专题 1.8 认识三角形-三角形的内角（基础篇）

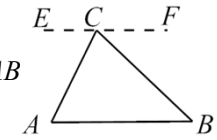
（专项练习）

一、单选题

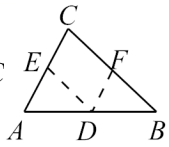
类型一、三角形的内角和及证明

1．在探究证明“三角形的内角和是 180°”时，综合实践小组的同学作了如下四种辅助线，其中不能证明“三角形内角和是 180°”的是（　　）

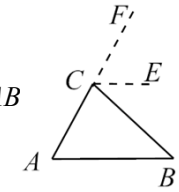
A．过 C 作 $EF \parallel AB$



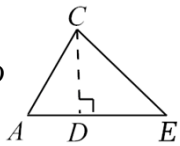
B．过 AB 上一点 D 作 $DE \parallel BC$，$DF \parallel AC$



C．延长 AC 到 F，过 C 作 $CE \parallel AB$



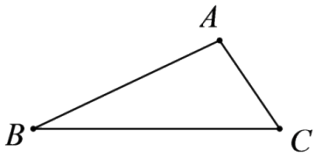
D．作 $CD \perp AB$ 于点 D

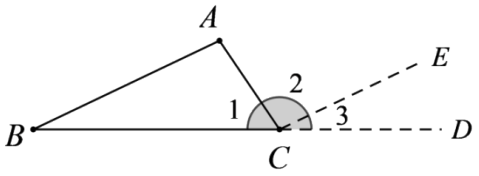


2．定理：三角形的内角和等于 180°.

已知：$\triangle ABC$ 的三个内角为 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$

求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

证法 1：如图 $\because \angle A=100°$，$\angle B=30°$，$\angle C=50°$（量角器测量） $\therefore 100°+30°+50°=180°$（计算所得） $\therefore \angle A+\angle B+\angle C=180°$（等量代换）	

证法 2：如图，延长 BC 到 D，过点 C 作 $CE//AB$. $\therefore \angle A=\angle 2$（两直线平行，内错角相等） $\angle B=\angle 3$（两直线平行，同位角相等） $\because \angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$（平角定义）. $\therefore \angle 1+\angle A+\angle B=180°$（等量代换） 即 $\angle A+\angle B+\angle C=180°$.	

下列说法正确的是（　　）

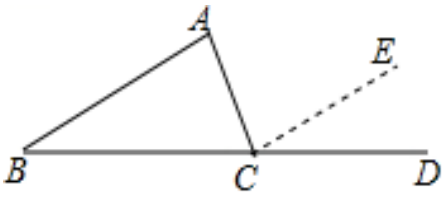
A．证法 1 采用了从特殊到一般的方法证明了该定理

B．证法 1 还需要测量一百个进行验证，就能证明该定理

C．证法 2 还需证明其它形状的三角形，该定理的证明过程才完整

D．证法 2 用严谨的推理证明了该定理

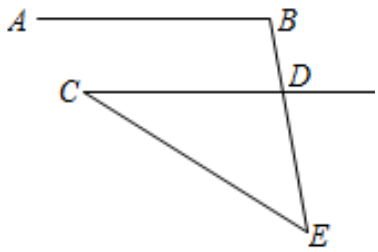
3．如图，在证明“△ABC 内角和等于 180°”时，延长 BC 至 D，过点 C 作 $CE//AB$，得到∠ABC＝∠ECD，∠BAC＝∠ACE，由于∠BCD＝180°，可得到∠ABC+∠ACB+∠BAC＝180°，这个证明方法体现的数学思想是（　　）



A．数形结合　　B．特殊到一般　　C．一般到特殊　　D．转化

类型二、与平行线有关的内角和问题

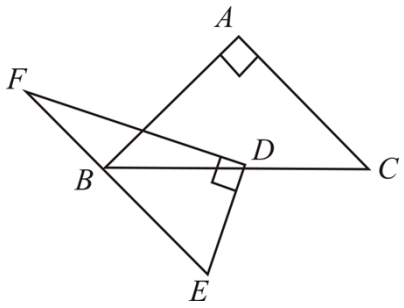
4．如图，AB∥CD，∠C=32°，∠E=48°，则∠B 的度数为（）



A．120°　　B．128°　　C．110°　　D．100°

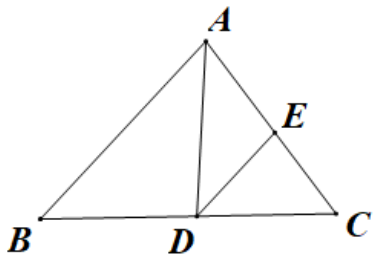
5．将一副三角板按如图所示的方式放置，$\angle FDE=\angle A=90^{\circ}$，$\angle C=45^{\circ}$，$\angle E=60^{\circ}$，

