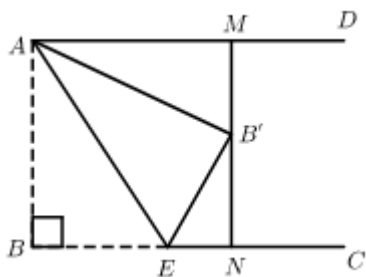


考向 5.13 四边形背景下的折叠问题

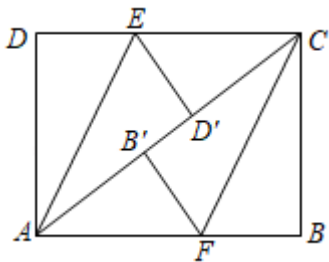
基础练

一、单选题

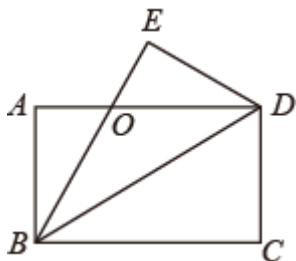
1. (2021·内蒙古通辽·中考真题) 如图, 已知 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB=3$, 点 E 为射线 BC 上一个动点, 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 落在点 B' 处, 过点 B' 作 AD 的垂线, 分别交 AD , BC 于 M , N 两点, 当 B' 为线段 MN 的三等分点时, BE 的长为 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ D. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 或 $\frac{3}{5}\sqrt{5}$
2. (2021·贵州遵义·中考真题) 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 的两个直角进行折叠, 使 CB , AD 恰好落在对角线 AC 上, B' , D' 分别是 B , D 的对应点, 折痕分别为 CF , AE . 若 $AB=4$, $BC=3$, 则线段 $B'D'$ 的长是 ()

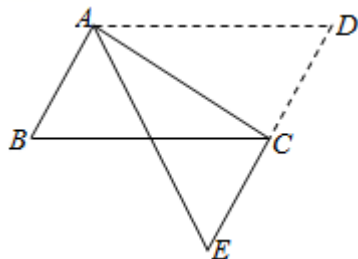


- A. $\frac{5}{2}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 1
3. (2021·辽宁丹东·中考真题) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 连接 BD , 将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 折叠得到 $\triangle BDE$, BE 交 AD 于点 O , BE 恰好平分 $\angle ABD$, 若 $AB=2\sqrt{3}$, 则点 O 到 BD 的距离为 ()



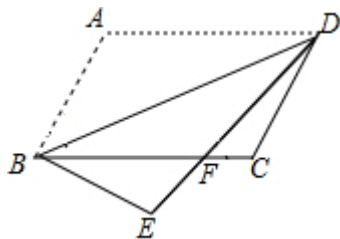
- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ D. 3

4. (2019·海南·中考真题)如图,在 $\square ABCD$ 中,将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折叠后,点 D 恰好落在 DC 的延长线上的点 E 处.若 $\angle B=60^\circ$, $AB=3$,则 $\triangle ADE$ 的周长为()



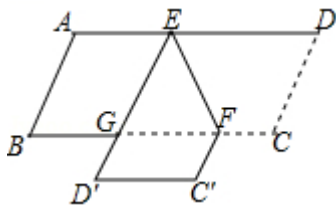
- A. 12 B. 15 C. 18 D. 21

5. (2018·甘肃兰州·中考真题)如图,将 $\square ABCD$ 沿对角线 BD 折叠,使点 A 落在点 E 处,交 BC 于点 F ,若 $\angle ABD=48^\circ$, $\angle CFD=40^\circ$,则 $\angle E$ 为()



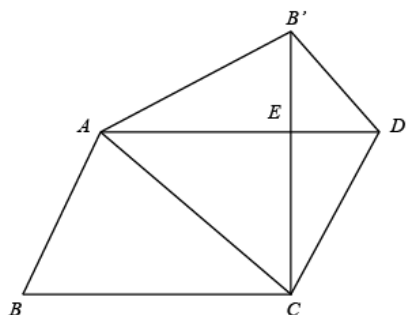
- A. 102° B. 112° C. 122° D. 92°

6. (2017·广东广州·中考真题)如图, E, F 分别是 $\square ABCD$ 的边 AD, BC 上的点, $EF=6$, $\angle DEF=60^\circ$,将四边形 $EFCD$ 沿 EF 翻折,得到 $EFC'D'$, ED' 交 BC 于点 G ,则 $\triangle GEF$ 的周长为()



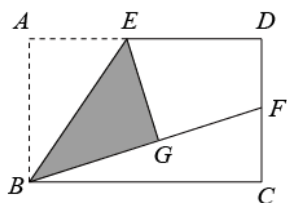
- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

7. (2021·江苏苏州·中考真题)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 所在的直线翻折得到 $\triangle AB'C$, $B'C$ 交 AD 于点 E ,连接 $B'D$,若 $\angle B=60^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$, $AC=\sqrt{6}$,则 $B'D$ 的长是()



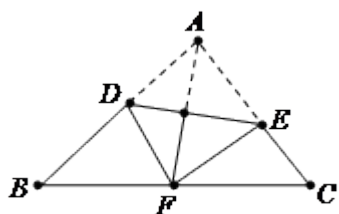
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

8. (2012·贵州遵义·中考真题)如图,矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点,将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$, 延长 BG 交 CD 于 F 点,若 $CF=1$, $FD=2$,则 BC 的长为 ()



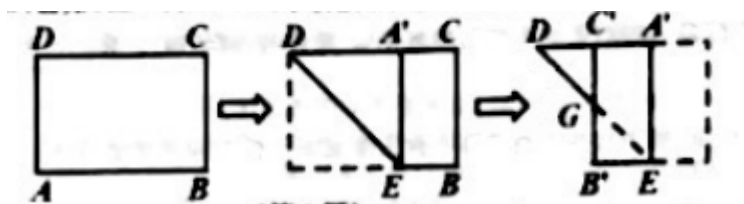
- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{3}$

9. (2008·黑龙江牡丹江·中考真题)如图,将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠,使点 A 与 BC 边的中点 F 重合,下列结论中: ① $EF \parallel AB$ 且 $EF = \frac{1}{2} AB$; ② $\angle BAF = \angle CAF$; ③ $S_{\text{四边形}ADFE} = \frac{1}{2} AF \cdot DE$; ④ $\angle BDF + \angle FEC = 2\angle BAC$, 正确的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

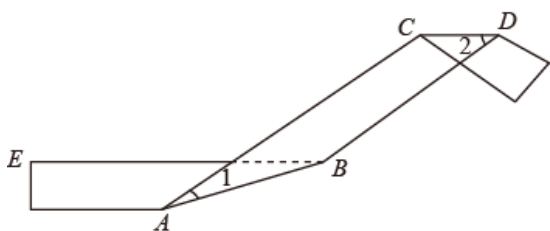
10. (2017·浙江舟山·中考真题)一张矩形纸片 $ABCD$, 已知 $AB=3$, $AD=2$, 小明按下图步骤折叠纸片, 则线段 DG 长为 ()



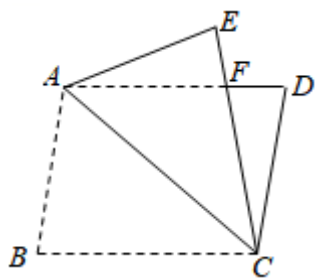
- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

二、填空题

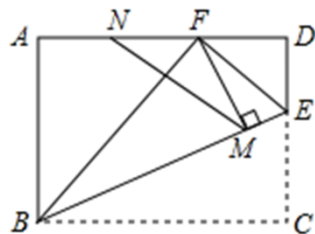
11. (2021·湖南湘西·中考真题) 如图, 将一条对边互相平行的纸带进行两次折叠, 折痕分别为 AB 、 CD , 若 $CD \parallel BE$, $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____.



