

25.3 解直角三角形(第 1 课时) (作业) (夯实基础+能力提升)

【夯实基础】

一、单选题

1. (2022·上海市进才中学一模) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$. 下列四个选项, 正确的是 ()

- A. $\tan B = \frac{3}{4}$ B. $\cot B = \frac{4}{3}$ C. $\sin B = \frac{4}{5}$ D. $\cos B = \frac{4}{5}$

【答案】C

【分析】由勾股定理求得 BC 的长, 进而可求得相应的三角函数值, 进而判断各个选项的正误得到答案.

【详解】解: 如图:

$$\because \angle C = 90^\circ, \quad AB = 5, \quad AC = 4$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3$$

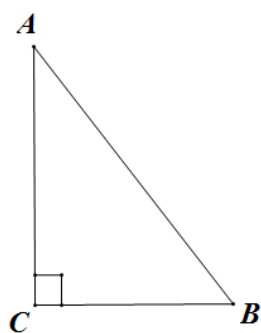
$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}, \text{ 故选项 A 错误, 不符合题意;}$$

$$\cot B = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}, \text{ 故选项 B 错误, 不符合题意;}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}, \text{ 故选项 C 正确, 符合题意;}$$

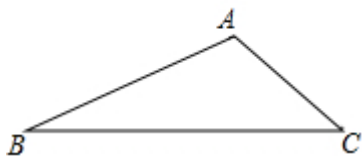
$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}, \text{ 故选项 D 错误, 不符合题意;}$$

故选: C.



【点睛】本题考查解直角三角形, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

2. (2022·上海·九年级单元测试) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 120^\circ$, $AB = 4$, $AC = 2$, 则 $\sin B$ 的值是 ()



- A. $\frac{5\sqrt{7}}{14}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$

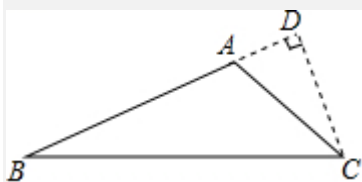
【答案】D

【分析】根据 $\angle A = 120^\circ$ ，得出 $\angle DAC = 60^\circ$ ， $\angle ACD = 30^\circ$ ，得出 $AD = 1$ ， $CD = \sqrt{3}$ ，再根据 $BC = 2\sqrt{7}$ ，利用解直角三角形求出。

【详解】解：如图所示，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D ， $\because \angle BAC = 120^\circ$ ， $\therefore \angle CAD = 60^\circ$ ，
又 $\because AC = 2$ ， $\therefore AD = 1$ ， $CD = \sqrt{3}$ ，

$\therefore BD = BA + AD = 5$ ，在 $Rt\triangle BCD$ 中， $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ ，

$$\therefore \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}.$$



故选：D.

【点睛】此题主要考查了解直角三角形以及勾股定理的应用，根据题意得出 $\angle DAC = 60^\circ$ ， $\angle ACD = 30^\circ$ 是解决问题的关键。

3. （2022·上海奉贤·九年级期末）如果直线 $y = 2x$ 与 x 轴正半轴的夹角为锐角 α ，那么下列各式正确的是（ ）

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$

【答案】D

【分析】在直线 $y = 2x$ 上任取一点 $P(a, 2a)$ ，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为点 B ，则可求得 α 的正余弦、正余切值，从而可得答案。

【详解】如图，在直线 $y = 2x$ 上任取一点 $P(a, 2a)$ ，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为点 B
则 $OB = |a|$ ， $PB = 2|a|$

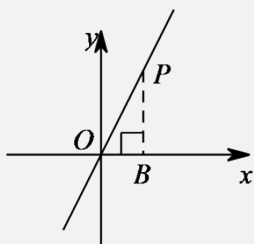
由勾股定理得： $OP = \sqrt{OB^2 + PB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}|a|$

在直角 $\triangle POB$ 中, $\sin \alpha = \frac{PB}{OP} = \frac{2|a|}{\sqrt{5}|a|} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos \alpha = \frac{OB}{OP} = \frac{|a|}{\sqrt{5}|a|} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$$\tan \alpha = \frac{PB}{OB} = \frac{2|a|}{|a|} = 2, \quad \cot \alpha = \frac{OB}{PB} = \frac{|a|}{2|a|} = \frac{1}{2}$$

故选项 D 正确

故选: D



【点睛】本题考查了正比例函数的图象与性质, 锐角三角函数, 关键是画出图形, 并在直线任取一点, 作 x 轴的垂线得到直角三角形.