且点 D 在 BC 上，点 B 在 EF 上，$AC\parallel EF$，则 $\angle FDC$ 的度数为（　　）



A．150°　　B．160°　　C．165°　　D．155°

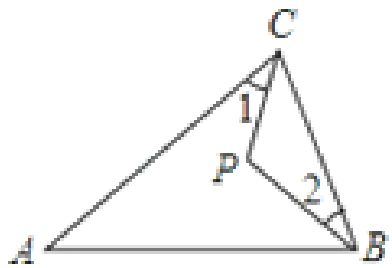
6．如图，在△ABC 中，$\angle B=46°$，$\angle ADE=40°$，AD 平分 $\angle BAC$，交 BC 于 D，$DE\parallel AB$，交 AC 于 E，则 $\angle C$ 的大小是（　　）



A．46°　　B．54°　　C．66°　　D．80°

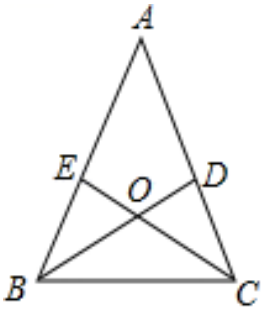
类型三、与角平分线有关的三角形内角和问题

7．如图，在△ABC 中，$\angle ACB=68°$，若 P 为△ABC 内一点，且 $\angle 1=\angle 2$，则 $\angle BPC$ 的度数为（　　）.



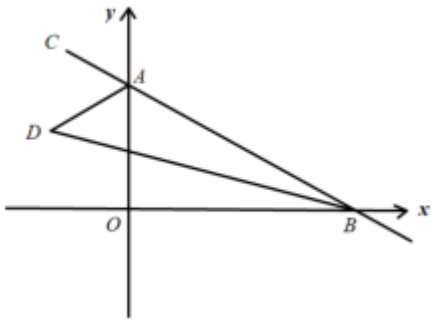
A．102°　　B．132°　　C．100°　　D．112°

8．如图，已知△ABC 中，BD、CE 分别是 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的角平分线，BD 与 CE 交于点 O．如果 $\angle BAC=n°$，那么用含 n 的代数式表示 $\angle BOC$（　　）



A．（45+n）°　　B．（180﹣n）°　　C．（90+n）°　　D．（90+$\frac{1}{2}n$）°

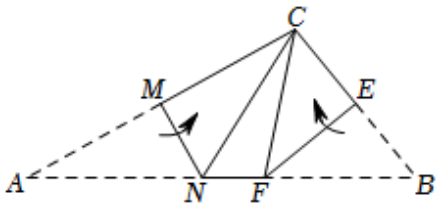
9．如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 y 轴在正半轴、x 轴正半轴分别交 A、B 两点，点 C 在 BA 的延长线上，AD 平分∠CAO，BD 平分∠ABO，则∠D 的度数是（　　）



A．30°　　B．45°　　C．55°　　D．60°

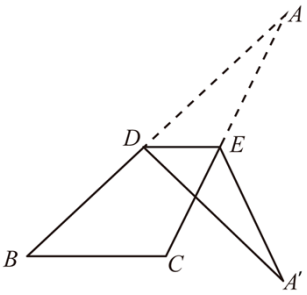
类型四、三角形折叠中的角度问题

10．如图，在△ABC 中，∠A＝30°，∠B＝50°，将点 A 与点 B 分别沿 MN 和 EF 折叠，使点 A、B 与点 C 重合，则∠NCF 的度数为（　　）.