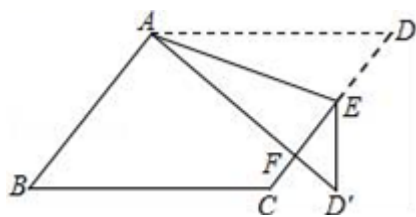
12. (2021·江西·中考真题) 如图, 将 $\square ABCD$ 沿对角线 AC 翻折, 点 B 落在点 E 处, CE 交 AD 于点 F , 若 $\angle B = 80^\circ$, $\angle ACE = 2\angle ECD$, $FC = a$, $FD = b$, 则 $\square ABCD$ 的周长为_____.



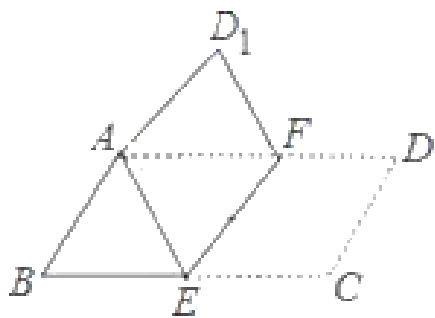
13. (2020·山东淄博·中考真题) 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, E 为边 CD 上一点. 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 所在的直线折叠, 点 C 恰好落在 AD 边上的点 F 处, 过点 F 作 $FM \perp BE$, 垂足为点 M , 取 AF 的中点 N , 连接 MN , 则 $MN =$ _____ cm .



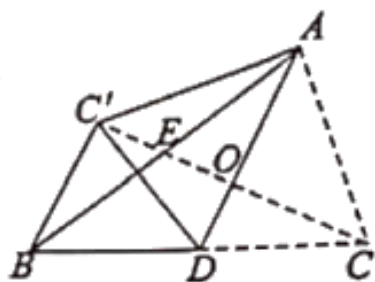
14. (2016·湖北武汉·中考真题) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 为边 CD 上一点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠至 $\triangle AD'E$ 处, AD' 与 CE 交于点 F . 若 $\angle B = 52^\circ$, $\angle DAE = 20^\circ$, 则 $\angle FED'$ 的大小为_____.



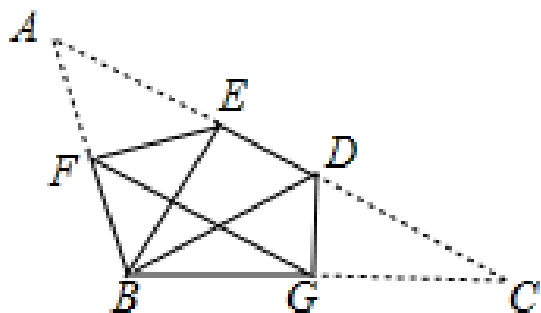
15. (2016·湖南常德·中考真题) 如图, 把平行四边形 $ABCD$ 折叠, 使点 C 与点 A 重合, 这时点 D 落在 D_1 , 折痕为 EF , 若 $\angle BAE = 55^\circ$, 则 $\angle D_1AD =$ ____.



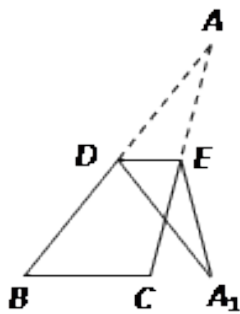
16. (2021·重庆·中考真题) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 为边 BC 的中点, 连接 AD , 将 $\triangle ADC$ 沿直线 AD 翻折至 $\triangle ABC$ 所在平面内, 得 $\triangle ADC'$, 连接 CC' , 分别与边 AB 交于点 E , 与 AD 交于点 O . 若 $AE = BE$, $BC' = 2$, 则 AD 的长为 ____.



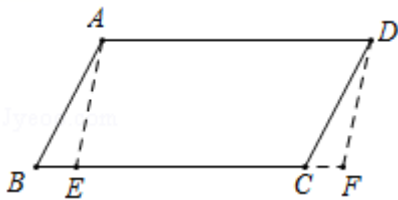
17. (2019·辽宁朝阳·中考真题) 如图, 把三角形纸片折叠, 使点 A 、点 C 都与点 B 重合, 折痕分别为 EF , DG , 得到 $\angle BDE = 60^\circ$, $\angle BED = 90^\circ$, 若 $DE = 2$, 则 FG 的长为 ____.



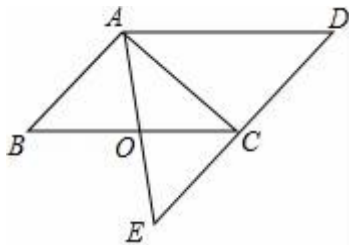
18. (2012·江苏盐城·中考真题) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, $\angle B = 50^\circ$, 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折叠, 点 A 落在三角形所在平面内的点为 A_1 , 则 $\angle BDA_1$ 的度数为 ____°.



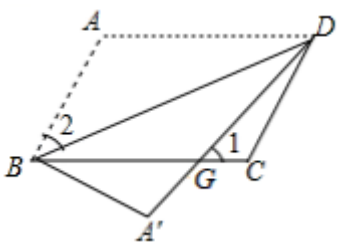
19. (2018·吉林长春·中考真题) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=7$, $AB=2\sqrt{3}$, $\angle B=60^\circ$. E 是边 BC 上任意一点, 沿 AE 剪开, 将 $\triangle ABE$ 沿 BC 方向平移到 $\triangle DCF$ 的位置, 得到四边形 $AEFD$, 则四边形 $AEFD$ 周长的最小值为_____.



20. (2018·山东淄博·中考真题) 在如图所示的平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=3$, 将 $\triangle ACD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 D 落在 $\triangle ABC$ 所在平面内的点 E 处, 且 AE 过 BC 的中点 O , 则 $\triangle ADE$ 的周长等于_____.



21. (2017·宁夏·中考真题) 如图, 将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠, 使点 A 落在点 A' 处. 若 $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$, 则 $\angle A'$ 为_____.



三、解答题

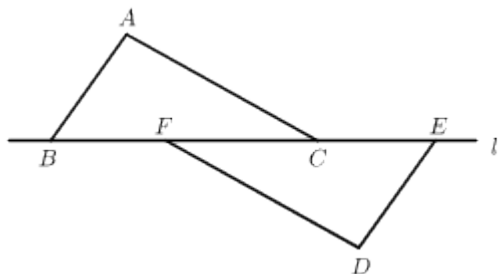
22. (2021·江苏常州·中考真题) 如图, B 、 F 、 C 、 E 是直线 l 上的四点, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $BF = CE$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle A'BC$.

