2018 年全国高考数学模拟考试考前必做基础 30 题（解析版）

1. 已知集合$A=\{x|x^2-2>0\}$，$B=\{x|x>0\}$，则$A\cup B=$（　　）

A. $(0,\sqrt{2})$　　B. $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$　　C. $(\sqrt{2},+\infty)$　　D. $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(0,+\infty)$

【答案】D

【解析】∵集合$A=\{x|x^2-2>0\}$

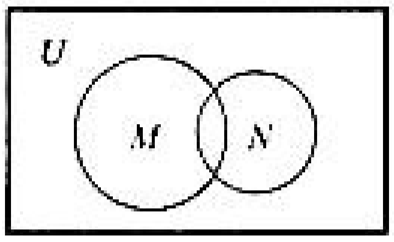
∴$A=(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

∵集合$B=\{x|x>0\}$

∴$A\cup B=(-\infty,-\sqrt{2})\cup(0,+\infty)$

故选 D.

2. 已知全集U是实数集R，右边的韦恩图表示集合$M=\{x|x\rangle 2\}$与$N=\{x|1<x<3\}$的关系，那么阴影部分所表示的集合可能为（　　）



A. $\{x|x<2\}$　　B. $\{x|1<x<2\}$　　C. $\{x|x\rangle 3\}$　　D. $\{x|x\le 1\}$

【答案】D

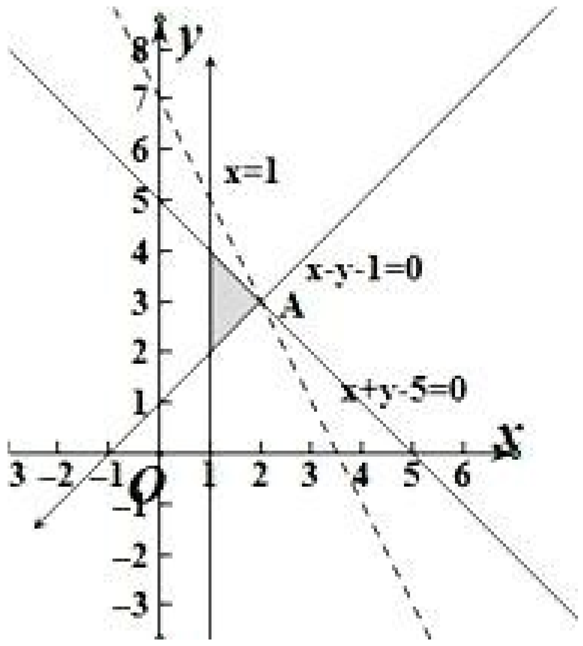
【解析】阴影部分表示的集合为$\complement_U(M\cup N)$，由题$M\cup N=\{x|x\rangle 1\}$，所以$\complement_U(M\cup N)=\{x|x\le 1\}$，故选择D.

3. 若变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\le 0\\ x+y\le 5\\ x\ge 1\end{cases}$，则$z=-2x-y$的最小值是（　　）

A. -8　　B. -7　　C. -6　　D. -4

【答案】B

【解析】画出不等式组表示的可行域（如图阴影部分所示）.



由$z=-2x-y$得$y=-2x-z$. 平移直线$y=-2x-z$，结合图形可得，当直线$y=-2x-z$经过可行域内的点 A 时，直线在y 轴上的截距最大，此时z 取得最小值.

由$\begin{cases}x-y-1=0\\x+y-5=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$，故点$A(2,3)$.

$\therefore z_{min}=-2\times2-3=-7$.

故选 B.

4. 已知函数$f(x)=\sin x-x$，则不等式$f(x+2)+f(1-2x)<0$的解集是（　）

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$　　C. $(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,3)$

【答案】D

【解析】因为$f'(x)=\cos x-1\le0$，所以函数$f(x)=\sin x-x$是单调递减函数；又$f(-x)=-\sin x+x=-f(x)$，即是奇函数，所以原不等式可化为$f(x+2)<f(2x-1)$，则函数的单调性可知$x+2>2x-1\Rightarrow x<3$，应选答案 D .　学科*网

5. 在平面直角坐标系xOy中，已知双曲线C_1：$2x^2-y^2=1$，过C_1的左顶点引C_1的一条渐进线的平行线，则该直线与另一条渐进线及x轴围成的三角形的面积（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{16}$

【答案】C

【解析】不妨设直线的斜率为$\sqrt{2}$，则直线方程为$y=\sqrt{2}\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，另一条渐近线方程为$y=-\sqrt{2}x$，联立可得交点坐标为$M\left(\frac{\sqrt{2}}{4},-\frac{1}{2}\right)$，故三角形的面积为$S=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{\sqrt{2}}{8}$，应选答案 C.