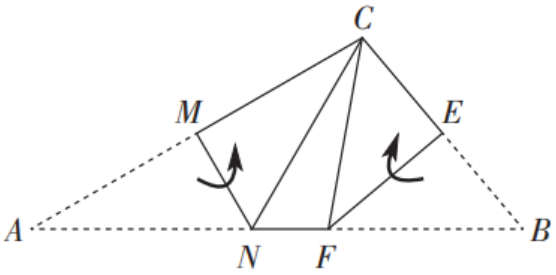
A．22°　　B．21°　　C．20°　　D．19°

11．如图，将 ΔABC 沿着平行于 BC 的直线 DE 折叠，点 A 落在点 A' 处，若 $\angle B=44°$，则 $\angle A'DB$ 的度数是（　　）



A．108°　　B．104°　　C．96°　　D．92°

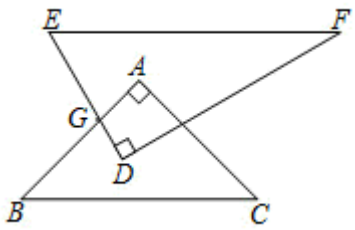
12．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=30°$，$\angle B=50°$，将点A与点B分别沿MN和EF折叠，使点A、B与点C重合，则$\angle NCF$的度数为（　　）



A．22°　　B．21°　　C．20°　　D．19°

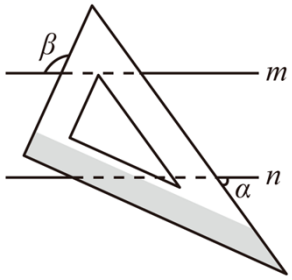
类型五、三角形内角和定理的应用

13．如图摆放的是一副学生用的直角三角板，$\angle F=30°$，$\angle C=45°$，AB与DE相交于点G，当$EF\parallel BC$时，$\angle AGE$的度数是（　　）.



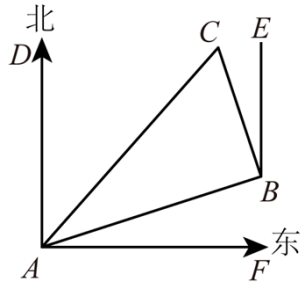
A．60°　　B．65°　　C．75°　　D．85°

14．小强把一个含有30°的直角三角板放在如图所示两条平行线m，n上，测得∠β＝115°，则∠α的度数为（　　）



A．65°　　B．55°　　C．45°　　D．35°

15．在“爱我河北”白色垃圾清理活动中，小霞同学从 B 点出发，沿北偏西 20°方向到达 C 地，已知 $\angle C=70°$，此时营地 A 在 C 的(　　)．

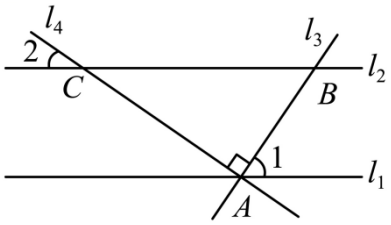


A．北偏东 20°方向上　　B．北偏东 70°方向上

C．南偏西 50°方向上　　D．北偏西 70°方向上

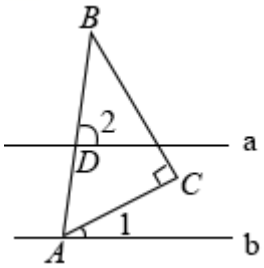
类型六、直角三角形两锐角互余的应用

16．如图，直线 $l_1 \parallel l_2$，直线 l_3 交 l_1 于点 A，交 l_2 于点 B，过点 A 的直线 $l_4 \perp l_3$，交 l_2 于点 C．若 $\angle 1=56°$，则 $\angle 2$ 的度数为（　　）



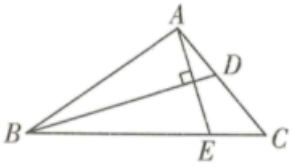
A．34°　　B．44°　　C．46°　　D．56°

17．如图，直线 $a//b$，$Rt\triangle ABC$ 如图放置，若∠1=28°，∠2=80°，则∠B 的度数为（　　）



A．62°　　B．52°　　C．38°　　D．28°

18．如图，BD 是$\triangle ABC$ 的角平分线 $AE\perp BD$ 交 BC 于点 E，若 $\angle ABC=35°$，$\angle C=50°$，则$\angle CAE$ 的度数为（　　）



A．12.5°　　B．17.5°　　C．22.5°　　D．27.5°

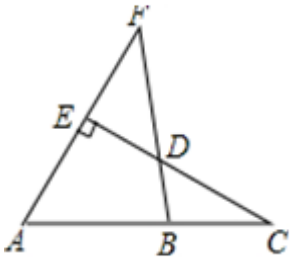
二、填空题

类型一、三角形的内角和及证明

19．在△ABC 中，∠B=∠C，∠A+∠B=115°，则∠B=_____.

