高中数学新教材必修第一册2.2基本不等式（南开题库）

一、选择题（共40小题；共200分）

1. 设 是等差数列．下列结论中正确的是

A. 若 ，则

B. 若 ，则

C. 若 ，则

D. 若 ，则

2. 已知命题 ；命题 ，则下列判断正确的是

A. 是假命题　　B. 是真命题

C. 是真命题　　D. 是真命题

3. 若 ， ， ，则下列不等式中

① ；② ；③ ；④ ．

对一切满足条件的 ， 恒成立的序号是

A. ①②　　B. ①③　　C. ①③④　　D. ②③④

4. 已知 ， ，且 ，则

A.　　B.　　C.　　D.

5. 设 ， ．若 是 与 的等比中项，则 的最小值为

A.　　B.　　C.　　D.

6. 已知 ，则函数 有

A. 最小值　　B. 最大值　　C. 最小值　　D. 最大值

7. 若正数 ， 满足 ，则 的最小值是

A.　　B.　　C.　　D.

8. 过抛物线 的焦点 作直线 ， 与抛物线交于 ， ， ， 四点，且 ，则 的最大值等于

A.　　B.　　C.　　D.

9. 已知 ，且 ，则 的最小值是

A.　　B.　　C.　　D.

10. 已知函数 ，设 ，若关于 的不等式 在 上恒成立，则 的取值范围是

A.　　B.　　C.　　D.

11. 若函数 有最大值 ，则 的值是

A.　　B.　　C.　　D.

12. 设　　，　、　为正常数，则—　—的最小值为

A.　　B.　　C.　　D.

13. 设 ，　，　，　，若　　，　　‾，则－　－的最大值为

A.　　B.－　　C.　　D.－

14. 在矩形　　中，　　，　　‾，　为矩形内一点，且　　—，若

　　，则　　‾　的最大值为

A.—　　B.——　　C.———　　D.－

15. 二次函数　　　　的值域为　　，则——　——的最小值为

A.　　B.　‾　　C.　　D.　‾

16. 下列说法中错误的是

A. 命题 若　　　，则　　"的逆否命题是"若　　，则

B. 若　　，则　　"是"　　——　　的充要条件

C. 已知命题　和　，若　　为假命题，则　与　中必一真一假

D. 若命题　：　　，　　　　，则　：　　，

17. 设　　，　　，　　. 若　　　，　　‾，则－　－的最大值为

A.　　B.－　　C.　　D.－

18. 若　　　，且 ‾　 ‾　　———　恒成立，则　的最小值是

A.—　　B.　‾　　C.　　D.－

19. 已知直线　－　－　　　　将圆　　　　　平分，则直线　与两坐标轴围成的三角形的面积的最小值为

A.　　B.　　C.　　D.

20. 中国宋代的数学家秦九韶曾提出"三斜求积术"，即假设在平面内有一个三角形，边长分别为 ，　，　，三角形的面积　可由公式　　　　求得，其中　为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦－秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足　　　，　　　，则此三角形面积的最大值为

A.　－　　B.　－　　C.　—　　D.　—

21. 设　为坐标原点，　是以　为焦点的抛物线　　　　上任意一点，　是线段　　上的点，且　　　　，则直线　　的斜率的最大值为

A.—　　B.－　　C.—　　D.

22. 给出下列三个命题：

①若　　　　，则——　——；

②若正整数 和 满足 ，则 –;

③设 为圆 上任意一点，圆 以 为圆心且半径为 . 当 时，圆 与圆 相切.

