德雅学校2024年八年级数学入学练习

一、单选题（每小题3分、共30分）

1. 在式子$\frac{x}{2}$，$\frac{2}{\pi}$，$\frac{y}{3x}$，$\frac{3}{2-x}$，$\frac{5x}{x+y}$，中，分式有（　　）

A. 2个　　B. 3个　　C. 4个　　D. 5个

【答案】B

【解析】

【分析】此题主要考查了分式的定义．判断分式的依据是看分母中是否含有未知数，如果含有未知数则是分式，如果不含有未知数则不是分式．

【详解】解：式子$\frac{x}{2}$，$\frac{2}{\pi}$中，分母不含未知数，不是分式，

$\frac{y}{3x}$，$\frac{3}{2-x}$，$\frac{5x}{x+y}$中，分母含有未知数，是分式，共3个．

故选：B．

2. 下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A. $\sqrt{0.1}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D. $\sqrt{27}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了最简二次根式，根据最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式判断即可．

【详解】解：A选项，原式$=\frac{\sqrt{10}}{10}$，故该选项不符合题意；

B选项，$\sqrt{6}$是最简二次根式，故该选项符合题意；

C选项，原式$=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故该选项不符合题意；

D选项，原式$=3\sqrt{3}$，故该选项不符合题意；

故选：B．

3. 下列由线段a，b，c组成的三角形是直角三角形的为（　　）

A. $a=7$，$b=24$，$c=25$　　B. $a=13$，$b=14$，$c=15$

C. $a=\sqrt{3}$， $b=\sqrt{4}$， $c=\sqrt{5}$　　D. $a=40$，$b=50$，$c=60$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理的逆定理：如果三角形两条边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形就是直角三角形．据此即可求解．

【详解】解：$\because a^2+b^2=c^2$，

$\therefore$由线段 a，b，c 组成的三角形是直角三角形，故选项 A 符合题意；

$\because a^2+b^2\neq c^2$，

$\therefore$由线段 a，b，c 组成的三角形不是直角三角形，故选项 B 不符合题意；

$\because a^2+b^2\neq c^2$，

$\therefore$由线段 a，b，c 组成的三角形不是直角三角形，故选项 C 不符合题意；

$\because a^2+b^2\neq c^2$，

$\therefore$由线段 a，b，c 组成的三角形不是直角三角形，故选项 D 不符合题意；

故选：A．

4. 下列运算正确的是（　　）

A. $(\pi-3.14)^0=0$　　B. $2a^2\cdot a^3=2a^6$

C. $\left(-\frac{b^2}{2a}\right)^3=-\frac{b^6}{8a^3}$　　D. $\left(-3x^{-1}y^3\right)^2=-6x^{-2}y^6$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了零次幂、单项式乘以单项式，分式的乘方，积的乘方，理解“$a^0=1(a\neq 0)$，$\left(\frac{b}{a}\right)^n=\frac{b^n}{a^n}$（$a\neq 0$），$(ab)^m=a^mb^n$，”及单项式乘以单项式法则是解题的关键．

【详解】A.$(\pi-3.14)^0=1$，结论错误，不符合题意；

B.$2a^2\cdot a^3=2a^5$，结论错误，不符合题意；

C.$\left(-\frac{b^2}{2a}\right)^3=-\frac{(b^2)^3}{(2a)^3}=-\frac{b^6}{8a^3}$，结论正确，符合题意；

D. $\left(-3x^{-1}y^{3}\right)^{2}=9x^{-2}y^{6}$，结论错误，不符合题意；

故选：C．

5. 下列说法正确的是（　　）．

A. $\sqrt{16}$的平方根是±4

B. $(-3)^{2}$的算术平方根是-3

C. 负数没有立方根

D. $\sqrt{2}$是 2 的算术平方根

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平方根，算术平方根，以及立方根的定义，熟练掌握定义是解答本题的关键．根据平方根，算术平方根，以及立方根的定义逐项分析即可．