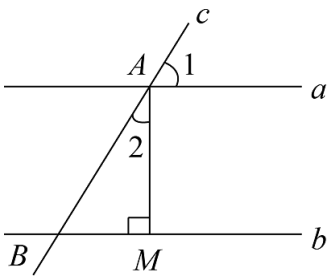
20．∠A 是∠B 的 2 倍，∠C 等于∠A 加∠B，则△ABC 是_____三角形.

21．如图，$CE\perp AF$，垂足为 E，CE 与 BF 相交于点 D，$\angle F=45°$，$\angle DBC=105°$，则$\angle C$=____.

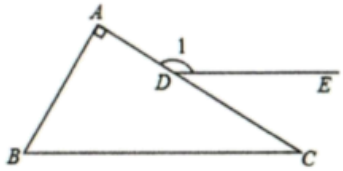


类型二、与平行线有关的内角和问题

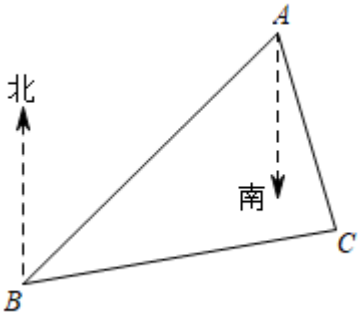
22．如图所示，直线 $a\ //\ b$，直线 c 与直线 a，b 分别相交于点 A、点 B，$AM\perp b$，垂足为点 M，若∠1=56°，则∠2=_____.



23．如图所示，在△ABC中，$\angle A=90°$，点D在AC边上，$DE\parallel BC$．若$\angle 1=148°$，则$\angle B=$_____度．

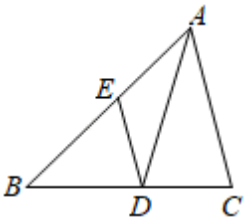


24．如图，B处在A处的南偏西45°方向，C处在A处的南偏东15°方向，$\angle ACB=85°$，则C处在B处的_____度方向．

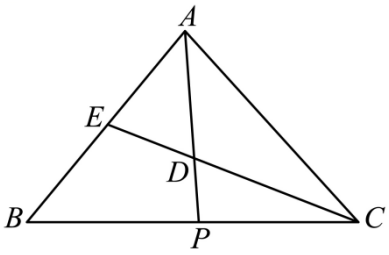


类型三、与角平分线有关的三角形内角和问题

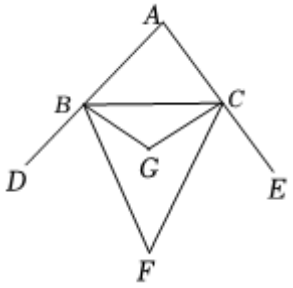
25．如图，在△ABC中，AD平分$\angle BAC$，$DE\parallel AC$，若$\angle B=45°$，$\angle C=75°$，那么$\angle ADE=$__．



26．如图，点D是△ABC两条角平分线AP、CE的交点，如果$\angle BAC+\angle BCA=140°$，那么$\angle ADC=$_____°．

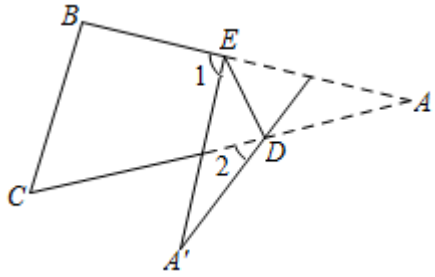


27．已知△*ABC*，∠*A*=80°，*BF* 平分外角∠*CBD*，*CF* 平分外角∠*BCE*，*BG* 平分∠*CBF*，*CG* 平分外角∠*BCF*，则∠*G*=_____°.