其中假命题的个数为

A. B. C. D.

23. 设 正实数 ， ， 满足 ，则当 — 取得最大值时，- - - 的最大值为

A. B. C. - D.

24. 已知 ， ，若不等式 - - —— 恒成立，则 的最大值为

A. B. C. D.

25. 一个篮球运动员投篮一次得 分的概率为 ，得 分的概率为 ，不得分的概率为 ，已知他投篮一次得分的数学期望为 ，则 - — 的最小值为

A. — B. — C. — D.

26. 已知 ， ， （ 为自然对数的底数），则

A. B. C. — — - D. — — -

27. “ - ”是“ ”的

A. 充要条件 B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

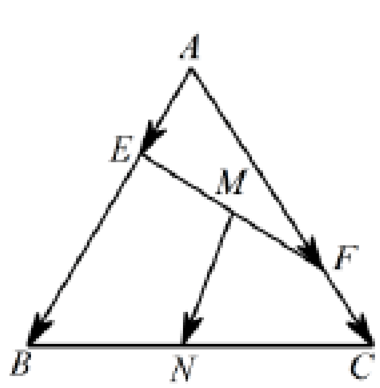
28. 若直线 过点 ，则 — - 的最小值为

A. B. C. D. –

29. 设向量 ， ， ，其中 为坐标原点， ＞ ， ＞ ，若 ， ， 三点共线，则 - - 的最小值为

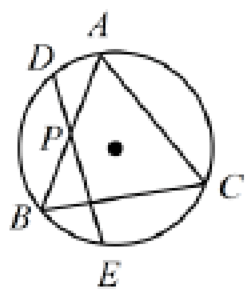
A. B. C. D.

30. 如图，在边长为 的正三角形 中， ， 分别为边 ， 上的动点，且满足 ， ，其中 ， ， ， 分别是 ， 的中点，则 的最小值为



A. — B. — C. — D. -

31. 如图所示，正三角形　　的边长为　，其外接圆为圆　，点　为劣弧　　上的一个动点（不与点　、　重合），过点　与　　的中点　的直线交圆　于另一点　，则－　　　　的最小值为



A. －　　　　B. －　　　　C. —　　　　D. －　－

32. 已知函数　　　　　　　　，若　　　　　　　恒成立，则　的取值范围是

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

33. 设　　　，过定点　的动直线　　　　　和过定点　的动直线　　　　　　　　交于点　　　，则　　　　　的取值范围是

A. －　－　　　　B. —　－　　　　C. —　－　　　　D. －　－

34. 函数　　　　　　　　且　　　的图象恒过定点　，且点　在直线　　　　　　　上　　　　　，则—　－的最小值为

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

35. 在　　　中，角　，　，　的对边分别为　，　，　，且　　　　　　，若　　　的面积　—　，则　　的最小值为

A. －　　　　B. －　　　　C. －　　　　D.

36. 设正实数　　　满足　　　　　　　　．则当—取得最小值时，　　　　的最大值为

A.　　　　B. －　　　　C.　　　　D. －

37. 设　　　　，若直线　　　　　　　　　　与圆　　　　　　　　相切，则　　　的取值范围是

A. －　　－

B. －　　　－

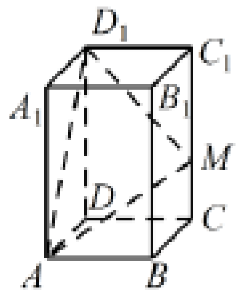
C. －　　　－

D. －　　　－

38. 设　是　　　内一点，且　　　　－，　　　　　，定义　　　　　　，其中　，　，　分别是　　　，　　　，　　　的面积，若　　　－　　，则－　－的最小值是

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

39. 如图，在长方体 中， ， ，点 在棱 上，且 ，则当 的面积最小时，棱 的长为



A. B. C. D.

40. 已知棱长为 的正四面体 ，在侧棱 上任取一点 （与 ， 不重合），若点 到平面 与平面 的距离分别为 ， ，则 的最小值为

A. B. C. D.

二、填空题（共 40 小题；共 200 分）

41. 椭圆 上一点 到两焦点的距离之积是 ，当 取最大值时， 点坐标为________.

42. 已知 ， ， ，则 的最小值为________.

43. 已知 ，则函数 的最小值为________.

44. 已知 ， ， 分别为 三个内角 ， ， 的对边， ，且 ，则 面积的最大值为________.