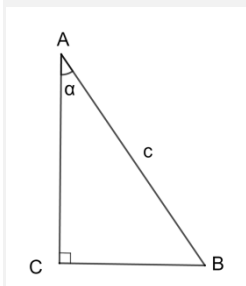
4. (2022·上海·九年级单元测试) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, $AB = c$, 那么 BC 的长为 ()

- A. $c \cdot \sin \alpha$ B. $c \cdot \tan \alpha$ C. $\frac{c}{\cos \alpha}$ D. $c \cdot \cot \alpha$

【答案】A

【分析】画出 $\triangle ABC$, 根据三角函数进行解题即可.

【详解】解: 由图可知,



$$\because \sin \alpha = \frac{BC}{c},$$

$$\therefore BC = c \cdot \sin \alpha.$$

故选: A.

【点睛】本题主要考查三角函数的应用, 熟练掌握所学三角函数的性质是解题的关键.

5. (2022·上海·九年级单元测试) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以下条件不能解直角三角形的是 ()

- A. 已知 a 与 $\angle A$ B. 已知 a 与 c

C. 已知 $\angle A$ 与 $\angle B$

D. 已知 c 与 $\angle B$

【答案】C

【分析】根据解直角三角形的方法和计算进行判断.

【详解】解： $\because$ 已知 a 和 A ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C - \angle A, \quad c = \frac{a}{\sin A}, \quad b = c \sin B.$$

故选项A错误.

$\because$ 已知 c 和 a ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore b = \sqrt{c^2 - a^2}, \quad \sin A = \frac{a}{c}, \quad \sin B = \frac{b}{c}.$$

故选项B错误.

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，已知 A 和 B ， $\angle A + \angle B = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 只能知道直角三角形的三个角的大小，而三条边无法确定大小.

故选项C正确.

$\because$ 已知 c 和 B ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle C - \angle B, \quad a = c \sin A, \quad b = c \sin B.$$

故选项D错误.

故选C.

【点睛】此题主要考查解直角三角形的方法，解题的关键是熟知解直角三角形的方法.

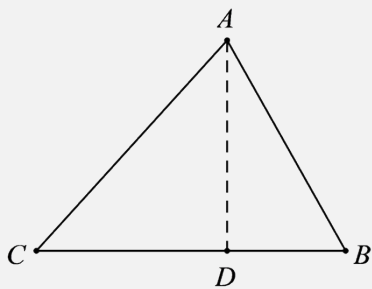
二、填空题

6. (2022·上海·九年级单元测试) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $BC=8$ ， $\angle B=60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 ____.

【答案】 $12\sqrt{3}$

【分析】先画出图形（见解析），过点A作 $AD \perp BC$ 于点D，先利用正弦三角函数求出AD的长，再根据三角形的面积公式即可得.

【详解】解：如图，过点A作 $AD \perp BC$ 于点D，



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\sin B = \frac{AD}{AB}$, 即 $\frac{AD}{6} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得 $AD = 3\sqrt{3}$,

则 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$,

故答案为: $12\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了解直角三角形, 熟练掌握正弦三角函数的定义是解题关键.

7. (2022·上海长宁·二模) 已知正六边形外接圆的半径为 3, 那么它的边心距为 ____.

【答案】 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【分析】根据正六边形的性质得到 $\angle BOG = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$, 再根据余弦的定义计算即可;

【详解】解: $\because ABCDDEF$ 为正六边形,

$\therefore \angle BOC = 360^\circ \div 6 = 60^\circ$, $OG \perp BC$.

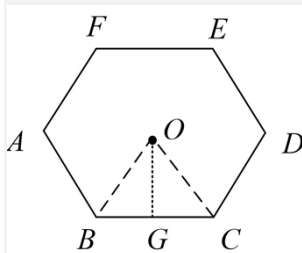
$\therefore \angle BOG = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle BOG$ 中, $\cos \angle BOG = \frac{OG}{OB}$.

$\because OB = 3$,

$\therefore OG = OB \cdot \cos \angle BOG = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故答案为: $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



【点睛】本题主要考查了正多边形的性质和余弦的性质, 准确分析计算是解题的关键.