【详解】解：A． $\sqrt{16}=4$的平方根是±2，故不正确；

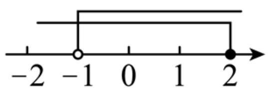
B．$(-3)^{2}=9$的算术平方根是3，故不正确；

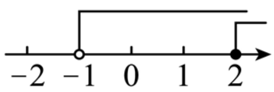
C．负数有一个负的立方根，故不正确；

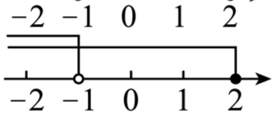
D． $\sqrt{2}$是 2 的算术平方根，正确；

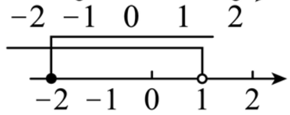
故选 D．

6. 不等式组$\begin{cases}x+1>0\\x-2\le0\end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

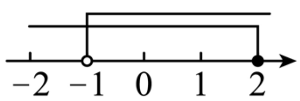
【分析】本题主要考查了解不等式组、在数轴上表示解集等知识点，求得不等式组的解集是解题的关键．先分别求出各不等式的解集，然后确定不等式组的解集，最后在数轴上表示出来即可．

【详解】解：由$x+1>0$得：$x>-1$，

由$x-2\leqslant0$得：$x\le2$，

则不等式组的解集为$-1<x\le2$．

在数轴上表示如下：



故选：A．

7. 下列命题是假命题的是（　　）

A. 有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形

B. 等边三角形有3条对称轴

C. 有两边和一角对应相等的两个三角形全等

D. 线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等

【答案】C

【解析】

【分析】根据等边三角形的判定方法、等边三角形的性质、全等三角形的判定、线段垂直平分线的性质一一判断即可．

【详解】A．正确；有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形；

B．正确．等边三角形有3条对称轴；

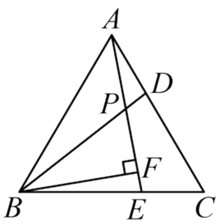
C．错误，*SSA*无法判断两个三角形全等；

D．正确．线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等．

故选：C．

【点睛】本题考查了命题与定理，等边三角形的判定方法、等边三角形的性质、全等三角形的判定、线段垂直平分线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本概念，属于中考常考题型．

8. 如图，$\triangle ABC$是等边三角形，D、E分别是的边AC、BC上的点，且$AD=CE$，AE与BD相交于点P，$BF\perp AE$于点F，$PF=5$，$PD=3$，则AE的长为（　　）



A. 8　　　　B. 13　　　　C. 16　　　　D. 17

【答案】B

【解析】

【分析】证$\triangle ABD\cong\triangle CAE$，推出$\angle ABD=\angle CAE$，求出$\angle BPF=\angle APD=60^\circ$，得出$\angle PBF=30^\circ$，根据含30度角的直角三角形性质求出即可．

本题考查了等边三角形性质，全等三角形的性质和判定，三角形外角性质，含30度角的直角三角形性质的应用，关键是求出$\angle PBF=30^\circ$．

【详解】解：$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB = AC$，

$\therefore \angle BAC = \angle C$，

在$\triangle ABD$和$\triangle CAE$中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle C, \\ AD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE(\text{SAS})$，

$\therefore \angle ABD = \angle CAE, BD = AE$，

$\therefore \angle APD = \angle ABP + \angle PAB = \angle BAC = 60°$，

$\therefore \angle BPF = \angle APD = 60°$，

$\because \angle BFP = 90°, \angle BPF = 60°$，

$\therefore \angle PBF = 30°$，

$\therefore BP = 2PF = 10$，

$\because PD = 3$，

$\therefore BD = BP + PD = 13$，

$\therefore AE = BD = 13$．

故选：B．

9. 若关于x的分式方程$\frac{2}{x-5}+\frac{a+1}{5-x}=1$无解，则$a$的值为（　　）

A．0　　　　B. 1　　　　C. 1或5　　　　D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了分式方程无解的问题，先把分式方程化为整式方程，再解出整式方程，然后根据分式方程无解，可得$x=5$，再代入整式方程，即可求解．