45. 若直线 过点 ，则 的最小值为________.

46. 已知 ，且 ，则 的最小值为________.

47. 若 ， ，则 的最小值为________.

48. 已知正数 ， 满足 ，那么使得 取最小值的实数对 是________.

49. 设 ， ， ，则 的最大值为________.

50. 已知 ，则函数 的值域是________.

51. 已知 ， 且满足 ，则 的最小值为 ________.

52. 已知 ，下列不等式：① ，② ，③ ，④ ，其中一定恒成立的是________（填写序号）.

53. 若 ， 均为正实数，且 ，则 的最小值为________.

54. 函数 的图象恒过定点 ，若点 在直线 上，则 的最小值为________.

55. 已知　，　，且－ －　，若　　恒成立，则实数　的取值范围是________.

56. 函数　（　且　）的图象恒过定点　，若点　在直线　上，其中　，则－ －的最小值为________.

57. 若对于　，——　恒成立，则　的取值范围是________.

58. 已知　，　，　且　，则 ——　—— 的最小值为________.

59. 已知：，　均为正，　，则－ －的最小值为________.

60. 已知　，则　的最小值为________.

61. 已知　，　，　，则——的最小值是________.

62. 已知　，　分别为三角形两个内角，满足　，则　取最大值时________.

63. 若对　，　，总有不等式　——成立，则实数　的取值范围是________.

64. 设　，　，则—— ——的最小值为________　.

65. 设　，若直线　与　轴相交于点　，与　轴相交于点　，且　与圆　相交所得弦的长为　，　为坐标原点，则　面积的最小值为________.

66. 给出下列命题：

① 函数　既有极大值又有极小值，则　或　；

② 若　，则　的单调递减区间为　；

③ 过点　可作圆　的两条切线，则实数　的取值范围为　或　；

④ 双曲线— —　的离心率为　，双曲线— —　的离心率为　，则　的最小值为 –.

其中为真命题的序号是________.

67. 已知集合　，　－　，则集合________.

68. 已知实数　，　，　的等差中项为 -，设　-，　-，则　的最小值为________.

69. 在等腰梯形　中，已知　，　，　，　，动点　和　分别在线段　和　上，且　，　—　，则当________时，　有最小值为________.

70. 某公司一年购买某种货物　吨，每次都购买　吨，运费为　万元 /次，一年的总存储费用为　万元，要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则　________吨.

71. 已知集合　，　－　，则集合________.

72. 已知 ， 都是正实数，且满足 —，则 的最小值为________.

73. 设 ， ，则当 ________时，— — 取得最小值.

74. 设 ， ，则 — — 的最小值为________.

75. 若数列 满足 — — ， ， 为非零常数，则称数列 为“梦想数列”，已知正项数列 — 为“梦想数列”，且 ，则 的最小值是________.

76. 在三棱锥 中， ， ， 两两垂直，且 ，设 是底面内一点．定义 ，其中 分别是三棱锥 ，三棱锥 ，三棱锥 的体积．若 - ，且 - - 恒成立，则正数 的最小值为________.

77. 已知函数 ，若函数 有四个零点 ， ， ， ，且 ，则 — 的取值范围是________.

78. 已知 ， ， 分别为 的三个内角 ， ， 的对边， ，且 ，则 面积的最大值为________.

79. 在等腰梯形 中，已知 ， ， ， ．动点 和 分别在线段 和 上，且 ， — ，则 的最小值为________.

