

专题23 勾股定理中的树折和梯子模型

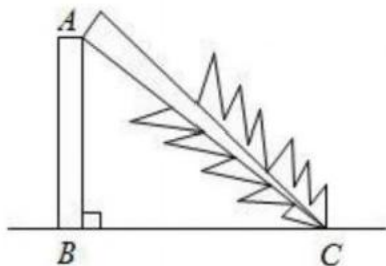
内容导航：模型分析→典例分析→模型演练



【模型1】风吹树折模型

如图，已知树干 AB 垂直于地面，树干 AC 被风吹倒后弯折在地，该模型通常转化为直角三角形，应用勾股定理进行求解。

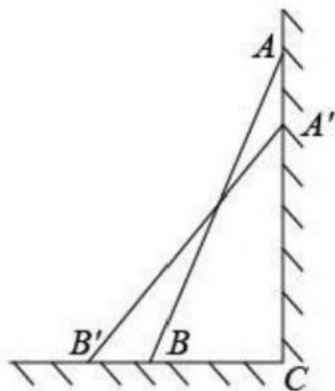
(1) 如果已知 AB 和 BC ，可通过设 $AC=x$ ，根据勾股定理可得 $AB^2+BC^2=x^2$ ，求出 x 的值，进而可求出树高。



(2) 如果已知树高 y 和 BC ，可通过设 $AB=x$ ，根据勾股定理可得 $x^2+BC^2=(y-x)^2$ ，求出 x 的值。

【模型2】梯子模型

如图已知梯子 AB 向下滑动了 x 米，如图 $A'B'$ 是滑落后的梯子。



如果已知梯子的长度和 AC ，可根据勾股定理先求出 BC 的长度，在 $Rt\triangle A'CB'$ 中，应用勾股定理：

$$A'C^2+B'C^2=AB^2 \rightarrow (AC-x)^2+(BC+x)^2=A'B^2$$

可求出滑落的距离 x ，



【例1】如图，《九章算术》中记载“今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺。问：折者高几何？”译文：一根

竹子，原高一丈，虫伤有病，一阵风将竹子折断，其竹梢恰好着地，着地处离原竹子根部3尺远. 问：原处还有多高的竹子？（1丈=10尺）答：原处的竹子还有多少尺高. 则高为（ ）



- A. $\frac{81}{20}$ B. $\frac{91}{20}$ C. $\frac{81}{19}$ D. $\frac{91}{19}$

【答案】B

【分析】竹子折断后刚好构成一直角三角形，设竹子折断处离地面 x 尺，则斜边为 $(10-x)$ 尺. 利用勾股定理解题即可.

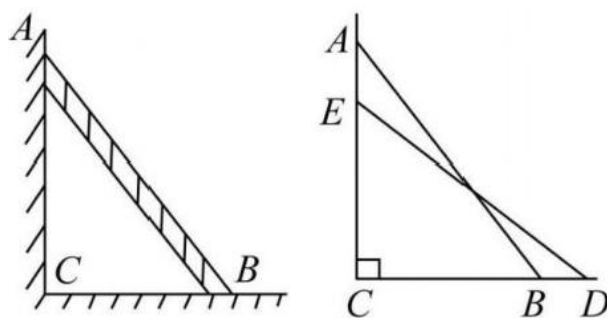
【解析】解：设竹子折断处离地面 x 尺，则斜边为 $(10-x)$ 尺，

根据勾股定理得： $x^2+3^2=(10-x)^2$,

解得 $x=\frac{91}{20}$

故选：B.

【例2】如图所示， 一个梯子AB 长2.5米，顶端A 靠墙AC 上，这时梯子下端B 与墙角C 距离为1.5米，梯子滑动后停在 DE上的位置上，如图，测得 DB的长0.5米，则梯子顶端A 下落了（ ）米 .



- A.0.5 B.0.4 C.0.6 D.1

【答案】A

【分析】在直角三角形ABC 中，根据勾股定理，得：AC=2 米，由于梯子的长度不变，在直角三角形 CDE 中，根据勾股定理，得CE=1.5米，所以AE=0.5米，即梯子的顶端下滑了0.5米.