8. (2022·上海金山·九年级期末) 在直角坐标平面内有一点 $A(1,2)$ ，点 A 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 α ，那么 $\cot \alpha$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【分析】 如图所示，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B ，根据 $\cot \alpha = \frac{OB}{AB}$ 进行求解即可.

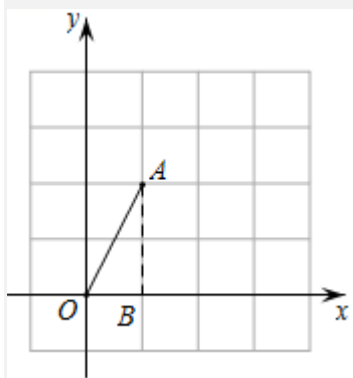
【详解】 解：如图所示，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B ，

$\because A$ 点坐标为 $(1, 2)$ ，

$\therefore OB=1, AB=2$ ，

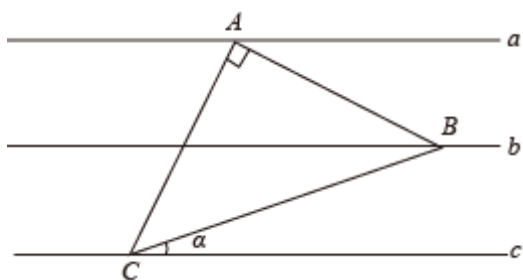
$\therefore \cot \alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.



【点睛】 本题主要考查了坐标与图形，三角函数，解题的关键在于能够根据题意得到 $\cot \alpha = \frac{OB}{AB}$.

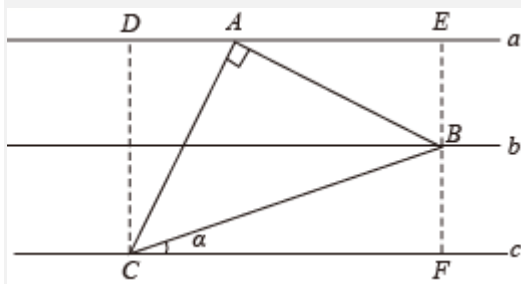
9. (2022·上海普陀·九年级阶段练习) 新定义：已知三条平行直线， 相邻两条平行线间的距离相等， 我们把三个顺点分别在这样的三条平行 线上的三角形称为格线三角形. 如图， 已知等腰 $Rt \triangle ABC$ 为“格线三角形”， 且 $\angle BAC = 90^\circ$ ， 那么直线 BC 与直线 c 的夹角 α 的余切值为_____.



【答案】 3

【分析】 过点 B 作 $BE \perp$ 直线 a 于点 E 延长 EB 交直线 c 于点 F ，过点 C 作 $CD \perp$ 直线 a 于点 D ，则 $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ ，设相邻两条平行线间的距离为 d ，根据新定义，可得 $CD=2d$ ， $BE=BF=d$ ，再证得 $\triangle ACD \cong \triangle BAE$ ，可得 $AE=CD=2d$ ， $AD=BE=d$ ，从而得到 $CF=3d$ ，即可求解.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BE \perp$ 直线 a 于点 E 延长 EB 交直线 c 于点 F ，过点 C 作 $CD \perp$ 直线 a 于点 D ，则 $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ ，



设相邻两条平行线间的距离为 d ，

$\because$ 三条平行直线，相邻两条平行线间的距离相等，

$\therefore CD = 2d$ ，

$\because BE \perp$ 直线 a ， $a \parallel c$ ，

$\therefore BE \perp$ 直线 c ，

$\therefore BE = BF = d$ ，

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD + \angle BAE = 90^\circ$ ，

$\because \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle ACD$ ，

$\therefore AC = AB$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BAE$ ，

$\therefore AE = CD = 2d$ ， $AD = BE = d$ ，

$\therefore CF = DE = AE + AD = 3d$ ，

$\therefore \cot \alpha = \frac{CF}{BF} = \frac{3d}{d} = 3$.

故答案为：3

【点睛】本题主要考查了求余切值，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，做适当辅助线得到全等三角形是解题的关键.

10. （2022·上海·九年级单元测试）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{2}$ ， $BC = \sqrt{6}$ ，则 $\angle B =$ _____.