80. 已知 为 的外心， ， -， ，若 ，则 的最小值为________

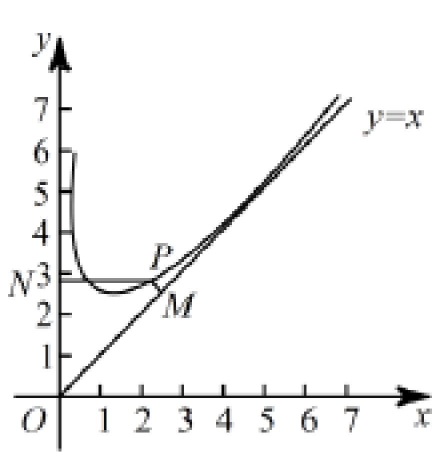
三、解答题（共 20 小题；共 260 分）

81. 已知函数 - 的定义域为 ，且 —．设点 是函数图象上的任意一点，过点 分别作直线 和 轴的垂线，垂足分别为 ， ．

（1）求 的值．

（2）问： 是否为定值?若是，则求出该定值；若不是，请说明理由．

（3）设 为坐标原点，求四边形 面积的最小值．



82. 已知直线 与函数 的图象相切于点 ．

（1）求实数 的值；

（2）证明除切点 外，直线 总在函数 的图象的上方；

（3）设 ， ， 是两两不相等的正实数，且 ， ， 成等比数列，试判断 与 的大小关系，并证明你的结论.

83. 某工厂生产某种产品，每日的成本 （单位：元）与日产量 （单位：吨）满足函数关系式 ，每日的销售额 （单位：元）与日产量 满足函数关系式 — ，已知每日的利润 ，且当 时， .

（1）求 的值；

（2）当日产量为多少吨时，每日的利润可以达到最大，并求出最大值.

84. 已知函数 的最小值为 .

（1）求 的值以及此时的 的取值范围；

（2）若实数 ， ， 满足 ，证明： .

85. 设函数 的最小值为 .

（1）求 的值；

（2）已知 ， ，求— —的最小值.

86. 已知定义在 上的函数 ，若存在实数 使得 成立.

（1）求实数 的值；

（2）若 ， ，求证：- — -.

87. 已知函数 ， .

（1）求不等式 的解集；

（2）若 的最小值为 ，正数 ， 满足 ，求 的最小值.

88. 已知 ， ， 为正实数，且 ，证明：— — — .

89. 已知函数 的最大值 .

（1）求 的值；

（2）若— — ，试比较 与 的大小.

90. 已知函数 的最小值为 ，且 .

（1）求 的值以及实数 的取值集合；

（2）若实数 ， ， 满足 ，证明： .

91. 已知 ， .

（1）求- -的最小值；

（2）是否存在 ， ，满足 ?并说明理由.

92. 已知实数 ， ， 均大于 .

（1）求证： — — — ；

（2）若 ，求证：— — — .

93. 已知椭圆 — — 的离心率 —，且点 — 在椭圆 上.

（1）求椭圆 的方程；

（2）直线 与椭圆 交于 ， 两点，且线段 的垂直平分线经过点 －．求 （为坐标原点）面积的最大值．

94. 在一张足够大的纸板上截取一个面积为 平方厘米的矩形纸板 ，然后在矩形纸板的四个角上切去边长相等的小正方形，再把它的边沿虚线折起，做成一个无盖的长方体纸盒（如图）．设小正方形边长为 厘米，矩形纸板的两边 ， 的长分别为 厘米和 厘米，其中 ．