6. 已知$f(x)$为定义在 R 上的偶函数，且$f(x+2)=f(x)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=2^x+1$，记

$a=f(log_{0.5}6),b=f(log_2 7),c=f(8)$，则$a,b,c$的大小关系为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

【答案】D

【解析】当$x\in[0,1]$时，$f(x)=2^x+1$，则$f(x)$在$[0,1]$上是增函数，

且当$x\in[0,1]$]时，$1\le f(x)\le 2$，

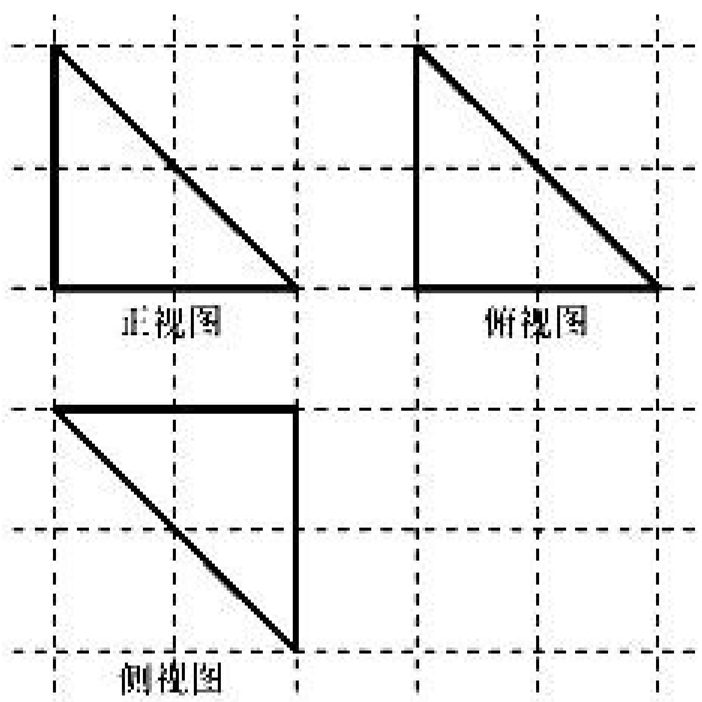
$\because f(x+2)=f(x)$，$\therefore f(x)$的周期为 2.

$\therefore a=f(log_{0.5}6)=a=f(-log_2 6)=f\left(2+log_2\frac{1}{6}\right)=f\left(log_2\frac{2}{3}\right)=f\left(-log_2\frac{2}{3}\right)=f\left(log_2\frac{3}{2}\right)$,

$f(log_2 7)=f(-2+log_2 7)=f\left(log_2\frac{7}{4}\right)$, $c=f(8)=f(-2\times4+8)=f(0)=f(log_2 1)$,

$\because 1<\frac{3}{2}<\frac{7}{4},\therefore log_2 1<log_2\frac{3}{2}<log_2\frac{7}{4},\therefore f(log_2 1)<f\left(log_2\frac{3}{2}\right)<f\left(log_2\frac{7}{4}\right)$.

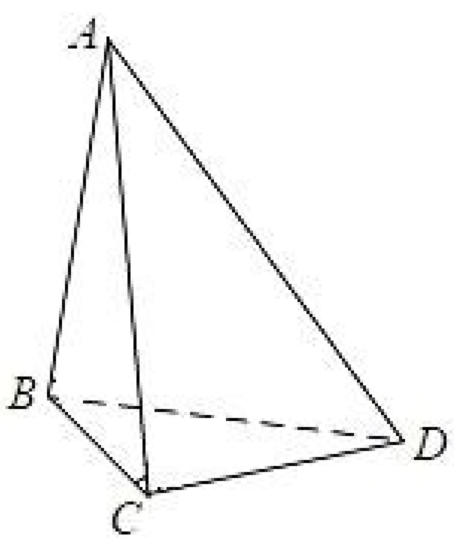
7. 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的外接球的表面积等于（　　）



A. $4\sqrt{3}\pi$　　B. 3π　　C. 8π　　D. 12π

【答案】D

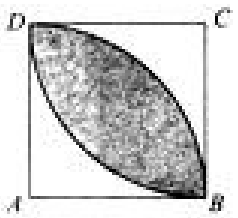
【解析】根据三视图可画出该空间几何体，如下图所示.