①用直尺和圆规在图中作出 $\triangle A'BC$ (保留作图痕迹, 不要求写作法);

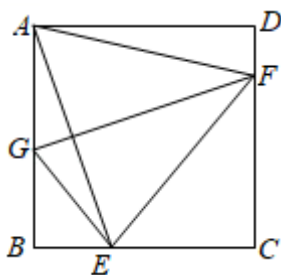
②连接 $A'D$, 则直线 $A'D$ 与 l 的位置关系是_____.



真题练

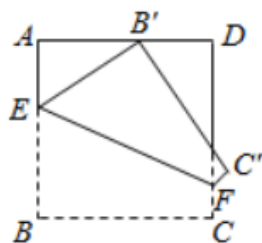
一、单选题

1. (2021·黑龙江牡丹江·中考真题) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, E 为 BC 边上一点, $BE=1$. 将正方形沿 GF 折叠, 使点 A 恰好与点 E 重合, 连接 AF , EF , GE , 则四边形 $AGEF$ 的面积为 ()



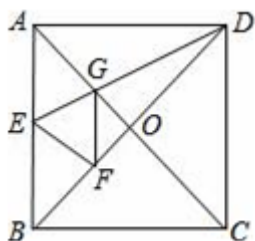
A. $2\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. 5

2. (2020·广东·中考真题) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=3$, 点 E , F 分别在边 AB , CD 上, $\angle EFD=60^\circ$. 若将四边形 $EBCF$ 沿 EF 折叠, 点 B 恰好落在 AD 边上点 B' 处, 则 BE 的长度为 ()

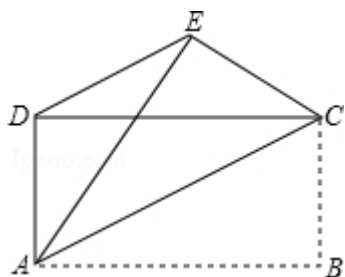


A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

3. (2016·四川攀枝花·中考真题)如图,正方形纸片 ABCD 中,对角线 AC、BD 交于点 O,折叠正方形纸片 ABCD,使 AD 落在 BD 上,点 A 恰好与 BD 上的点 F 重合,展开后折痕 DE 分别交 AB、AC 于点 E、G,连结 GF,给出下列结论:① $\angle ADG=22.5^\circ$;② $\tan\angle AED=2$;③ $S_{\triangle AGD}=S_{\triangle OGD}$;④四边形 AEFG 是菱形;⑤ $BE=2OG$;⑥若 $S_{\triangle OGF}=1$,则正方形 ABCD 的面积是 $6+4\sqrt{2}$,其中正确的结论个数为 ()

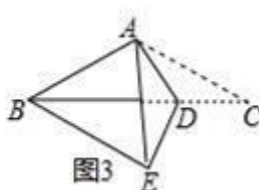
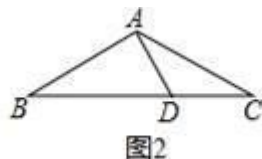
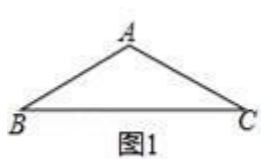


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
4. (2013·浙江湖州·中考真题)如图,已知四边形 ABCD 是矩形,把矩形沿直线 AC 折叠,点 B 落在点 E 处,连接 DE,若 $DE:AC=3:5$,则 $\frac{AD}{AB}$ 的值为



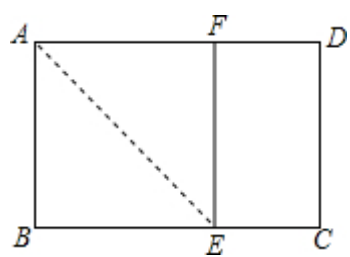
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. (2016·浙江湖州·中考真题)如图 1,在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC=4$, $BC=7$. 如图 2,在底边 BC 上取一点 D,连结 AD,使得 $\angle DAC=\angle ACD$. 如图 3,将 $\triangle ACD$ 沿着 AD 所在直线折叠,使得点 C 落在点 E 处,连结 BE,得到四边形 ABED. 则 BE 的长是 ()



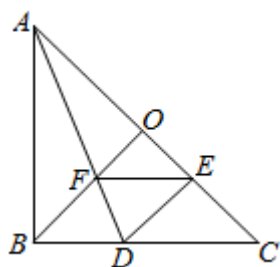
- A. 4 B. $\frac{17}{4}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$

6. (2012·山东潍坊·中考真题)已知矩形 ABCD 中, $AB=1$, 在 BC 上取一点 E, 沿 AE 将 $\triangle ABE$ 向上折叠, 使 B 点落在 AD 上的 F 点, 若四边形 EFDC 与矩形 ABCD 相似, 则 $AD=$ 【 】.



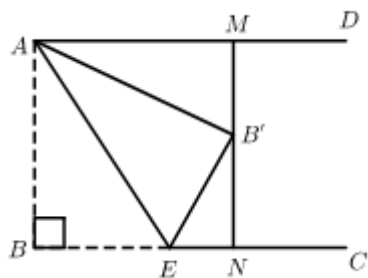
- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

7. (2011·浙江金华·中考真题) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=CB$, $BO\perp AC$, 把 $\triangle ABC$ 折叠, 使 AB 落在 AC 上, 点 B 与 AC 上的点 E 重合, 展开后, 折痕 AD 交 BO 于点 F , 连结 DE 、 EF . 下列结论: ① $\tan\angle ADB=2$ ② 图中有 4 对全等三角形 ③ 若将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折叠, 则点 D 不一定落在 AC 上 ④ $BD=BF$ ⑤ $S_{\text{四边形} DFOE}=S_{\triangle AOF}$, 上述结论中正确的个数是 ()



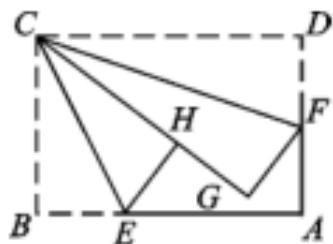
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

8. (2021·内蒙古通辽·中考真题) 如图, 已知 $AD\parallel BC$, $AB\perp BC$, $AB=3$, 点 E 为射线 BC 上一个动点, 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 落在点 B' 处, 过点 B' 作 AD 的垂线, 分别交 AD , BC 于 M , N 两点, 当 B' 为线段 MN 的三等分点时, BE 的长为 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ D. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 或 $\frac{3}{5}\sqrt{5}$

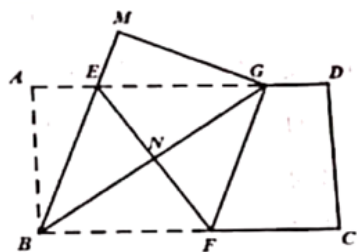
9. (2021·四川宜宾·中考真题) 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在矩形的边 AB 、 AD 上, 将矩形纸片沿 CE 、 CF 折叠, 点 B 落在 H 处, 点 D 落在 G 处, 点 C 、 H 、 G 恰好在同一直线上, 若 $AB=6$, $AD=4$, $BE=2$, 则 DF 的长是 ()



- A. 2 B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. 3

10. (2021·黑龙江绥化·中考真题) 如图所示, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3, BC=6$, 点 E, F 分别是矩形的边 AD, BC 上的动点, 将该纸片沿直线 EF 折叠. 使点 B 落在矩形边 AD 上, 对应点记为点 G , 点 A 落在 M 处, 连接 EF, BG, BE , EF 与 BG 交于点 N . 则下列结论成立的是 ()

- ① $BN = AB$;
 ② 当点 G 与点 D 重合时 $EF = \frac{3\sqrt{5}}{2}$;
 ③ $\triangle GNF$ 的面积 S 的取值范围是 $\frac{9}{4} \leq S \leq \frac{7}{2}$;
 ④ 当 $CF = \frac{5}{2}$ 时, $S_{\triangle MEG} = \frac{3\sqrt{13}}{4}$.