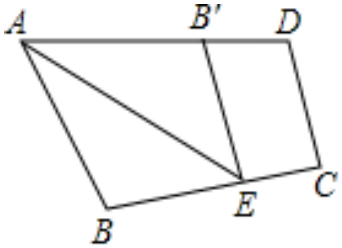


类型四、三角形折叠中的角度问题

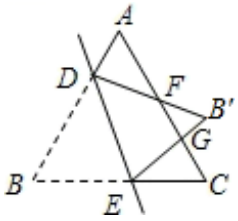
28．如图，把三角形纸片 *ABC* 沿 *ED* 折叠，使点 A 落在四边形 *BCDE* 外部，那么∠1，∠2，∠*A* 之间的数量关系是_____.



29．一个四边形纸片 *ABCD*，∠*B*＝∠*D*，把纸片按如图所示折叠，使点 *B* 落在 *AD* 边上的 *B'*点，*AE* 是折痕，若∠*C*＝86°，那么∠*AEB*＝__°.

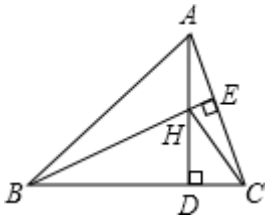


30．如图，等边三角形 *ABC* 中，点 *D*，*E* 分别在边 *AB*，*BC* 上，把△*BDE* 沿直线 *DE* 翻折，使点 *B* 落在点 *B'* 处，*DB'*，*EB'* 分别交边 *AC* 于点 *F*，*G*，若∠*ADF*＝95°，则∠*EGC* 的度数为__.

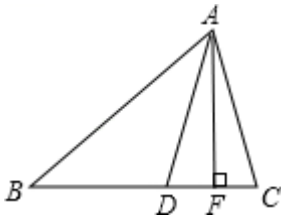


类型五、三角形内角和定理的应用

31．如图，在△ABC 中，$\angle ACB=60°$，$\angle BAC=75°$，$AD\perp BC$ 于 D，$BE\perp AC$ 于 E，AD 与 BE 交于 H，则$\angle CHD=$_____.



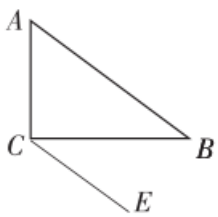
32．如图，AF，AD 分别是△ABC 的高和角平分线，且$\angle B=36°$，$\angle C=76°$，则$\angle DAF=$_____度.



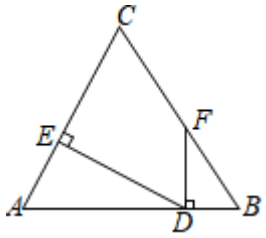
33．当三角形中一个内角α是另一个内角β的一半时，我们称此三角形为“半角三角形”，其中α称为“半角”．如果一个“半角三角形”的“半角”为 15°，那么这个“半角三角形”的最大内角的度数为____.

类型六、直角三角形两锐角互余的应用

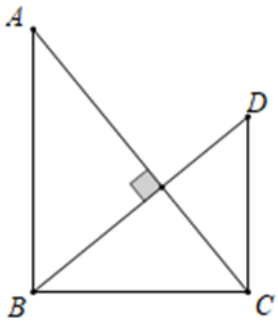
34．如图，$Rt\triangle ACB$ 中，$\angle ACB=90°, CE/\!/AB$，若$\angle BCE=30°$，则$\angle A=$_____.



35．如图，在ΔABC 中，$\angle A=\angle B$，$\angle C=50°$，$DE\perp AC$，$FD\perp AB$，则$\angle EDF=$__°.

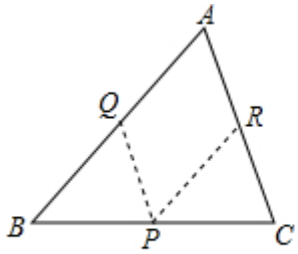


36．如图，已知∠*ABC* 与∠*DCB* 互补，*AC*⊥*BD*，如果∠*A*=40°，那么∠*D* 的度数是_____.