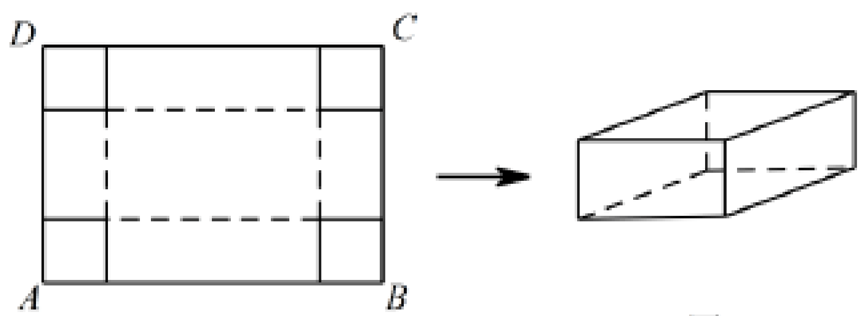


图1 图2

（1）当 时，求纸盒侧面积的最大值；

（2）试确定 ， ， 的值，使得纸盒的体积最大，并求出最大值．

95. 已知函数 － － ，其中 ．

（1）当 时，求曲线 在点 处切线的方程；

（2）当 时，求函数 的单调区间；

（3）若 －，证明对任意 － ，———— －恒成立．

96. 给定椭圆 — — ，称圆 为椭圆 的“伴随圆”，已知椭圆 的短轴长为 ，离心率为 —．

（1）求椭圆 的方程；

（2）若直线 与椭圆 交于 ， 两点，与其“伴随圆”交于 ， 两点，当 — 时，求 面积的最大值．

97. 已知 是定义在 上的单调递增函数．对于任意的正数 、 满足 ；对于 满足 — ．

（1）求 ；

（2）若 ，解不等式 ；

（3）求证： －．

98. 已知抛物线 ： ．

（1）写出抛物线 的准线方程，并求抛物线 的焦点到准线的距离；

（2）过点 且斜率存在的直线 与抛物线 交于不同的两点 ， ，且点 关于 轴的对称点为 ，直线 与 轴交于点 ．

（i）求点 的坐标；

（ii）求 与 面积之和的最大值．

99. 在平面直角坐标系 中， ， 分别为椭圆 的左、右焦点， 为短轴的一个端点， 是椭圆 上的一点，满足 ，且 的周长为 .

（1）求椭圆 的方程，

（2）设点 是线段 上的一点，过点 且与 轴不垂直的直线 交椭圆 于 、 两点，若 是以 为顶点的等腰三角形，求点 到直线 距离的取值范围.

100. 设函数 ， .

（1）解方程： ；

（2）令 ，求 的值；

（3）若 是实数集 上的奇函数，所以 ，且 对任意实数 恒成立，求实数 的取值范围.

答案

第一部分

1. C　【解析】因为　为等差数列，

所以　.

当　时，得公差　，

所以　，

所以　，

所以　，即　.

2. C　【解析】由题可知，是真，是假，为真.

3. C　【解析】　，

所以　，

所以①正确；

– –　，

所以②不正确；

，

所以③正确；

– –　，

所以④正确.

4. C

5. B

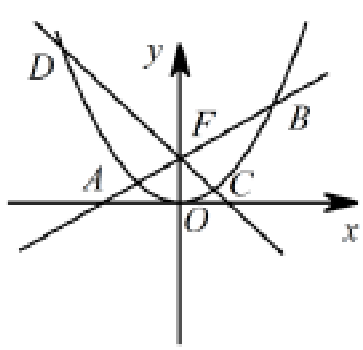
【解析】因为　，所以　，于是 – –　– –　– –　– –　，

当且仅当 – – 即　– 时　”成立.

6. A

7. C

8. D　【解析】如图所示，



由抛物线　可得焦点　.

设直线　的方程为：　，

因为　，可得直线　的方程为　.

设　，　，　，　.

联立　　　化为　　　，

得　　，　　.

同理可得　　—，　　.

所以

同理可得　　— .

所以

—
———
—

当且仅当　　时取等号.

所以　　的最大值等于　.

9. D

10. A

【解析】当　时，关于　的不等式　－　在　上恒成立，

即为　－　，

即有　－　－　，

由　－　的对称轴为　－　，

可得　－处取得最大值　—;

由　-　的对称轴为　-　，

可得　－处取得最小值—,

则　—　—

当　时，关于　的不等式　－　在　上恒成立，

即为　－　－　－,

即有　－　－　－　－,

由　－　－　—　－　‾（当且仅当　=　）取得最大值　‾;

由　－　－　－　－　（当且仅当　）取得最小值　.

则　‾

由　可得，　—　.

11. B

12. C 【解析】，等号当且仅当，即时取得.

13. C 【解析】因为，取对数，得，，

所以.

14. A 【解析】因为，两边平方得，所以.

因为，所以.