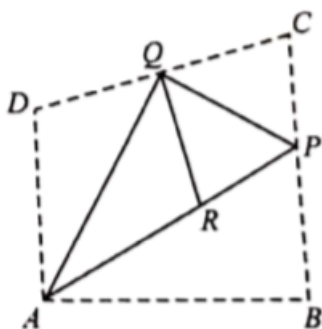


- A. ①③ B. ③④ C. ②③ D. ②④

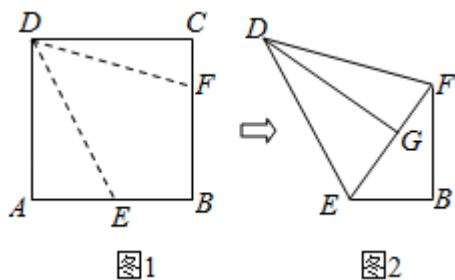
二、填空题

11. (2020·安徽·中考真题) 在数学探究活动中, 敏敏进行了如下操作: 如图, 将四边形纸片 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠, 使得点 B 落在 CD 上的点 Q 处, 折痕为 AP ; 再将 $\triangle PCQ, \triangle ADQ$ 分别沿 PQ, AQ 折叠, 此时点 C, D 落在 AP 上的同一点 R 处. 请完成下列探究:

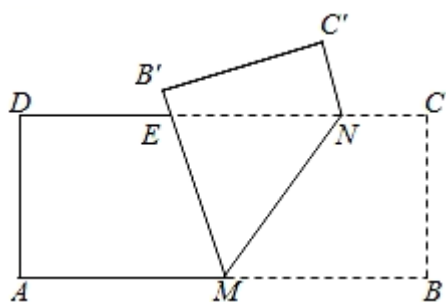
- (1) $\angle PAQ$ 的大小为 _____ $^\circ$;
 (2) 当四边形 $APCD$ 是平行四边形时 $\frac{AB}{QR}$ 的值为 _____.



12. (2020·湖南·中考真题) 如图 1, 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 将 $\triangle DAE, \triangle DCF$ 分别沿 DE, DF 向内折叠得到图 2, 此时 DA 与 DC 重合 (A, C 都落在 G 点), 若 $GF=4, EG=6$, 则 DG 的长为 _____.



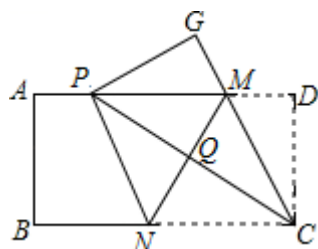
13. (2020·浙江嘉兴·中考真题) 如图, 有一张矩形纸条 $ABCD$, $AB=5\text{cm}$, $BC=2\text{cm}$, 点 M , N 分别在边 AB , CD 上, $CN=1\text{cm}$. 现将四边形 $BCNM$ 沿 MN 折叠, 使点 B , C 分别落在点 B' , C' 上. 当点 B' 恰好落在边 CD 上时, 线段 BM 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$; 在点 M 从点 A 运动到点 B 的过程中, 若边 MB' 与边 CD 交于点 E , 则点 E 相应运动的路径长为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$.



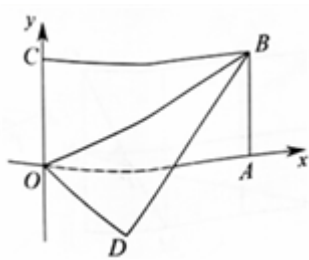
14. (2019·湖北咸宁·中考真题) 如图, 先有一张矩形纸片 $ABCD$, $AB=4$, $BC=8$, 点 M , N 分别在矩形的边 AD , BC 上, 将矩形纸片沿直线 MN 折叠, 使点 C 落在矩形的边 AD 上, 记为点 P , 点 D 落在 G 处, 连接 PC , 交 MN 于点 Q , 连接 CM . 下列结论:

- ① $CQ=CD$;
- ② 四边形 $CMPN$ 是菱形;
- ③ P , A 重合时, $MN=2\sqrt{5}$;
- ④ $\triangle PQM$ 的面积 S 的取值范围是 $3 \leq S \leq 5$.

其中正确的是 $\underline{\hspace{1cm}}$ (把正确结论的序号都填上).

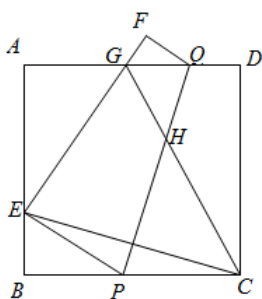


15. (2018·江苏扬州·中考真题) 如图, 四边形 $OABC$ 是矩形, 点 A 的坐标为 $(8,0)$, 点 C 的坐标为 $(0,4)$, 把矩形 $OABC$ 沿 OB 折叠, 点 C 落在点 D 处, 则点 D 的坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

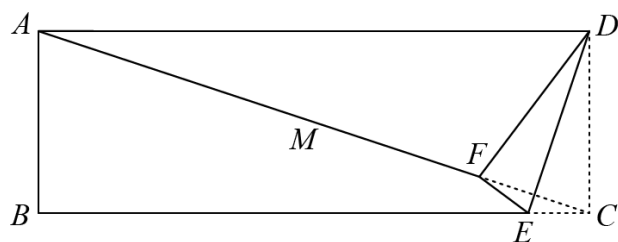


16. (2021·辽宁本溪·中考真题) 如图, 将正方形纸片 $ABCD$ 沿 PQ 折叠, 使点 C 的对称点 E 落在边 AB 上, 点 D 的对称点为点 F , EF 交 AD 于点 G , 连接 CG 交 PQ 于点 H , 连接 CE . 下列四个结论中: ①

$\triangle PBE \sim \triangle QFG$; ② $S_{\triangle CEG} = S_{\triangle CBE} + S_{\text{四边形} CDQH}$; ③ EC 平分 $\angle BEG$; ④ $EG^2 - CH^2 = GQ \cdot GD$, 正确的是 _____ (填序号即可).



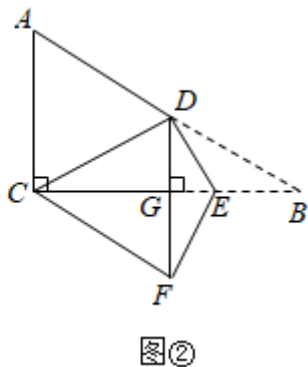
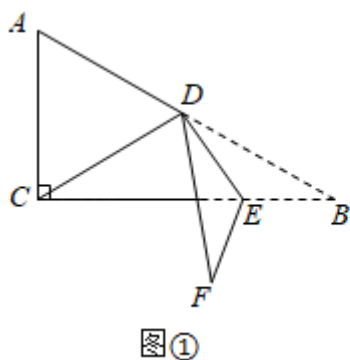
17. (2021·浙江杭州·中考真题) 如图是一张矩形纸片 $ABCD$, 点 M 是对角线 AC 的中点, 点 E 在 BC 边上, 把 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 折叠, 使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处, 连接 DF , EF . 若 $MF = AB$, 则 $\angle DAF =$ _____ 度.