【解析】解： $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC\perp BC$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\because AB=2.5 \text{ 米}, BC=1.5 \text{ 米},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{2.5^2 - 1.5^2} = 2 \text{ 米}.$$

$$\because \text{Rt}\triangle ECD \text{ 中}, CE \perp CD,$$

$$\therefore CE^2 + CD^2 = DE^2,$$

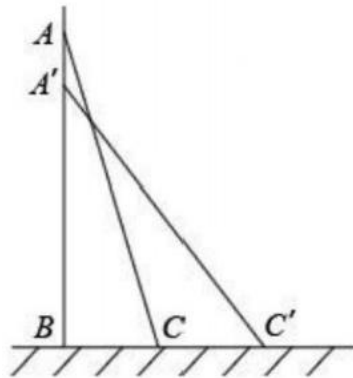
$$\because AB=DE=2.5 \text{ 米}, CD=(1.5+0.5) \text{ 米},$$

$$\therefore EC = \sqrt{DE^2 - CD^2} = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5 \text{ 米},$$

$$\therefore AE = AC - CE = 2 - 1.5 = 0.5 \text{ 米}.$$

故选：A

【例 3】一架梯子长25米，斜靠在一面墙上，梯子底端离墙7米，



(1) 这个梯子的顶端距地面有多高？

(2) 如果梯子的顶端下滑了4米到A'，那么梯子的底端在水平方向滑动了几米？

【答案】(1) 这个梯子的顶端距地面有24米

(2) 梯子的底端在水平方向滑动了8米

【分析】(1) $AC=25$ 米， $BC=7$ 米，根据勾股定理即可求得AB的长；

(2) 由题意得： $BA'=20$ 米，根据勾股定理求得BC'，根据 $BC'-BC$ 即可求解.

【解析】(1)解：由题意得： $AC=25$ 米， $BC=7$ 米， $\angle ABC=90^\circ$ ，

$$AB = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ (米)}$$

答：这个梯子的顶端距地面有24米；

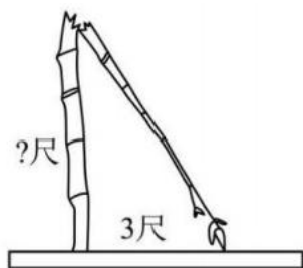
(2) 由题意得： $BA'=20$ 米，

$$BC' = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ (米)}$$

则： $CC' = BC' - BC = 15 - 7 = 8$ (米)，

答：梯子的底端在水平方向滑动了8米.

【例4】 《九章算术》是中国传统数学的重要著作之一，奠定了中国传统数学的基本框架，其中记载的一道“折竹”问题：“今有竹高一丈，末折抵地，去根三尺，问折者高几何？”其大意是：一根竹子高1丈，折断后竹子顶端落在离竹子底端3尺处. 折断处离地面的高度是多少？（其中丈、尺是长度单位，1丈=10尺.）



【答案】折断处离地面的高度是4.55尺.

【分析】首先由竹子垂直于地面，可知此三角形是直角三角形，设折断处离地面 x 尺，则折断的度为 $(10-x)$ 尺，再根据勾股定理列出方程，解方程即可求得答案.

【解析】解：设折断处离地面 x 尺，则折断的度为 $(10-x)$ 尺，

根据题意得： $x^2 + 3^2 = (10-x)^2$,

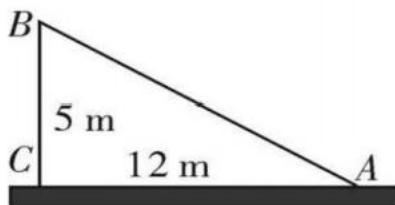
解得： $x = 4.55$,

答：折断处离地面的高度是4.55尺.



一、单选题

1. 如图，一根垂直于地面的旗杆在离地面5m 的 B 处撕裂折断，旗杆顶部落在离旗杆底部12m 的 A 处，则旗杆折断部分 AB 的高度是（ ）



A.5m

B.12m

C.13m

D.18m

【答案】C

【分析】根据勾股定理求解即可.

【解析】由题意得： $BC=5\text{m}$, $AC=12\text{m}$, $\angle ACB=90^\circ$

$$\text{则 } AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13(\text{m})$$

故选：C.

2. 如图，一场暴雨过后，垂直于地面的一棵树在距地面2m处折断，树尖B恰好碰到地面，经测量 $AB=4\text{m}$ ，则树高为（ ）



- A. $2\sqrt{5}\text{m}$ B. $2\sqrt{3}\text{m}$ C. $(2\sqrt{5}+2)\text{m}$ D. $(2\sqrt{3}+2)\text{m}$

【答案】C

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，根据勾股定理可求得 BC 的长，而树的高度为 $AC+BC$, AC 的长已知，由此得解.

