数 $g(x)=f(x)-m$ 的零点，有下列三个命题：

①当 $a=4$ 时，存在实数 **m**，使函数 $g(x)$ 恰有 5 个不同的零点；

②若 $\forall m\in[0,1]$，函数 $g(x)$ 的零点不超过 4 个，则 $a\le 2$；

③对 $\forall m\in(1,+\infty)$，$\exists a\in(4,+\infty)$，函数 $g(x)$ 恰有 4 个不同的零点，且这 4 个零点可以组成等差数列．

其中，正确命题的序号是_____.

15．在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，***A***，***B*** 为 ***x*** 轴正半轴上的两个动点，***P***（异于原点 ***O***）为 ***y*** 轴上的一个定点．若以 ***AB*** 为直径的圆与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 相外切，且 $\angle APB$ 的大小恒为定值，则线段 ***OP*** 的长为_____.

16．某高校开展安全教育活动，安排 6 名老师到 4 个班进行讲解，要求 1 班和 2 班各安排一名老师，其余两个班各安排两名老师，其中刘老师和王老师不在一起，则不同的安排方案有_____种.

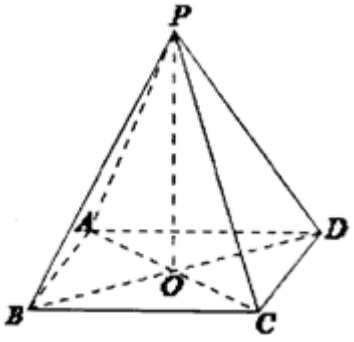
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t,\\ y=4-\sqrt{3}t\end{cases}$（$t$ 为参数），圆 C 的方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求 l 和 C 的极坐标方程；

（2）过 O 且倾斜角为 α 的直线与 l 交于点 A，与 C 交于另一点 B，若 $\frac{\pi}{6}\le\alpha\le\frac{5\pi}{12}$，求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的取值范围.

18．（12 分）如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, 四条侧棱长均相等.



（1）求证：AB P平面 PCD；

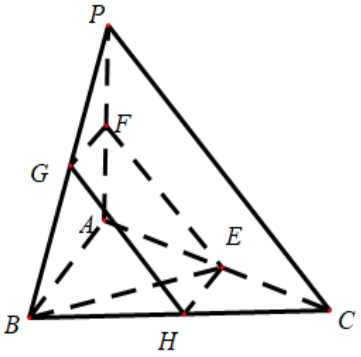
（2）求证：平面 $PAC \perp$ 平面 $ABCD$.

19.（12 分）已知函数 $f(x)=|x-3|+|x-1|$.

（1）若不等式 $f(x) \le x+m$ 有解，求实数 m 的取值范围；

（2）函数 $f(x)$ 的最小值为 n，若正实数 a，b，c 满足 $a+b+c=n$，证明：$4ab+bc+ac \ge 8abc$.

20.（12 分）如图，已知在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA \perp$ 平面 ABC，E，F，G 分别为 AC，PA，PB 的中点，且 $AC=2BE$.



（1）求证：$PB \perp BC$；

（2）设平面 EFG 与 BC 交于点 H，求证：H 为 BC 的中点.

21.（12 分）在国家“大众创业，万众创新”战略下，某企业决定加大对某种产品的研发投入.为了对新研发的产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格试销，得到一组检测数据如表所示:

试销价格 x (元)	4	5	6	7	8	9
产品销量 y (件)	89	83	82	79	74	67

已知变量 x,y 且有线性负相关关系，现有甲、乙、丙三位同学通过计算求得回归直线方程分别为:甲 $\hat{y}=4x+53$；乙 $\hat{y}=-4x+105$；丙 $\hat{y}=-4.6x+104$，其中有且仅有一位同学的计算结果是正确的.

（1）试判断谁的计算结果正确？

（2）若由线性回归方程得到的估计数据与检测数据的误差不超过 1，则称该检测数据是“理想数据”，现从检测数据中随机抽取 3 个，求“理想数据”的个数 X 的分布列和数学期望.

22.（10 分）已知 a,b,c 均为正实数，函数 $f(x)=\left|x+\frac{1}{a^2}\right|+\left|x-\frac{1}{b^2}\right|+\frac{1}{4c^2}$ 的最小值为 1.证明：

（1）$a^2+b^2+4c^2\geq 9$；

（2）$\frac{1}{ab}+\frac{1}{2bc}+\frac{1}{2ac}\leq 1$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

通过条件判断直线□与平面□相交，于是可以判断 ABCD 的正误.

【详解】

根据直线□不平行于平面□，且□ ⊄ □可知直线□与平面□相交，于是 ABC 错误，故选 D.

【点睛】

本题主要考查直线与平面的位置关系，直线与直线的位置关系，难度不大.