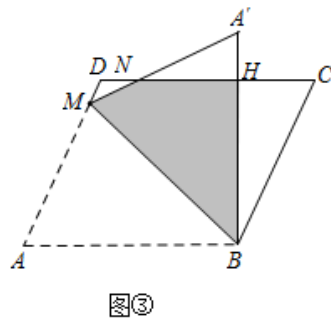
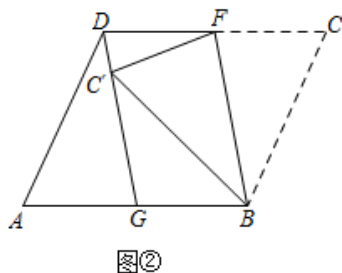
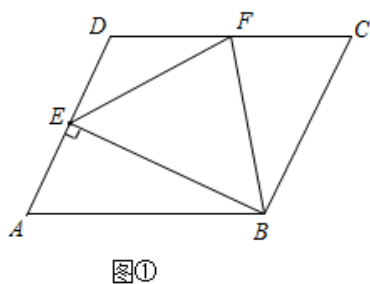
18. (2021·浙江衢州·中考真题) 图 1 是某折叠式靠背椅实物图, 图 2 是椅子打开时的侧面示意图, 椅面 CE 与地面平行, 支撑杆 AD , BC 可绕连接点 O 转动, 且 $OA = OB$, 椅面底部有一根可以绕点 H 转动的连杆 HD , 点 H 是 CD 的中点, FA , EB 均与地面垂直, 测得 $FA = 54\text{cm}$, $EB = 45\text{cm}$, $AB = 48\text{cm}$.

(1) 椅面 CE 的长度为 _____ cm .

(2) 如图 3, 椅子折叠时, 连杆 HD 绕着支点 H 带动支撑杆 AD , BC 转动合拢, 椅面和连杆夹角 $\angle CHD$ 的度数达到最小值 30° 时, A, B 两点间的距离为 _____ cm (结果精确到 0.1cm). (参考数据: $\sin 15^\circ \approx 0.26$, $\cos 15^\circ \approx 0.97$, $\tan 15^\circ \approx 0.27$)



22. (2021·山西·中考真题) 综合与实践, 问题情境 数学活动课上, 老师出示了一个问题 如图①, 在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AD$, 垂足为 E , F 为 CD 的中点, 连接 EF , BF , 试猜想 EF 与 BF 的数量关系, 并加以证明;
- 独立思考: (1) 请解答老师提出的问题;
- 实践探究: (2) 希望小组受此问题的启发, 将 $\square ABCD$ 沿着 BF (F 为 CD 的中点) 所在直线折叠, 如图②, 点 C 的对应点为 C' , 连接 DC' 并延长交 AB 于点 G , 请判断 AG 与 BG 的数量关系, 并加以证明;
- 问题解决: (3) 智慧小组突发奇想, 将 $\square ABCD$ 沿过点 B 的直线折叠, 如图③, 点 A 的对应点为 A' , 使 $A'B \perp CD$ 于点 H , 折痕交 AD 于点 M , 连接 $A'M$, 交 CD 于点 N . 该小组提出一个问题: 若此 $\square ABCD$ 的面积为 20, 边长 $AB = 5$, $BC = 2\sqrt{5}$, 求图中阴影部分 (四边形 $BHNM$) 的面积. 请你思考此问题, 直接写出结果.



参 考 答 案

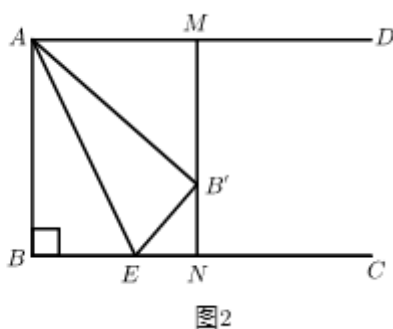
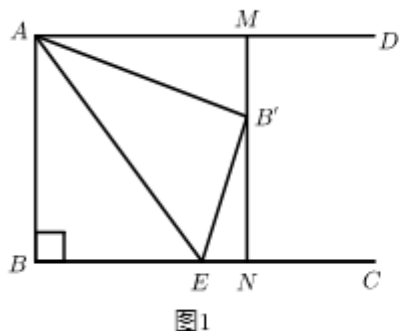
基 础 练

1. D

【分析】

$B'M = \frac{1}{3}MN$ ；② $B'M = \frac{2}{3}MN$ ．然后由一线三垂直模型可证 $\triangle AMB' \sim \triangle B'NE$ ，再根据相似三角形的性质求得 EN 的值，最后由 $BE = BN - EN$ 即可求得 BE 的长．

当点 B' 为线段 MN 的三等分点时，需要分两种情况讨论：


$$\because AD \parallel BC, \quad AB \perp BC, \quad MN \perp BC,$$

∴ 四边形 $ABNM$ 为矩形,

$$\therefore B'M = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3}AB = 2, \quad B'N = \frac{1}{3}MN = \frac{1}{3}AB = 1, \quad BN = AM.$$

由折叠的性质可得 $AB' = AB = 3$, $\angle AB'E = \angle ABC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle AB'M$ 中, $AM = \sqrt{AB'^2 - B'M^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

$$\therefore \angle AB'M + \angle MAB' = 90^\circ, \quad \angle AB'M + \angle EB'N = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EB'N = \angle MAB',$$

$$\therefore \triangle B'NE \sim \triangle MB'A,$$

$$\therefore \frac{EN}{B'M} = \frac{B'N}{AM}, \text{ 即 } \frac{EN}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \text{ 解得 } EN = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore BE = BN - EN = \sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

综上所述, BE 的长为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

故选: D .

【点拨】 本题考查了矩形的判定, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 由 B' 为线段 MN 的三等分点, 分两种情况讨论线段 $B'M$ 的占比情况, 以及利用 K 型相似进行相关计算是解决此题的关键.

2. D

【解析】

【分析】

先利用矩形的性质与勾股定理求解 AC , 再利用轴对称的性质求解 AB', CD' , 从而可得答案.

【详解】

解: $\because$ 矩形纸片 $ABCD$,

$$\therefore AD = BC = 3, AB = DC = 4, \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

由折叠可得: $\angle CB'F = \angle B = 90^\circ, CB' = CB = 3$,

$$\therefore AB' = AC - CB' = 2,$$

同理: $CD' = 2$,

$$\therefore B'D' = AC - AB' - CD' = 5 - 2 - 2 = 1,$$

故选: D .

【点拨】 本题考查的是勾股定理的应用, 轴对称的性质, 矩形的性质, 掌握以上知识是解题的关键.