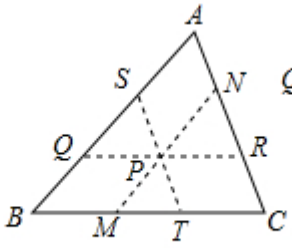


三、解答题

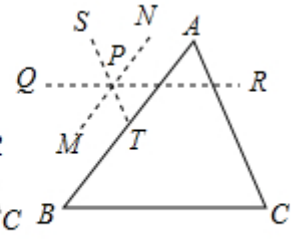
37．在证明三角形内角和定理时，是否可以把三角形的三个角的顶点“凑”到 *BC* 边上的一点 *P*，如图（1）？如果把三个角的顶点“凑”到三角形内一点呢[如图（2）]？“凑”到三角形外一点呢[如图（3）]？你还能想出其他证法吗？



图（1）



图（2）



图（3）

38．已知：在三角形 ABC 和三角形 DEF 中，$AB \parallel DE$．

（1）如图 1，若三角形 DEF 的顶点 F 在三角形 ABC 的边 AB 上，且 $DF \parallel AC$．求证：$\angle A=\angle D$；

（2）如图 2，若三角形 DEF 的顶点 F 在三角形 ABC 的内部，$\angle A=\angle D$，则 DF 与 AC 有怎样的位置关系？请说明理由．

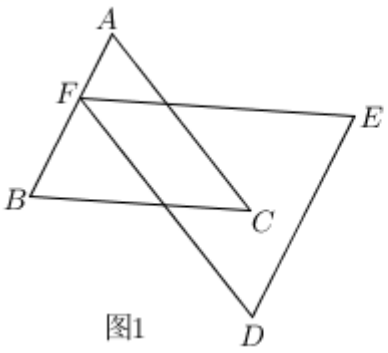


图1

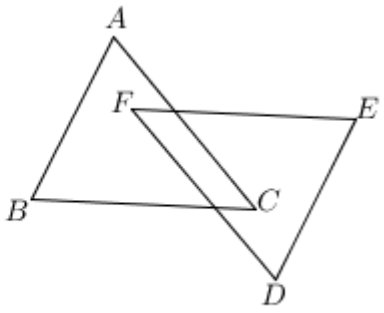


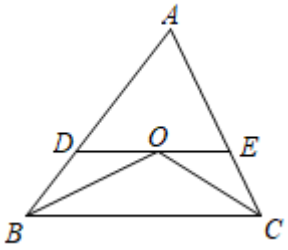
图2

39．如图所示，已知 BO、CO 分别是$\angle ABC$ 与$\angle ACB$ 的平分线，DE 过 O 点且与 BC 平行．

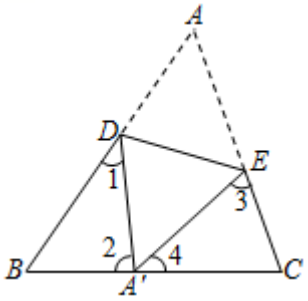
(1)若$\angle ABC=52°$，$\angle ACB=60°$，求$\angle BOC$ 的大小；

(2)若$\angle A=60°$，求$\angle BOC$ 的大小；

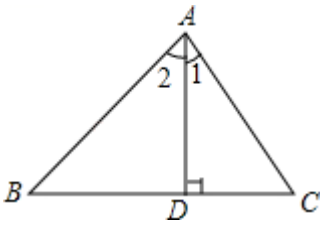
(3)直接写出$\angle A$ 与$\angle BOC$ 的关系是$\angle BOC=$____．（用$\angle A$ 表示出来）



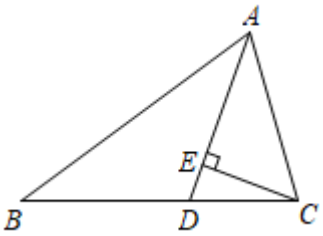
40．如图，在$\triangle ABC$中，D、E分别是边AB、AC上一点，将$\triangle ABC$沿DE折叠，使点A落在边BC上．若$\angle A=55°$，求$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4$四个角和的度数？



41．如图，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$，垂足为点D，$\angle C=2\angle 1$，$\angle 2=\frac{3}{2}\angle 1$，求$\angle B$的度数．



42．如图，AD是$\angle BAC$的平分线，CE是$\triangle ADC$边AD上的高，若$\angle BAC=70°$，$\angle ECD=20°$，求$\angle ACB$的度数．