【详解】解：去分母得：$2-(a+1)=x-5$，

解得：$x=6-a$，

因为分式方程无解，

所以$x-5=0$，

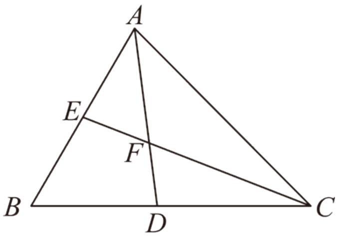
即$x=5$，

把$x=5$代入整式方程得：$5=6-a$，

解得：$a=1$．

故选：B．

10. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=60°$，AD平分$\angle BAC$交BC于点D，CE平分$\angle ACB$交AB于点E，AD，CE交于点F．则下列说法正确的有（　　）



①$\angle AFC=120°$；②$\triangle AEF\cong\triangle CDF$；③若$AB=2AE$，则$CE\perp AB$；④$CD+AE=AC$．

A. 1个　　　　B. 2个　　　　C. 3个　　　　D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】①根据三角形内角和定理可得可得$\angle ACB+\angle CAB=120°$，然后根据$AD$平分$\angle BAC$，$CE$平分$\angle ACB$ B，可得$\angle FCA=\frac{1}{2}\angle ACB,\angle FAC=\frac{1}{2}\angle CAB$，再根据三角形内角和定理即可进行判断；

②用反证法即可判断；

③延长CE至G，使$GE=CE$，连接BG，根据$AB=2AE$，证明$\triangle ACE\cong\triangle BGE$，得$\angle ACE=\angle G$，然后根据等腰三角形的性质进而可以进行判断；

④作$\angle AFC$的平分线交AC于点G，证明$\triangle AEF\cong\triangle AGF,\triangle CDF\cong\triangle CGF$，可得

$AE=AG$，$CD=CG$，进而可以判断；

【详解】解：①在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=60°$，

$\therefore\angle ACB+\angle CAB=120°$，

$\because AD$平分$\angle BAC$，CE平分$\angle ACB$，

$\therefore\angle FCA=\frac{1}{2}\angle ACB,\angle FAC=\frac{1}{2}\angle CAB$，

$\therefore\angle AFC=180°-(\angle FCA+\angle FAC)$

$=180°-\frac{1}{2}(\angle ACB+\angle CAB)=120°$，

故①正确，符合题意；

②若$\triangle AEF\cong\triangle CDF$，

$\therefore AF=CF$，

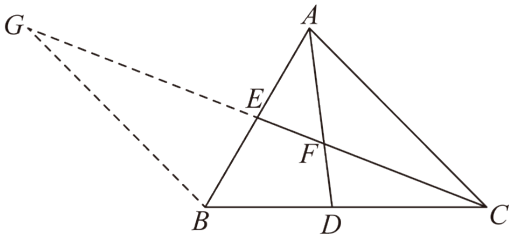
$\therefore\angle CAF=\angle ACF$，

$\therefore \angle ACB=\angle CAB$，

而由已知条件无法证明 $\angle CAF=\angle ACF$，

故②错误，不符合题意；

③如图，延长 CE 至 G，使 $GE=CE$，连接 BG，



$\because AB=2AE$，

$\therefore AE=BE$，

在$\triangle ACE$和$\triangle BGE$中，

$$\begin{cases}AE=BE\\ \angle AEC=\angle BEG\\ GE=GE\end{cases}，$$

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BGE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle ACE=\angle G$，