其中 $AB=BD=CD=2$，$AB\perp$平面BCD，$BD\perp CD$，所以外接球的直径为

$AC=\sqrt{AB^2+BD^2+CD^2}=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$，所以该多面体的外接球的表面积为 $4\pi\left(\sqrt{3}\right)^2=12\pi$

7. 如图，分别以 A,C 为圆心，正方形 $ABCD$ 的边长为半径圆弧，交成图中阴影部分，现向正方形内投入 1 个质点，则该点落在阴影部分的概率为（ ）



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\pi-2}{2}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{\pi-2}{4}$

【答案】B

【解析】设正方形的面积为 1，阴影部分由两个弓形构成，

每个弓形的面积为 $\frac{1}{2}\times1\times\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\pi-2}{4}$

故所求的概率为 $\frac{2\times\frac{\pi-2}{4}}{1}=\frac{\pi-2}{2}$

9. 将函数 $f\left(x\right)=2\sqrt{3}\cos^2x-2\sin x\cos x-\sqrt{3}$ 的图象向左平移 $t(t>0)$ 个单位，所得图象对应的函数为奇函数，则 t 的最小值为（　　）

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

【答案】D

【解析】$f\left(x\right)=2\sqrt{3}\cos^2x-2\sin x\cos x-\sqrt{3}=2\sqrt{3}\times\frac{1+\cos2x}{2}-\sin2x-\sqrt{3}=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，平移后函数 $y=2\cos\left(2x+2t+\frac{\pi}{6}\right)$ 为奇函数，所以 $2t+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，解得 $t=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in Z$，所以当 $k=0$ 时，t 有最小值 $\frac{\pi}{6}$.

10. 为美化环境，从红、黄、白、紫4 种颜色的花中任选 2 种花种在一个花坛中，则选中的花中没有红色的概率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{9}{10}$

【答案】A

【解析】

从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中共有$C_4^2=6$中，其中选中的花中没有红色共有$C_3^2=3$种，故其概率为$\frac{C_3^2}{C_4^2}=\frac{1}{2}$，故选A.

11. 执行如图所示的程序框图，当输出的$S=2$时，则输入的S的值为(　　)

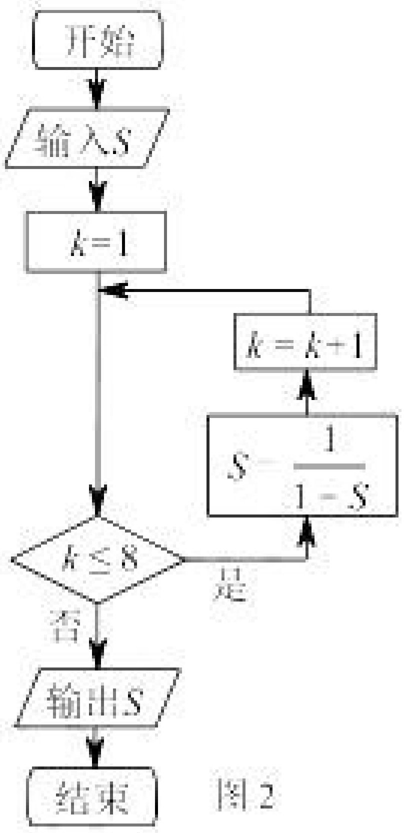


图 2

A. -2　　B. -1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】若输入$S=-2$，则执行循环得$S=\frac{1}{3},k=2;S=\frac{3}{2},k=3;S=-2,k=4;S=\frac{1}{3},k=5;S=\frac{3}{2},k=6;$

$S=-2,k=7;S=\frac{1}{3},k=8;S=\frac{3}{2},k=9;$结束循环，输出$S=\frac{3}{2}$，与题意输出的$S=2$矛盾；