15. C

【解析】因为的值域为，

所以，，即，即，

所以.

16. C 【解析】对于（C），若为假命题，则与均为假命题，所以（C）错误.

17. C

18. B 【解析】因为恒成立，所以恒成立.

两边同时平方，整理后得恒成立，即不等式左边的最大值不等式右边的最小值.

因为（当且仅当时取），所以不等式左边的最大值为，所以，

所以.

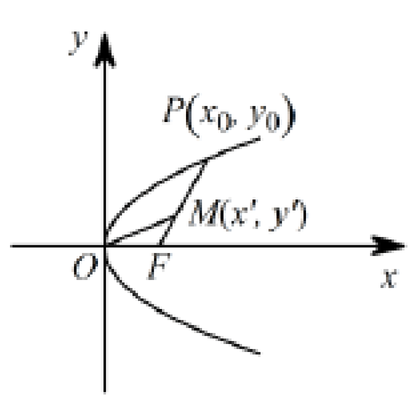
19. B

20. B

【解析】由题意，，

所以此三角形面积的最大值为.

21. C 【解析】如图所示，



设，则，即.

设，由，得化简可得

所以直线的斜率为（当且仅当时取等号）．

22. B 【解析】①在上为增函数，故①真；由均值不等式知②真；③由题意知点为圆的交点，得不出其他结论，故③假，假命题个数为．

23. B 【解析】由，得．

所以，

当且仅当，即时取等号．

此时，

（当且仅当时等号成立）．

24. B 【解析】因为，且，，所以，又（当且仅当时等号成立），所以，故的最大值为．

25. C

26. A

27. C

28. D 【解析】因为直线过点，

所以，即，

因为，

当且仅当，即时取等号，

所以的最小值为．

29. C

30. C

【解析】

所以

因为，所以，所以．

31. D 【解析】由相交弦定理，．

所以 – – – ‾（当且仅当 – 时，等号成立）.

32. C 【解析】因为 恒成立，所以 恒成立.

①当 时， 恒成立，即 恒成立.

此时 .

②当 时， 恒成立，即 恒成立，即 – 恒成立.

即 .

综上， 的取值范围为 .

33. B 【解析】可得两条直线分别过定点 和 且垂直，可得 . 当点在点 或点 时， 取得最小值 ，而由得 的最大值为 ，当且仅当 时等号成立.

34. A 【解析】由题意知 ，于是有 ，所以

35. B

36. C 【解析】含三个参数 ，消元，利用基本不等式及配方法求最值.

所以

当且仅当 – ，即 时 成立，此时 . 所以

所以当 时， 取到最大值 .

37. D 【解析】 直线 与圆 相切，

圆心 到直线的距离为

所以

设 ，则 – ，解得

38. D 【解析】在 中， ， ，

所以 ， ，

所以 ，因为 是 ， ， 的面积之和，所以

，

所以 ，当且仅当 ，

即 时，即 ， 时取等号.

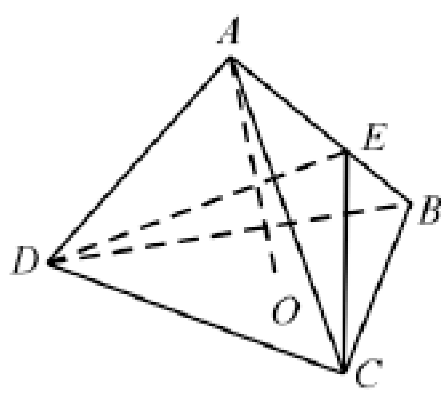
39. A 【解析】设 ， ，则 因为 ，根据

勾股定理： . ，整理得 又

当且仅当 时等号成立．此时 ，所以 .

40. C

【解析】如图，连接 ， ，设 为底面三角形 的中心，连接 ，



则正四面体的高 .

因为 ，所以 ，所以

当且仅当 ，即 时取等号.

第二部分

41. 或

42.

43.

44.

【解析】由正弦定理 及 ，得

.