3. B

【解析】

【分析】

如图，过点 O 作 $OF \perp BD$ 于 F ，可得 OF 为点 O 到 BD 的距离，根据矩形的性质可得 $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$ ，根据折叠性质可得 $\angle EBD = \angle CBD$ ，根据角平分线的定义可得 $\angle ABO = \angle EBD$ ，即可得出 $\angle ABO = 30^\circ$ ，根据角平分线的性质可得 $OA = OF$ ，利用 $\angle ABO$ 的正切值求出 OA 的值即可得答案。

【详解】

如图，过点 O 作 $OF \perp BD$ 于 F ，

$\therefore OF$ 为点 O 到 BD 的距离，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle A = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\because$ 将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 折叠得到 $\triangle BDE$ ，

$\therefore \angle EBD = \angle CBD$ ，

$\because BE$ 恰好平分 $\angle ABD$ ，

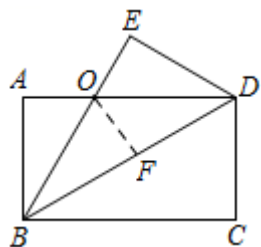
$\therefore \angle ABO = \angle EBD$ ， $OA = OF$ ，

$\therefore \angle EBD = \angle CBD = \angle ABO$ ，

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$ ，

$\because AB = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore OF = OA = AB \cdot \tan 30^\circ = 2$ ，



故选：B.

【点拨】本题考查矩形的性质、折叠性质、角平分线的性质及解直角三角形，熟练掌握相关性质，熟记特殊角的三角函数值是解题关键。

4. C

【解析】

【分析】

依据平行四边形的性质以及折叠的性质，即可得到 $BC = 2$ ， $AB = 6$ ， $AD = 6$ ，再根据 $\triangle ADE$ 是等边三角形，即可得到 $\triangle ADE$ 的周长为 $6 \times 3 = 18$ 。

【详解】

由折叠可得， $\angle ACD = \angle ACE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ，$$

$$\text{又} \because \angle B = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ，$$

$$\therefore BC = 2AB = 6，$$

$$\therefore AD = 6，$$

由折叠可得， $\angle E = \angle D = \angle B = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAE = 60^\circ，$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形，

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长为 } 6 \times 3 = 18，$$

故选 C.

【点拨】本题考查了平行四边形的性质、轴对称图形性质以及等边三角形的判定．解题时注意折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．

5. B

【解析】

【分析】

由平行四边形的性质和折叠的性质，得出 $\angle ADB = \angle BDF = \angle DBC$ ，由三角形的外角性质求出

$$\angle BDF = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle DFC = 20^\circ，\text{再由三角形内角和定理求出 } \angle A，\text{即可得到结果.}$$

【详解】

$$\because AD \parallel BC，$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC，$$

由折叠可得 $\angle ADB = \angle BDF$ ，

$$\therefore \angle DBC = \angle BDF，$$

$$\text{又} \because \angle DFC = 40^\circ，$$

$$\therefore \angle DBC = \angle BDF = \angle ADB = 20^\circ，$$

$$\text{又} \because \angle ABD = 48^\circ，$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 中，} \angle A = 180^\circ - 20^\circ - 48^\circ = 112^\circ，$$

$$\therefore \angle E = \angle A = 112^\circ，$$

故选 B

【点拨】本题考查了平行四边形的性质、折叠的性质、三角形的外角性质以及三角形内角和定理的综合应用，熟练掌握平行四边形的性质，求出 $\angle ADB$ 的度数是解决问题的关键.

6. C

【解析】

【分析】

由折叠得： $\angle DEF = \angle D'EF = 60^\circ$ ，在由平行四边形的对边平行，得出内错角相等，得出 $\triangle GEF$ 是等边三角形，已知边长求出周长即可.

【详解】

解： $\because \angle DEF = 60^\circ$ ，

$\therefore$ 由翻折可知 $\angle DEF = \angle D'EF = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AEG = 60^\circ$ ，

$\because$ 平行四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle EGF = \angle AEG = 60^\circ$ ， $\angle EFG = \angle DEF = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FEG = \angle EGF = \angle EFG = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle EFG$ 是个等边三角形，

$\therefore \triangle GEF$ 的周长 $= 3EF = 3 \times 6 = 18$ ，

故选：C

【点拨】考查平行四边形的性质、轴对称的性质和等边三角形的性质等知识，得到 $\triangle GEF$ 是等边三角形，是解决问题的关键.

7. B

【解析】

【分析】

利用平行四边形的性质、翻折不变性可得 $\triangle AEC$ 为等腰直角三角形，根据已知条件可得 CE 得长，进而得出 ED 的长，再根据勾股定理可得出 $B'D$ ；

【详解】

解： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形

$\therefore AB = CD$ $\angle B = \angle ADC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = \angle CAD$

由翻折可知： $BA = AB' = DC$ ， $\angle ACB = \angle ACB' = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEC$ 为等腰直角三角形

$$\therefore AE=CE$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEB' \cong \text{Rt}\triangle CDE$$

$$\therefore EB' = DE$$

$$\because \text{在等腰 Rt}\triangle AEC \text{ 中, } AC = \sqrt{6}$$

$$\therefore CE = \sqrt{3}$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle DEC \text{ 中, } CE = \sqrt{3}, \angle ADC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 30^\circ$$

$$\therefore DE = 1$$

$$\text{在等腰 Rt}\triangle DEB' \text{ 中, } EB' = DE = 1$$

$$\therefore B'D = \sqrt{2}$$

故选：B

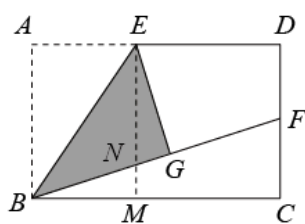
【点拨】本题考查翻折变换、等腰三角形的性质、勾股定理、平行四边形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

8. B

【解析】

【详解】

解：过点E作 $EM \perp BC$ 于M，交BF于N．



$\because$ 四边形ABCD是矩形，

$$\therefore \angle A = \angle ABC = 90^\circ, AD = BC,$$

$$\because \angle EMB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形ABME是矩形．

$$\therefore AE = BM,$$

由折叠的性质得： $AE = GE, \angle EGN = \angle A = 90^\circ,$

$$\therefore EG = BM.$$

$$\because \angle ENG = \angle BNM,$$

$$\therefore \triangle ENG \cong \triangle BNM \text{ (AAS)} .$$

$$\therefore NG = NM .$$

$$\because E \text{ 是 } AD \text{ 的中点, } CM = DE ,$$

$$\therefore AE = ED = BM = CM .$$

$$\because EM \parallel CD ,$$

$$\therefore BN : NF = BM : CM .$$

$$\therefore BN = NF .$$

$$\therefore NM = \frac{1}{2} CF = \frac{1}{2} .$$

$$\therefore NG = \frac{1}{2} .$$

$$\because BG = AB = CD = CF + DF = 3 ,$$

$$\therefore BN = BG - NG = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} .$$

$$\therefore BF = 2BN = 5 ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{BF^2 - CF^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6} .$$

故选 B.

9. B

【解析】

【详解】

①要使 $EF \parallel AB$ 且 $EF = \frac{1}{2} AB$, 则需 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 根据折叠得 $AE = EF$, 显然本选项不一定成立;

②要使 $\angle BAF = \angle CAF$, 则需 $AD = AE$, 显然本选项不一定成立;

③根据折叠得到 DE 垂直平分 AF , 故本选项正确;

④根据三角形的外角的性质, 得 $\angle BDF = \angle DAF + \angle AFD$, $\angle CEF = \angle EAF + \angle AFE$, 又 $\angle BAC = \angle DFE$, 则 $\angle BDF + \angle FEC = 2\angle BAC$, 故本选项成立.