若输入$S=-1$，则执行循环得$S=\frac{1}{2},k=2;S=2,k=3;S=-1,k=4;S=\frac{1}{2},k=5;S=2,k=6;$

$S=-1,k=7;S=\frac{1}{2},k=8;S=2,k=9;$结束循环，输出$S=2$，符合题意；

若输入 $S=-\frac{1}{2}$，则执行循环得 $S=\frac{2}{3},k=2;S=3,k=3;S=-\frac{1}{2},k=4;S=\frac{2}{3},k=5;S=3,k=6;$

$S=-\frac{1}{2},k=7;S=\frac{2}{3},k=8;S=3,k=9;$ 结束循环，输出 $S=3$，与题意输出的 $S=2$ 矛盾；

若输入 $S=\frac{1}{2}$，则执行循环得 $S=2,k=2;S=-1,k=3;S=\frac{1}{2},k=4;S=2,k=5;S=-1,k=6;$

$S=\frac{1}{2},k=7;S=2,k=8;S=-1,k=9;$ 结束循环，输出 $S=-1$，与题意输出的 $S=2$ 矛盾；综上选B.

12. 已知向量 $\vec{a}=(sin\theta,1),\vec{b}=(-sin\theta,1),\vec{c}=(cos\theta,-1)$，且 $(2\vec{a}-\vec{b})//\vec{c}$，则 $sin2\theta$ 等于__________.

【答案】$-\frac{12}{13}$

【解析】根据题意，$\vec{a}=(\sin\theta,1),\vec{b}=(-\sin\theta,1),\vec{c}=(\cos\theta,-1)$ 则 $2\vec{a}-\vec{b}=(3\sin\theta,2)$，

又由 $(2\vec{a}-\vec{b})//\vec{c}$，则有 $3sin\theta\times(-1)=2cos\theta$，即 $-3sin\theta=2cos\theta$，

化简可得，$tan\theta=-\frac{2}{3}$，$sin2\theta=2sin\theta cos\theta=\frac{2sin\theta cos\theta}{sin^2\theta+cos^2\theta}=\frac{2tan\theta}{tan^2\theta+1}=-\frac{12}{13}$，

即 $sin2\theta=-\frac{12}{13}$.；故答案为 $-\frac{12}{13}$.

13. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_2,a_6 是 $3x^2-10x+3=0$ 的两个根，则 $\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_6}+a_4^2=$ __________.

【答案】$\frac{13}{3}$

【解析】因为 $\{a_n\}$ 为等比数列，所以 $a_2a_6=a_4^2$，又 $a_2+a_6=10,a_2a_6=1$，所以 $\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_6}+a_4^2=\frac{\frac{10}{3}}{1}+1=\frac{13}{3}$，

填 $\frac{13}{3}$.

14. 已知 $\frac{1}{1+i}=\frac{1}{2}-ni$，其中 n 是实数，i 虚数单位，那么 $n=$__________.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】$\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$，根据复数相等的充要条件可知，$n=\frac{1}{2}$.

15. 下面茎叶图记录了甲、乙两班各六名同学一周的课外阅读时间（单位：小时）已知甲班数据的平均数为13，乙班数据的中位数为17，那么x的位置应填__________，y的位置应填__________.

甲				乙		
	8	9	0	7	6	
3	x	5	1	9	y	6
		0	2	1		

【答案】 3 8

【解析】甲班平均数$13=\dfrac{8+9+13+15+10+x+20}{6}$，解得$x=3$；乙班共 6 个数据，中位数应为$17=\dfrac{10+y+10+6}{2}$，解得$y=8$.

16. 若$(3x^2-a)(2x-\frac{1}{x})^5$的展开式中$x^3$的系数为 80，则$a=$_______.

【答案】-2

【解析】分析：先求出二项式$(2x-\frac{1}{x})^5$的通项，然后通过组合的方法得到展开式中x^3的系数后求得a的值.

详解：二项式$(2x-\frac{1}{x})^5$展开式的通项为$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-\frac{1}{x})^r=(-1)^r\cdot 2^{5-r}\cdot C_5^r\cdot x^{5-2r}$，

故展开式中x^3的系数为$3\times 2^3\cdot C_5^2+(-a)\times(-1)\cdot 2^4\cdot C_5^1=120+80a$，

由题意得$240+80a=80$，解得$a=-2$.

17. 已知$|\vec{a}|=2,\vec{b}$是单位向量，且$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为 60°，则$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$等于__________.