【解析】据题意， $AC=2\text{m}$, $\angle CAB=90^\circ$, $AB=4\text{m}$,

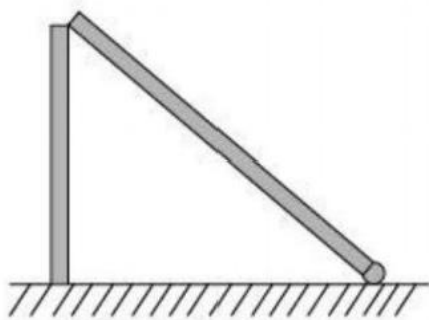
$$\text{由勾股定理得 } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore AC + BC = 2\sqrt{5} + 2.$$

即树高为 $2\sqrt{5} + 2$

故选：C.

3. 如图，一旗杆离地面6m处折断，旗杆顶部落在离旗杆底部8m处，则旗杆折断前的高度为（ ）

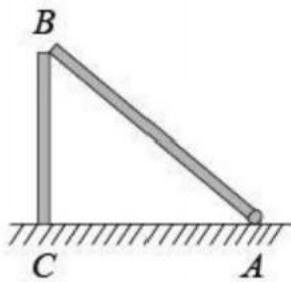


- A. 10m B. 12m C. 14m D. 16m

【答案】D

【分析】先利用勾股定理求出旗杆顶部到折断处的长，再由旗杆折断之前的高度是折断的两部分的长度之和求解即可.

【解析】如图，记旗杆顶部为点A，折断处为点B，旗杆底部为点C，



由题意得 $BC \perp AC$, $BC=6\text{m}$, $AC=8\text{m}$,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

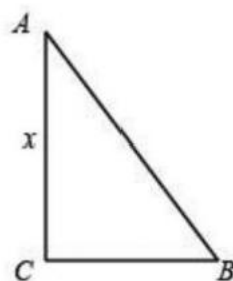
$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{m},$$

$$\therefore BC + AB = 6 + 10 = 16\text{m},$$

$\therefore$ 旗杆折断之前的高度是16m,

故选: D.

4. 《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一, 在《勾股》章中记载了一道“折竹抵地”问题: “今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 问折者高几何?” 翻译成数学问题: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB+AC=10$, $BC=3$, 若设 $AC=x$, 则可列方程为()



A. $x^2 + (10-x)^2 = 3^2$

B. $x^2 + 3^2 = (10+x)^2$

C. $(10-x)^2 + 3^2 = x^2$

D. $x^2 + 3^2 = (10-x)^2$

【答案】D

【分析】根据勾股定理建立方程即可.

【解析】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AB + AC = 10$, $BC = 3$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$$

设 $AC=x$, 则 $AB=10-x$, 则

$$x^2 + 3^2 = (10-x)^2$$

故选 D

5. 一架2.5米长的梯子，斜立在一竖直的墙上，这时梯子的底端离墙0.7米，如果梯子的顶端沿墙下滑0.4米，那么梯子底部在水平方向上滑动()

- A.0.4 米 B.0.5 米 C.0.8 米 D.0.9 米

【答案】C

【分析】依题意画出图形，先利用勾股定理求出AC，进而得出A'C，再利用勾股定理求出CB'即可解答.

【解析】解：如图，在Rt△ABC中，AB=2.5,BC=0.7,∠ACB=90°，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{2.5^2 - 0.7^2} = 2.4$$

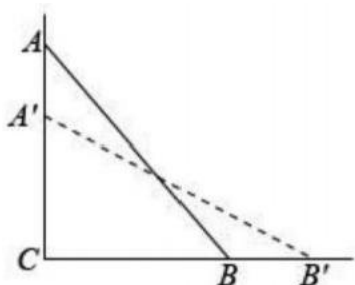
$$\therefore A'C = 2.4 - 0.4 = 2$$

在Rt△ACB'中，CB' = $\sqrt{A'B'^2 - A'C^2} = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5$,

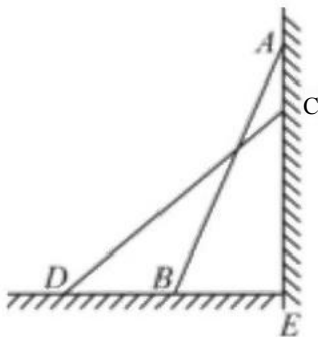
$$\therefore BB' = 1.5 - 0.7 = 0.8,$$

即梯子底部在水平方向上滑动0.8米，

故选：C.



6. 如图，一根长为2.5m的梯子AB斜靠在垂直于地面的墙上，这时梯子的底端B离墙根E的距离为0.7m，如果梯子的底端向外(远离墙根方向)移动0.8m至D处，则梯子的顶端将沿墙向下移动的距离AC为 ()



- A.0.4m B.0.5m C.0.8m D.0.7m

【答案】A

【分析】在Rt△ABE中求出AE，在Rt△CDE中求出CE，继而可得出顶端将沿墙向下移动的距离.