故选 B

10. A

【解析】

【详解】

试题分析: 由折叠可得, $A'D = AD = A'E = 2$, 则 $A'C' = A'C = 1$, 则 GC' 是 $\triangle DEA'$ 的中位线, 由勾股定理求得 $DE =$

$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ，则 $GG=\frac{1}{2}DE=\sqrt{2}$ ，故选 A.

考点：三角形中位线定理，翻折变换（折叠问题）.

11. 40°

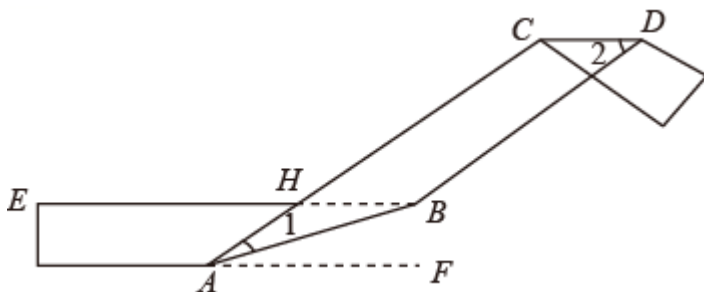
【解析】

【分析】

如图，由折叠的性质可得 $\angle BAF = \angle 1 = 20^\circ$ ，进而可得 $\angle CHB = \angle HAB + \angle HBA = 40^\circ$ ，然后易得四边形 $CHBD$ 是平行四边形，最后根据平行四边形的性质可求解.

【详解】

解：如图所示：



$\because \angle 1 = 20^\circ$,

由折叠的性质可得 $\angle BAF = \angle 1 = 20^\circ$,

$\because CD \parallel BE$,

$\therefore \angle HBA = \angle BAF = 20^\circ$,

$\therefore \angle CHB = \angle HAB + \angle HBA = 40^\circ$,

$\because CH \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $CHBD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle CHB = \angle 2 = 40^\circ$;

故答案为 40° .

【点拨】 本题主要考查平行四边形的性质与判定、平行线的性质及折叠的性质，熟练掌握平行四边形的性质与判定、平行线的性质及折叠的性质是解题的关键.

12. $4a+2b$

【解析】

【分析】

根据题意并利用折叠的性质可得出 $\angle ACE = \angle ACB = 2\angle ECD$ ，计算可得到 $\angle ECD = 20^\circ$ ， $\angle ACE = \angle ACB = 40^\circ$ ，利用三角形的外角性质得到 $\angle CFD = \angle D = 80^\circ$ ，再等角对等边即可求解．

【详解】

解：由折叠的性质可得： $\angle ACE = \angle ACB$ ，

$$\therefore \angle ACE = 2\angle ECD,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACB = 2\angle ECD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle FAC = \angle FCA, \angle B + \angle BCD = 180^\circ, \text{ 即 } \angle B + \angle ACE + \angle ACB + \angle ECD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = 20^\circ, \angle ACE = \angle ACB = 40^\circ = \angle FAC,$$

$$\angle CFD = \angle FAC + \angle FCA = 80^\circ = \angle B = \angle D,$$

$$\therefore AF = CF = CD = a, \text{ 即 } AD = a + b,$$

则 $\square ABCD$ 的周长为 $2AD + 2CD = 4a + 2b$ ，

故答案为： $4a + 2b$ ．

【点拨】本题考查了平行四边形的性质，折叠的性质，等腰三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键．

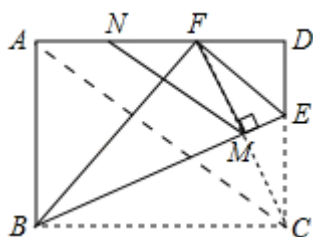
13. 5

【解析】

【详解】

连接 AC ， FC ，求出 AC ，利用三角形的中位线定理解决问题即可．

【解答】解：连接 AC ， FC ．



由翻折的性质可知， BE 垂直平分线段 CF ，

$$\therefore FM \perp BE, \therefore F, M, C \text{ 共线}, FM = MC,$$

$$\therefore AN = FN, \therefore MN = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形}, \therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)}, \therefore MN = \frac{1}{2}AC = 5 \text{ (cm)},$$

故答案为 5.

【点评】本题考查翻折变换，矩形的性质，三角形的中位线定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造三角形中位线解决问题，属于中考常考题型.

14. 36°

【解析】

【详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle D = \angle B = 52^\circ,$$

由折叠的性质得： $\angle D' = \angle D = 52^\circ$ ， $\angle EAD' = \angle DAE = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEF = \angle D + \angle DAE = 52^\circ + 20^\circ = 72^\circ, \angle AED' = 180^\circ - \angle EAD' - \angle D' = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle FED' = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ;$$

故答案为 36° .

【点拨】本题考查了平行四边形的性质、折叠的性质、三角形的外角性质以及三角形内角和定理；熟练掌握平行四边形的性质和折叠的性质，求出 $\angle AEF$ 和 $\angle AED'$ 是解决问题的关键.

15. 55°

【解析】

【详解】

已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

由平行四边形的性质可得 $\angle BAD = \angle C$ ，

再由折叠的性质得 $\angle D_1AE = \angle C$ ，

所以 $\angle D_1AE = \angle BAD$ ，

$$\text{即可得 } \angle D_1AD = \angle D_1AE - \angle EAF = \angle BAE = 55^\circ;$$

故答案为： 55°

【点拨】考点：平行四边形的性质；折叠的性质.

16. 3

【解析】

【分析】

利用翻折的性质可得 $OC' = OC$ ，推出 OD 是 $\triangle CC'B$ 的中位线，得出 $OD = 1$ ，再利用 $OD \parallel BC'$ 得出 AO

的长度，即可求出 AD 的长度.

【详解】

由翻折可知 $OC' = OC$,

$\therefore O$ 是 CC' 的中点,

$\because$ 点 D 为边 BC 的中点, O 是 CC' 的中点,

$\therefore OD$ 是 $\triangle CC'B$ 的中位线,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BC' = 1, OD \parallel BC' ,$$

$$\therefore \frac{AO}{BC'} = \frac{AE}{BE} ,$$

$$\because AE = BE ,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = 1 ,$$

$$\therefore \frac{AO}{BC'} = 1 ,$$

$$\therefore AO = BC' = 2 ,$$

$$\therefore AD = AO + OD = 2 + 1 = 3 .$$

故答案为: 3.

【点拨】本题考查了翻折的性质, 三角形的中位线的判定和性质, 以及平行线分线段成比例的性质, 掌握三角形的中位线的判定和性质, 以及平行线分线段成比例的性质是解题的关键.

17. $3 + \sqrt{3}$.

【解析】

【分析】

根据折叠的性质可得: FG 是 $\triangle ABC$ 的中位线, AC 的长即为 $\triangle BDE$ 的周长. 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 根据 30° 角的直角三角形的性质和勾股定理可分别求出 BD 与 BE 的长, 从而可得 AC 的长, 再根据三角形的中位线定理即得答案.