【答案】3

【解析】$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=4-2\times1\times\frac{1}{2}=3$

18. 函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(A>0,\omega>0)$的最大值为$2$，它的最小正周期为$2\pi$.

（1）求函数$f\left(x\right)$的解析式；

（2）若$g\left(x\right)=\cos x\cdot f\left(x\right)$，求$g\left(x\right)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$上的最大值和最小值.

【答案】（1）$f\left(x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$；（2）详见解析.

【解析】(1) 由已知 $f(x)$ 最小正周期为 2π，所以 $\frac{2\pi}{\omega}=2\pi$，解得 $\omega=1$. 因为 $f(x)$ 的最大值为 2，所以 $A=2$，所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(2) 因为 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin x\cos\frac{\pi}{6}+2\cos x\sin\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，

所以 $g(x)=\cos x\cdot f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}$

$=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$. 因为 $-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{4}$，所以 $-\frac{\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{2\pi}{3}$，

于是，当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$. 即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时， $g(x)$ 取得最大值 $\frac{3}{2}$；当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$. 即 $x=-\frac{\pi}{6}$ 时， $g(x)$ 取得最小值 0.

10. 已知 $\triangle ABC$ 中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c, 且 $a\sin A+c\sin C-b\sin B=\sqrt{2}a\sin C$.

(1) 求角B的大小；

(2) 设向量 $\vec{m}=(\cos A,\cos 2A)$, $\vec{n}=(12,-5)$，边长 $a=4$，当 $\vec{m}\cdot\vec{n}$ 取最大值时，求b边的长.

【答案】(1) $B=\frac{\pi}{4}$ (2) $b=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

【解析】(1) 由题意, $a\sin A+c\sin C-b\sin B=\sqrt{2}a\sin C$

$\therefore\ a^2+c^2-b^2=\sqrt{2}ac$

$\therefore\ \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{\sqrt{2}ac}{2ac}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

所以 $B=\frac{\pi}{4}$

(2) 因为 $\vec{m}\cdot\vec{n}=12\cos A-5\cos 2A=-10(\cos A-\frac{3}{5})^2+\frac{43}{5}$,

所以当 $\cos A=\frac{3}{5}$ 时， $\vec{m}\cdot\vec{n}$ 取最大值，此时， $\sin A=\frac{4}{5}$

由正弦定理得， $b=a\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

11. 已知直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t+4\sqrt{2}\end{cases}$ (t 是参数)，圆 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求圆心 C 的直角坐标；

（2）由直线l上的点向圆C引切线，求切线长的最小值.

【答案】（Ⅰ）$\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$；（Ⅱ）$4\sqrt{2}$.

【解析】（Ⅰ）∵$\rho=4\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\cos\theta-2\sqrt{2}\sin\theta$，

∴$\rho^2=2\sqrt{2}\rho\cos\theta-2\sqrt{2}\rho\sin\theta$，

∴圆C的直角坐标方程为$x^2+y^2-2\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y=0$，即$\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2=4$

∴圆心的直角坐标为$\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$.

（Ⅱ）直线l上的点向圆C引切线，则切线长为

$$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}t-\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}t+\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)^2-4}=\sqrt{t^2+8t+48}=\sqrt{(t+4)^2+32}\geq 4\sqrt{2}$$

，∴直线l上的点向圆C引的切线长的最小值为$4\sqrt{2}$.

19. 某钢厂打算租用A，B两种型号的火车车皮运输 900 吨钢材，A，B两种车皮的载货量分别为 36 吨和 60 吨，租金分别为1.6 万元/个和 2.4 万元/个，钢厂要求租车皮总数不超过21 个，且B型车皮不多于A型车皮 7 个，分别用x，y表示租用A，B两种车皮的个数.

（Ⅰ）用x，y列出满足条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；

（Ⅱ）分别租用A，B两种车皮的个数是多少时，才能使得租金最少？并求出此最小租金.

【答案】（Ⅰ）见解析；（Ⅱ）分别租用A、B两种车皮 5 个，12 个时租金最小，且最小租金为36.8 万.

【解析】（Ⅰ）由已知x，y满足的数学关系式为

$$\begin{cases}36x+60y\geq 900,\\ x+y\leq 21,\\ y-x\leq 7,\\ x\geq 0,\\ y\geq 0.\end{cases}$$

该二元一次不等式组所表示的平面区域为图中阴影部分所示.