2、D

【解析】

因为角α的终边经过点$(3,-4)$,所以$r=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$,则$\sin\alpha=-\frac{4}{5},\cos\alpha=\frac{3}{5}$,

即$\sin\alpha+\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{13}{15}$.故选 *D*.

3、D

【解析】

由题得$\frac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k 的值.

【详解】

由题得$\frac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 k=-3 或$\frac{17}{3}$.

故答案为：D

【点睛】

(1)本题主要考查点到直线的距离公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和计算推理能力.(2) 点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 $l:Ax+By+C=0$ 的距离 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

4、D

【解析】

试题分析： 由题 $M=\{x|x^2+3x+2\rangle 0\}=\{x|x\langle -2或x\rangle -1\}$，

$N=\left\{x|(\dfrac{1}{2})^x\le 4\right\}=\left\{x|(\dfrac{1}{2})^x\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\right\}=N=\{x|x\ge -2\}$，$\therefore M\cup N=R$，选 **D**

考点：集合的运算

5、C

【解析】

由题可得 $(0.005\times 2+a+0.020\times 2+0.040)\times 10=1$，解得 $a=0.010$，

则 $(0.005+0.010+0.020)\times 10=0.35$， $0.35+0.040\times 10=0.75>0.5$，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为 $170+\dfrac{0.5-0.35}{10\times 0.040}\times 10=173.75(\text{cm})$，故选 **C**.

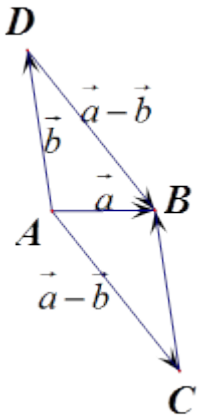
6、C

【解析】

试题分析： 如下图所示，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 则 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}=\vec{a}-\vec{b}$，因为 $\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $150°$，即 $\angle DAB=150°$，

所以 $\angle ADB=30°$，设 $\angle DBA=\theta$，则 $0<\theta<150°$，在三角形 ABD 中，由正弦定理得 $\dfrac{|\vec{a}|}{\sin 30°}=\dfrac{|\vec{b}|}{\sin\theta}$，所以

$|\vec{b}|=\dfrac{|\vec{a}|}{\sin 30°}\times\sin\theta=2\sin\theta$，所以 $0<|\vec{b}|\le 2$，故选 **C**.



考点：1．向量加减法的几何意义；2．正弦定理；3．正弦函数性质.

7、D

【解析】

求解不等式，得到集合 A，B，利用交集、补集运算即得解

【详解】

由于 $\log_2(4-x)\le 1\therefore 2\le x<4$

故集合 $A=[2,4)$

$(x-3)(x-5)>0\therefore x<3$ 或 $x>5$

故集合 $B=(-\infty,3)\cup(5,+\infty)$

$\therefore\ (\complement_U B)\cap A=[3,4)$

故选：D

【点睛】

本题考查了集合的交集和补集混合运算，考查了学生概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

8、C

【解析】

化简得到 $\overline{z}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，$z=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$，再计算复数模得到答案.

【详解】

$(1+i)\overline{z}=1+2i$，故 $\overline{z}=\frac{1+2i}{1+i}=\frac{(1+2i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{-1+3i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，

故 $z=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$，$|z|=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了复数的化简，共轭复数，复数模，意在考查学生的计算能力.

9、A

【解析】

根据复数相等的特征，求出 $3a$ 和 b，再利用复数的模公式，即可得出结果.

【详解】

因为 $3+ai=b-(2a-1)i$，所以 $\begin{cases}b=3,\\-(2a-1)=a,\end{cases}$，

解得 $\begin{cases} b=3, \\ 3a=1, \end{cases}$

则 $|3a+bi|=|1+3i|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查相等复数的特征和复数的模，属于基础题.

10、C

【解析】

设 B_1B 的中点为 H ，利用正方形和正方体的性质，结合线面垂直的判定定理可以证明出 $BM\perp$ 平面 DCH ，这样可以确定动点 P 的轨迹，最后求出动点 P 的轨迹的长度.

【详解】

设 B_1B 的中点为 H ，连接 CH,DH ，因此有 $CH\perp BM$ ，而 $DC\perp MB$ ，而 $DC,CH\subset$ 平面 CDH ，

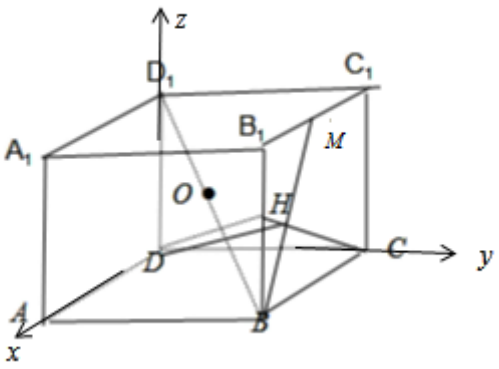
$DC\cap CH=C$ ，因此有 $BM\perp$ 平面 DCH ，所以动点 P 的轨迹平面 DCH 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 的交线. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，所以内切球 O 的半径为 $R=1$ ，建立如下图所示的以 D 为坐标原点的空间直角坐标系：