【详解】

解: $\because$ 把三角形纸片折叠, 使点 A 、点 C 都与点 B 重合,

$$\therefore AF = BF , AE = BE , BG = CG , DC = DB ,$$

$$\therefore FG = \frac{1}{2}AC ,$$

$$\because \angle BDE = 60^\circ , \angle BED = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle EBD = 30^\circ ,$$

$$\therefore DB = 2DE = 4,$$

$$\therefore BE = \sqrt{DB^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = BE = 2\sqrt{3}, \quad DC = DB = 4,$$

$$\therefore AC = AE + DE + DC = 2\sqrt{3} + 2 + 4 = 6 + 2\sqrt{3},$$

$$\therefore FG = \frac{1}{2}AC = 3 + \sqrt{3},$$

故答案为 $3 + \sqrt{3}$.

【点拨】本题考查了折叠的性质、三角形中位线定理、 30° 角的直角三角形的性质和勾股定理等知识，根据折叠的性质得出 FG 是 $\triangle ABC$ 的中位线， AC 的长即为 $\triangle BDE$ 的周长是解本题的关键.

18. 80

【解析】

【详解】

$\therefore$ D、E 分别是边 AB、AC 的中点，

$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle B = 50^\circ$ (两直线平行，同位角相等)；

又 $\therefore \angle ADE = \angle A'DE$,

$\therefore \angle A'DA = 2\angle B$,

$\therefore \angle BDA' = 180^\circ - 2\angle B = 80^\circ$

19. 20

【解析】

【详解】

【分析】当 $AE \perp BC$ 时，四边形 AEFD 的周长最小，利用直角三角形的性质解答即可.

【详解】当 $AE \perp BC$ 时，四边形 AEFD 的周长最小，

$$\therefore AE \perp BC, \quad AB = 2\sqrt{3}, \quad \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore AE = 3, \quad BE = \sqrt{3},$$

$\therefore \triangle ABE$ 沿 BC 方向平移到 $\triangle DCF$ 的位置，

$$\therefore EF = BC = AD = 7,$$

$\therefore$ 四边形 AEFD 周长的最小值为： $14 + 6 = 20$,

故答案为 20.

【点睛】 本题考查平移的性质，解题的关键是确定出当 $AE \perp BC$ 时，四边形 AEFD 的周长最小.

20. 10

【解析】

【详解】

分析：要计算周长首先需要证明 E、C、D 共线，DE 可求，问题得解.

详解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形

∴ $AD \parallel BC$ ， $CD = AB = 2$

由折叠， $\angle DAC = \angle EAC$

∴ $\angle DAC = \angle ACB$

∴ $\angle ACB = \angle EAC$

∴ $OA = OC$

∴ AE 过 BC 的中点 O

∴ $AO = \frac{1}{2} BC$

∴ $\angle BAC = 90^\circ$

∴ $\angle ACE = 90^\circ$

由折叠， $\angle ACD = 90^\circ$

∴ E、C、D 共线，则 $DE = 4$

∴ $\triangle ADE$ 的周长为： $3 + 3 + 2 = 10$

故答案为 10

点睛：本题考查了平行四边形的性质、轴对称图形性质和三点共线的证明．解题时注意不能忽略 E、C、D 三点共线.

21. 105° .

【解析】

【分析】

【详解】

试题分析：由平行四边形的性质和折叠的性质，得出 $\angle ADB = \angle BDG = \angle DBG$ ，由三角形的外角性质求出 $\angle BDG = \angle DBG = \frac{1}{2} \angle 1 = 25^\circ$ ，再由三角形内角和定理求出 $\angle A$ ，即可得到结果.

∵ $AD \parallel BC$ ，∴ $\angle ADB = \angle DBG$ ，

由折叠可得 $\angle ADB = \angle BDG$ ，∴ $\angle DBG = \angle BDG$ ，

又 $\because \angle 1 = \angle BDG + \angle DBG = 50^\circ$, $\therefore \angle ADB = \angle BDG = 25^\circ$,

又 $\because \angle 2 = 50^\circ$, $\therefore \triangle ABD$ 中, $\angle A = 105^\circ$, $\therefore \angle A' = \angle A = 105^\circ$,

故答案为 105° .

考点: 平行四边形的性质, 折叠的性质, 三角形的外角性质, 三角形内角和定理.

22. (1) 见详解; (2) ①见详解; ②平行

【解析】

【分析】

(1) 根据“SAS”即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) ①以点 B 为圆心, BA 为半径画弧, 以点 C 为圆心, CA 为半径画画弧, 两个弧交于 A' , 连接 $A'B$, $A'C$, 即可;

②过点 A' 作 $A'M \perp l$, 过点 D 作 $DN \perp l$, 则 $A'M \parallel DN$, 且 $A'M = DN$, 证明四边形 $A'MND$ 是平行四边形, 即可得到结论.

【详解】

(1) 证明: $\because BF = CE$,

$\therefore BC = EF$,

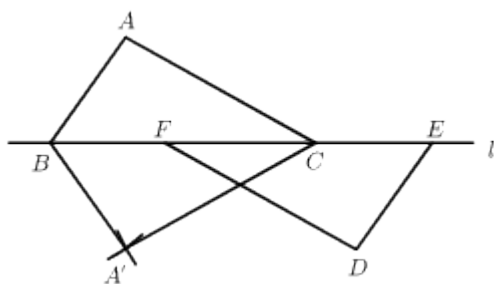
$\because AB \parallel DE$,

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$,

又 $\because AB = DE$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) ①如图所示, $\triangle A'BC$ 即为所求;



② $A'D \parallel l$, 理由如下:

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle A'BC$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称,

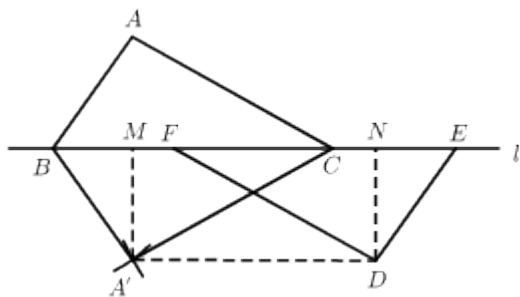
$\therefore \triangle A'BC \cong \triangle DEF$,

过点 A' 作 $A'M \perp l$, 过点 D 作 $DN \perp l$, 则 $A'M \parallel DN$, 且 $A'M = DN$,

∴ 四边形 $A'MND$ 是平行四边形,

∴ $A'D \parallel l$,

故答案是: 平行.



【点拨】 本题主要考查全等三角形的判定和性质, 平行四边形的判定和性质, 添加辅助线, 构造平行四边形是解题的关键.

真题练

参考答案:

1. D

【解析】

【分析】

作 $FH \perp AB$ 于 H , 交 AE 于 P , 设 $AG=GE=x$, 在 $\text{Rt}\triangle BGE$ 中求出 x , 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中求出 AE , 再证明 $\triangle ABE \cong \triangle FHG$, 得到 $FG=AE$, 然后根据 $S_{\text{四边形}AGEF} = S_{\triangle AGF} + S_{\triangle EGF}$ 求解即可

【详解】

解: 作 $FH \perp AB$ 于 H , 交 AE 于 P , 则四边形 $ADFH$ 是矩形, 由折叠的性质可知, $AG=GE$, $AE \perp GF$, $AO=EO$.

设 $AG=GE=x$, 则 $BG=3-x$,

在 $\text{Rt}\triangle BGE$ 中,

$$\because BE^2 + BG^2 = GE^2,$$

$$\therefore 1^2 + (3-x)^2 = x^2,$$

$$\therefore x = \frac{5}{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/248006133135006063>