$\because CE$ 为角平分线，

$\therefore \angle ACE=\angle BCE$，

$\therefore \angle BCE=\angle G$，

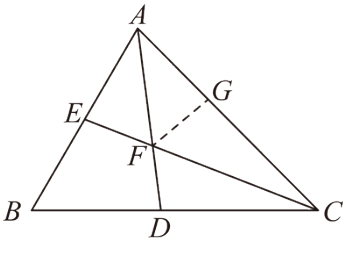
$\therefore BC=BG$，

$\because CE=GE$，

$\therefore CE\perp AB$，

故③正确，符合题意；

④如图，作 $\angle AFC$ 的平分线交 AC 于点 G，



由①得 $\angle AFC=120°$，

$\therefore \angle AFG=\angle CFG=\dfrac{1}{2}\angle AFC=60°$，$\angle AFE=\angle CFD=60°$，

$\therefore \angle AFG=\angle CFG=\angle AFE=\angle CFD=60°$，

$\because \angle EAF=\angle GAF$，$\angle DCF=\angle GCF$，

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle AGF(\text{ASA})$，$\triangle CDF\cong\triangle CGF(\text{ASA})$，

$\therefore AE=AG$，$CD=CG$，

$\therefore CD+AE=CG+AG=AC$，

故④正确，符合题意；

故选 C．

【点睛】本题考查了角平分线的定义，三角形全等的性质和判定，三线合一，反证法，作辅助线构建三角形全等是解题的关键．

二、填空题（每小题 3 分、共 18 分）

11．随着北斗系统全球组网的步伐，北斗芯片的研发生产技术也在逐步成熟，国产北斗芯片可支持接收系统的导航信号，应用于自动驾驶、无人机、机器人等高精度定位需求领域，将为中国北斗导航产业发展提供有力支持．目前，该芯片工艺已达22纳米（即0.000000022米）．则数据0.000000022用科学记数法表示为_____．

【答案】2.2×10^{-8}

【解析】

【分析】此题考查了科学记数法的表示方法，根据科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中

$1\le|a|<10$，n为整数即可求解，解题的关键要正确确定a的值以及n的值．

【详解】解：$0.000000022=2.2\times10^{-8}$，

故答案为：2.2×10^{-8}．

12．若二次根式$\sqrt{2x-6}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是______．

【答案】$x\ge3$

【解析】

【分析】本题主要考查二次根式有意义的条件．根据二次根式有意义的条件：被开方数为非负数求解即可．

【详解】解：由题意知$2x-6\ge0$，

解得$x\ge3$，

故答案为：$x\ge3$．

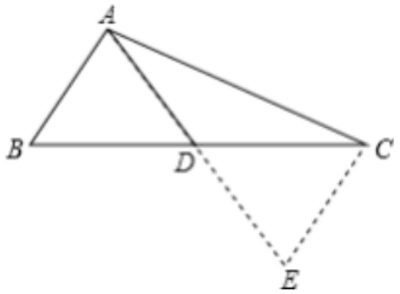
13．已知$\triangle ABC$的两边AB，AC长分别为3和5，BC边上的中线AD的取值范围为________．

【答案】$1<AD<4$

【解析】

【分析】本题考查了三角形中线的性质，全等三角形的性质和判定，三角形三边关系，根据延长 AD，取 $DE=AD$，连接 BE 证明 $\triangle ADC\cong\triangle EDB\left(SAS\right)$ 得到 $BE=AC$，再利用三角形三边关系得到 $BE-AB<AE<AB+BE$，即可解题.

【详解】解：延长 AD，取 $DE=AD$，连接 BE，如下图所示：



$\therefore AE=2AD$，

$\because AD$ 为 BC 边上的中线，

$\therefore BD=CD$，

$\because \angle ADB=\angle EDC$，

$\because \triangle ADB\cong\triangle EDC\left(SAS\right)$，

$\therefore AB=EC$，

$\because AB=3$， $AC=5$，

$\therefore EC=3$

$\therefore AC-CE<AE<AC+CE$，

即 $5-3<2AD<5+3$，

$\therefore 2<2AD<8$，

$\therefore 1<AD<4$.