参考答案

1．D

【分析】

本题运用转化的思想作出相应的平行线，把三角形的内角进行转化，再根据平角的定义解决此题．

解：A．由 $EF\parallel AB$，则$\angle ECA=\angle A$，$\angle FCB=\angle$B．由$\angle ECA+\angle ACB+\angle FCB=180°$，得$\angle A+\angle ACB+\angle B=180°$，故 A 不符合题意．

B．由 $ED\parallel BC$，得$\angle EDF=\angle AED$，$\angle A=\angle FD$B．由 $ED\parallel CB$，得$\angle EDA=\angle B$，$\angle C=\angle AED$，那么$\angle C=\angle EDF$．由$\angle ADE+\angle EDF+\angle FDB=180°$，得$\angle B+\angle A+\angle C=180°$，故 B 不符合题意．

C．由 $CE\parallel AB$，则$\angle A=\angle FEC$，$\angle B=\angle BCE$．由$\angle FCE+\angle ECB+\angle ACB=180°$，得$\angle A+\angle B+\angle ACB=180°$，故 C 不符合题意．

D．由 $CD\perp AB$ 于 D，则$\angle ADC=\angle CDB=90°$，无法证得三角形内角和是 180°，故 D 符合题意．

故选：D．

【点拨】本题考查了三角形内角和定理的证明，将三角形三个内角转换为平角是解本题的关键．

2．D

【分析】

利用理论与实践结合可以判断 C 与 D，根据三角形的平行的性质与平角的定义可以判断 C 与 D，

解：A．证法 1 用量角器量三个内角和为 180°，只能验证该定理的正确性，用特殊到一般法证明该定理缺少理论证明过程，故选项 A 不符合题意；

B．证法 1 只要测量一百个三角形进行验证，验证的正确性更高，就能证明该定理还需要理论证明，故选项 B 不符合题意；

C．证法 2 给出的证明过程是完整正确的，不需要分情况讨论，故 C 不符合题意；

D．证法 2 给出的证明过程是完整正确的，不需要分情况讨论，故 D 符合题意．

故选：D．

【点拨】本题考查三角形内角和的证明问题，命题的正确性需要严谨推理证明．

3．D

【分析】

根据证明过程，是利用平行线的性质将三角形的内角和转化为平角定义证明这一数学思想，即可作出判断．

解：延长 BC 至 D，过点 C 作 $CE//AB$，

$\therefore \angle ABC=\angle ECD$，$\angle BAC=\angle ACE$，

$\because \angle BCD=180°$，即 $\angle ECD+\angle ACB+\angle ACE=180°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$，