【解析】解：由题意得， $AB=CD=2.5\text{m}$ ， $BE=0.7\text{m}$ ， $DE=1.5\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=2.4\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=2\text{m}$ ，

$\therefore$ 梯子的顶端将沿墙向下移动的距离 $AC=2.4-2=0.4\text{m}$ ，

故选：A.

7. 从前有一天，一个笨汉拿着竹竿进屋，横着竖拿都进不去，横着比门框宽4尺，竖着比门框高2尺. 另一醉汉叫他沿着门的两个对角斜着拿竿，这个笨汉一试，不多不少刚好进去了，你知道竹竿有多长吗？若设竹竿的长为 x 尺，则下列方程，满足题意的是（ ）

A. $(x+2)^2+(x-4)^2=x^2$

B. $(x+2)^2+(x+4)^2=x^2$

C. $(x-2)^2+(x-4)^2=x^2$

D. $(x-2)^2+(x+4)^2=x^2$

【答案】C

【分析】根据题意，门框的长，宽，以及竹竿长是直角三角形的三个边长，等量关系为：门框长的平方+宽的平方=门的两个对角长的平方，把相关数值代入即可求解.

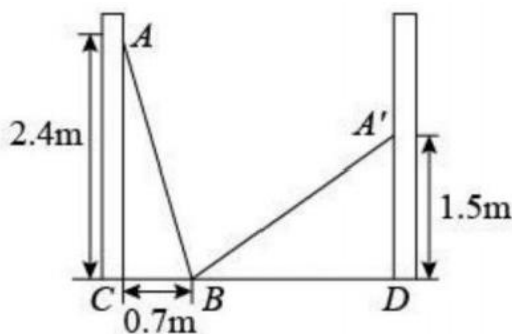
【解析】解： $\because$ 竹竿的长为 x 尺，横着比门框宽4尺，竖着比门框高2尺.

$\therefore$ 门框的长为 $(x-2)$ 尺，宽为 $(x-4)$ 尺，

可列方程， $(x-2)^2+(x-4)^2=x^2$ ，

故选C.

8. 如图，小巷左右两侧是竖直的墙，一架梯子斜靠在左墙时，梯子底端到左墙角的距离 BC 为 0.7m ，梯子顶端到地面的距离 AC 为 2.4m . 如果保持梯子底端位置不动，将梯子斜靠在右墙时，梯子顶端到地面的距离 $A'D$ 为 1.5m ，则小巷的宽为（ ）.



A. 2.4m

B. 2.5m

C. 2.6m

D. 2.7m

【答案】D

【分析】在 $Rt\triangle ABC$ 中，利用勾股定理计算出AB长，再在 $Rt\triangle A'BD$ 中利用勾股定理计算出BD长，然后可得CD的长．

【解析】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中，

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{24^2 + 0.7^2} = 2.5m$$

$$A'B = 2.5m$$

在 $Rt\triangle A'BD$ 中，

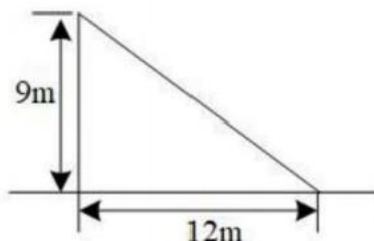
$$BD = \sqrt{A'B^2 - A'D^2} = \sqrt{2.5^2 - 1.5^2} = 2m,$$

$$\therefore CD = BC + BD = 2 + 0.7 = 2.7m,$$

故选：D.

二、填空题

9. 如图，一根旗杆在离地面9m处断裂，旗杆顶部落在离旗杆底部12米处，旗杆折断之前的高为_____.



【答案】24米

【分析】根据勾股定理，计算树的折断部分是15米，则折断前树的高度是15+9=24米.

【解析】解：旗杆折断后，落地点与旗杆底部的距离为12米，旗杆离地面9米折断，且旗杆与地面是垂直的，

$\therefore$ 折断的旗杆与地面形成了一个直角三角形.

根据勾股定理，折断部分的旗杆为： $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 米，

$\therefore$ 旗杆折断之前高度为15+9=24米.

10. 如图，山坡上，树甲从点A处折断，其树顶恰好落在另一棵树乙的根部C处，已知AB=4m,BC=10m,已知两棵树的水平距离为6m, 则树甲原来高_____

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/248033141066006057>