因此有 $O(1,1,1),C(0,2,0),H(2,2,1)$ ，设平面 DCH 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$ ，所以有

$\begin{cases} \vec{m}\perp\overrightarrow{DC} \\ \vec{m}\perp\overrightarrow{DH} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DH}=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 2y=0 \\ 2x+2y+z=0 \end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(1,0,-2)$ ，因此 O 到平面 DCH 的距离为： $d=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ，

所以截面圆的半径为： $r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ ，因此动点 P 的轨迹的长度为 $2\pi r=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\pi$.

故选：C



【点睛】

本题考查了线面垂直的判定定理的应用，考查了立体几何中轨迹问题，考查了球截面的性质，考查了空间想象能力和数学运算能力.

11、A

【解析】

通过方差公式分析可知方差没有改变，中位数、众数和平均数都发生了改变.

【详解】

由题可知，中位数和众数、平均数都有变化.

本次和上次的月考成绩相比，成绩和平均数都增加了 **50**，所以$(x_n-\bar{x})^2$没有改变，

根据方差公式$S^2=\frac{1}{8}[(x_1-\bar{x})^2+\cdots+(x_8-\bar{x})^2]$可知方差不变.

故选：**A**

【点睛】

本题主要考查样本的数字特征，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

12、D

【解析】

计算得到$f\left(x+2k\pi\right)=f\left(x\right)$，$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$，故函数是周期函数，轴对称图形，故②④正确，根据图像知①③错误，得到答案.

【详解】

$f\left(x\right)=\frac{\sin x}{1+2\sin x}$，$f\left(x+2k\pi\right)=\frac{\sin\left(x+2k\pi\right)}{1+2\sin\left(x+2k\pi\right)}=\frac{\sin x}{1+2\sin x}=f\left(x\right)$，$k\in Z$，

当沿x轴正方向平移$2k\pi,k\in Z$个单位时，重合，故②正确；

$$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{1+2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{\cos x}{1+2\cos x},\quad f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}{1+2\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}=\frac{\cos x}{1+2\cos x},$$

故$f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$，函数关于$x=\frac{\pi}{2}$对称，故④正确；

根据图像知：①③不正确；

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据函数图像判断函数性质，意在考查学生对于三角函数知识和图像的综合应用.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\frac{52\pi}{3}$

【解析】

依题意可得 A 、 B 、 E 、 D 四点共圆，即可得到 $\angle BED=120^{\circ}$，从而得到三角形 BCE 为正三角形，利用余弦定理可得 AE，且 $AE\perp BE$，要使四棱锥 $C-ABED$ 体积最大，当且仅当面 $BCE\perp$ 面 $ABED$ 时体积取得最大值，利用正弦定理求出 ΔBCE 的外接圆的半径，再又可证 $AE\perp$ 面 BCE，则外接球的半径 $R=\sqrt{r^2+\left(\frac{AE}{2}\right)^2}$，即可求出球的表面积；

【详解】

解：依题意可得 A 、 B 、 E 、 D 四点共圆，

所以 $\angle BED+\angle BAD=180^{\circ}$

因为 $\angle BAD=60°$，

所以 $\angle BED=120^{\circ}$， $\angle BEC=60^{\circ}$，

所以三角形 BCE 为正三角形，则 $BE=BC=2$， $\angle CBE=60^{\circ}$， $\angle ABE=60^{\circ}$

利用余弦定理得 $AE^2=AB^2+BE^2-2AB\cdot BE\cdot\cos\angle ABE$

即 $AE^2=4^2+2^2-2\times4\times2\cos60^{\circ}$，解得 $AE=2\sqrt{3}$，则 $AE^2+BE^2=AB^2$

所以 $AE\perp BE$，

当面 $BCE\perp$ 面 $ABED$ 时，V_{C-ABED} 取得最大，

所以 ΔBCE 的外接圆的半径 $r=\frac{2}{2\sin60^{\circ}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，

又面 $BCE\perp$ 面 $ABED$， $AE\perp BE$，且面 BCE | 面 $ABED=BE$， $AE\subset$ 面 $ABED$

所以 $AE\perp$ 面 BCE，

所以外接球的半径 $R=\sqrt{r^2+\left(\frac{AE}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{4}{3}+3}=\sqrt{\frac{13}{3}}$

所以 $S=4\pi R^2=4\pi\times\frac{13}{3}=\frac{52}{3}\pi$

故答案为：$\frac{52}{3}\pi$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/248000125131006116