这个证明方法体现了转化的数学思想，

故选：D．

【点拨】本题考查平行线的性质、平角定义、三角形的内角和定理的证明，根据证明过程找到转化思想是解答的关键．

4．D

【分析】

根据三角形内角和定理即可求出 $\angle CDE=100°$，再根据平行线的性质即得出 $\angle B=\angle CDE=100°$．

解：$\because$ 在 $\triangle CDE$ 中，$\angle C=32°$，$\angle E=48°$，

$\therefore \angle CDE=180°-\angle C-\angle E=180-32°-48°=100°$．

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle B=\angle CDE=100°$．

故选 D．

【点拨】本题考查三角形内角和定理和平行线的性质．掌握三角形的三个内角的和为 $180°$，两直线平行同位角相等是解题关键．

5．C

【分析】

根据平行线的性质和三角形的内角和定理即可得到结论．

解：$\because AC\parallel EF$，

$\therefore \angle DBE=\angle C=45°$，

$\therefore \angle FBD=135°$，

$\because \angle E=60°$，$\angle EDF=90°$，

∴∠F=30°，

∴∠FDC=∠F+∠FBD=30°+135°=165°，

故选：C．

【点拨】本题考查了三角形的内角和定理，平行线的性质，正确的识别图形是解题的关键．

6．B

【分析】

先根据∠ADE=40°，DE∥AB 求出∠BAD 的度数，再由 AD 平分∠BAC 得出∠BAC 的度数，根据三角形内角和定理即可得出结论．

解：∵∠ADE=40°，DE∥AB，

∴∠BAD=40°．

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAC=2∠BAD=80°．

∵∠B=46°，

∴∠C=180°-∠B-∠BAC=180°-46°-80°=54°．

故选：B．

【点拨】本题考查了平行线的性质，三角形的内角和定理，角平分线的定义，熟记性质与概念是解题的关键．

7．D

【分析】

根据∠1+∠PCB=∠ACB=68°及∠1=∠2，可由等量代换可知 2+∠PCB=68°，然后利用三角形的内角和定理可得出所求角的度数．

解：∵∠1+∠PCB=∠ACB=68°，

又∵∠1=∠2，

∴∠2+∠PCB=68°，

∵∠BPC+∠2+∠PCB=180°，

∴∠BPC=180°-68°=112°，

故答案选 D．

【点拨】利用等量代换的思想及三角形的内角和定理是解答本题的关键．

8．D

【分析】

根据三角形的内角和等于 180°求出∠*ABC*+∠*ACB*，再根据角平分线的定义求出∠*OBC*+∠*OCB*，然后根据三角形的内角和定理列式计算即可得解.

解：∵∠*BAC*＝*n*°，

∴∠*ABC*+∠*ACB*＝180°﹣∠*A*＝180°﹣*n*°，

∵*BD*、*CE* 分别是∠*ABC*、∠*ACB* 的平分线，

∴$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}$（∠*ABC*+∠*ACB*）＝$\frac{1}{2}$×（180°﹣*n*°）＝90°﹣$\frac{1}{2}n$°，

在△*OBC* 中，∠*BOC*＝180°﹣（∠*OBC*+∠*OCB*）＝180°﹣（90°﹣$\frac{1}{2}n$°）＝90°+$\frac{1}{2}n$°.

故选：D.

【点拨】本题考查了三角形的内角和定理，角平分线的定义，是基础题，要注意整体思想的利用.

9．B

【分析】

由 *OA*⊥*OB* 即可得出∠*OAB*+∠*ABO*=90°、∠*AOB*=90°，再根据角平分线的定义以及三角形内角和定理即可求出∠*D* 的度数.

解：∵*OA*⊥*OB*，

∴∠*OAB*+∠*ABO*=90°，∠*AOB*=90°.

∵*DA* 平分∠*CAO*，

∴$\angle DAO=\frac{1}{2}\angle OAC=\frac{1}{2}$（180°-∠*OAB*）.

∵*DB* 平分∠*ABO*，

∴$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABO$，

∴∠*D*=180°-∠*DAO*-∠*OAB*-∠*ABD*

=180°-$\frac{1}{2}$（180°-∠*OAB*）-∠*OAB*-$\frac{1}{2}\angle ABO$

=90°-$\frac{1}{2}$（∠*OAB*+∠*ABO*）

=45°.

故选：B.

【点拨】本题考查了三角形内角和定理，解题的关键是找出$\angle D=90°-\frac{1}{2}$（$\angle OAB+\angle ABO$）．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，熟练运用三角形内角和定理解决问题是关键．

10．C

【分析】

根据三角形的内角和定理可得$\angle ACB=100°$，再由折叠的性质可得$\angle ACN=\angle A=30°$，$\angle FCE=\angle B=50°$，即可求解．

解：∵$\angle A=30°$，$\angle B=50°$，

∴$\angle ACB=100°$，

∵将点 A 与点 B 分别沿 MN 和 EF 折叠，使点 A、B 与点 C 重合，

∴$\angle ACN=\angle A=30°$，$\angle FCE=\angle B=50°$，

∴$\angle NCF=20°$，

故选：C．

【点拨】本题主要考查了图形的折叠的性质、三角形内角和定理、熟练掌握图形的折叠的性质、三角形内角和定理是解题的关键．

11．D

【分析】

根据两直线平行，同位角相等可得$\angle ADE=\angle B$，再根据翻折变换的性质可得$\angle A'DE=\angle ADE$，然后根据平角等于 180°列式计算即可得解．

解：∵$DE \parallel BC$，

∴$\angle ADE=\angle B=44°$，

∵$\triangle ABC$ 沿着平行于 BC 的直线折叠，点 A 落到点 A'，

∴$\angle A'DE=\angle ADE=44°$，

∴$\angle A'DB=180°-44°-44°=92°$．

故选：D．

【点拨】本题考查了平行线的性质，翻折变换的性质，三角形的内角和定理，熟记性质并准确识图理清图中各角度之间的关系是解题的关键．

12．C

【分析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/248042104040006054