故答案为：$1<AD<4$.

14. 已知 $a=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$，则 $a^2-2a+7=$______.

【答案】9

【解析】

【分析】本题考查二次根式的知识，解题的关键是先对 a 进行分母有理化，然后再根据完全平方公式求解即可.

【详解】$\because a=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}=\sqrt{3}+1$，

$\therefore a^2-2a+7$

$=a^2-2a+1+6$

$=\left(a-1\right)^2+6$

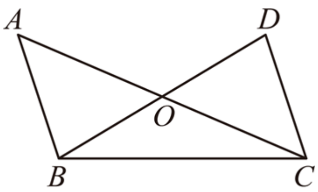
$=\left(\sqrt{3}+1-1\right)^2+6$

$=3+6$

$=9$；

故答案为：9．

15．如图，BO为$\triangle ABC$的中线，延长BO至D，使$OD=OB$，连接CD，已知$BC=6$，$OC-OD=2$，则$\triangle ABC$与$\triangle DOC$的周长差是________．



【答案】8

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定以及性质，三角形的周长计算，先根据已知条件利用SAS证明$\triangle AOB\cong\triangle COD$，即可得出$AB=CD$，进而求出各自的周长，然后相减即可．

【详解】解：$\because BO$为$\triangle ABC$的中线，

$\therefore AO=CO$，

在$\triangle AOB$和$\triangle COD$中，

$$\begin{cases}AO=CO\\ \angle DOC=\angle BOA\\ OD=OB\end{cases},$$

$\therefore \triangle AOB\cong\triangle COD\left(\text{SAS}\right)$，

$\therefore AB=CD$，

$\triangle ABC$的周长为：$AB+BC+AO+OC$，

$\triangle DOC$的周长为：$CD+OC+OD$，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DOC$ 的周长差是:

$$AB+BC+AO+OC-(CD+OC+OD)=AB-CD+BC+AO-CO+OC-OD=0+6+2=8$$

故答案为：8．

16. 图 1 是第七届国际数学教育大会（JCME-7）的会徽图案，它是由一串有公共顶点 O 的直角三角形演化而成的．若图 2 中的 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=\ldots=1$，按此规律继续演化，则 $\triangle OA_9A_{10}$ 的面积为_____．

图1

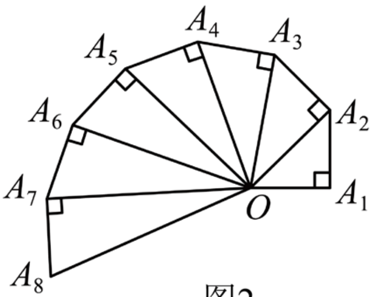


图2

【答案】$\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】利用勾股定理依次计算出 $OA_2=\sqrt{2}$，$OA_3=\sqrt{3}$，$OA_4=2$，$\ldots OA_n=\sqrt{n}$，然后依据计算出前几个三角形的面积，然后依据规律解答求得 $\triangle OA_{n-1}A_n$ 的面积即可得到结论．

【详解】解：$OA_2=\sqrt{OA_1^2+A_1A_2^2}=\sqrt{2}$，$OA_3=\sqrt{OA_2^2+A_2A_3^2}=\sqrt{3}$，$OA_4=\sqrt{OA_3^2+A_3A_4^2}=\sqrt{4}=2$，

$\ldots OA_6=\sqrt{6}$

$\therefore OA_n=\sqrt{n}$．

$S_1=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$；

$S_2=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

$S_3=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

…

$\triangle OA_{n-1}A_n$ 的面积 $=\frac{\sqrt{n-1}}{2}$．

$\therefore \triangle OA_9A_{10}$ 的面积= $=\frac{\sqrt{10-1}}{2}=\frac{3}{2}$，