【答案】 30°

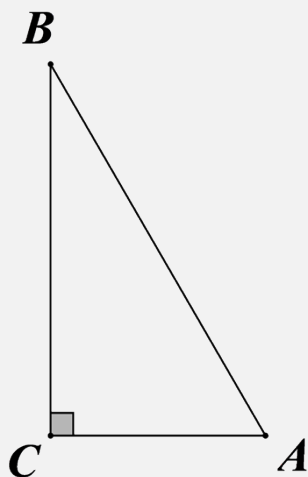
【分析】根据正切定义，先求出 $\tan B$ ，再求出 $\angle B$ 的度数即可.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{2}$ ， $BC = \sqrt{6}$ ，

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

故答案为： 30°

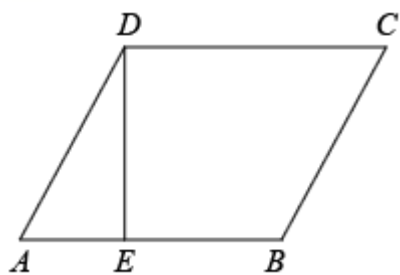


【点睛】本题考查了解直角三角形，掌握三角形两锐角之间、三边之间和边角之间的关系是解题的关键．

三、解答题

11. （2022·上海·九年级单元测试）如图，已知在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为点 E ，

$$AD = 17, AB = 20, \cos A = \frac{8}{17}.$$



(1)求平行四边形 $ABCD$ 的面积；

(2)连接 CE ，求 $\sin \angle BCE$ 的值．

【答案】(1) $S_{\square ABCD} = 300$

$$(2) \sin \angle BCE = \frac{36}{85}$$

【分析】对于（1），在 $Rt\triangle ADE$ 中，根据 $\cos A = \frac{AE}{AD} = \frac{8}{17}$ ，求出 AE ，再根据勾股定理求出 DE ，进而求出面积即可；

对于（2），作 $EF \perp BC$ ，根据平行四边形的性质得 $\sin \angle EBF = \frac{EF}{EB} = \frac{15}{17}$ ，可求出 EB ，进而求出 EF ，根据勾股定理求 CE ，最后根据 $\sin \angle BCE = \frac{EF}{CE}$ 得出答案.

（1）

$\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle AED = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中， $\cos A = \frac{AE}{AD} = \frac{8}{17}$.

又 $AD = 17$,

$\therefore AE = 8$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中， $DE^2 + AE^2 = AD^2$,

$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\therefore S_{\square ABCD} = AB \cdot DE = 20 \times 15 = 300$.

（2）

过 E 作 $EF \perp BC$ ，与 CB 的延长线交于点 F .

$\because EF \perp CB$,

$\therefore \angle EFC = 90^\circ$.

$\because \square ABCD$,

$\therefore AD \parallel BC$.

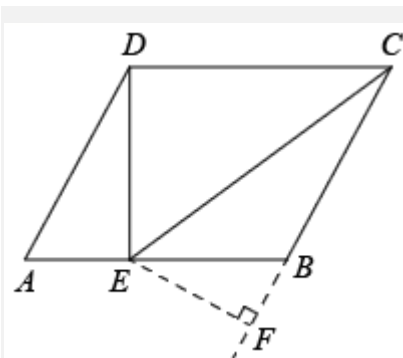
$\therefore \angle A = \angle EBF$.

在 $Rt\triangle EBF$ 中， $\sin \angle EBF = \frac{EF}{EB} = \sin A = \frac{DE}{AD} = \frac{15}{17}$ ，又 $EB = AB - AE = 20 - 8 = 12$,

$\therefore EF = \frac{180}{17}$.

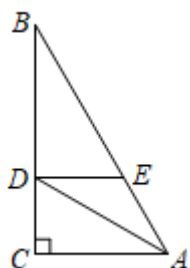
在 $Rt\triangle EDC$ 中， $DE^2 + DC^2 = EC^2$, $EC = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$.

在 $Rt\triangle EFC$ 中， $\sin \angle BCE = \frac{EF}{CE} = \frac{\frac{180}{17}}{25} = \frac{36}{85}$.



【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，锐角三角函数，勾股定理等，构造直角三角形是解题的关键.

12. (2022·上海·九年级专题练习) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ， $AC=6$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ，交边 BC 于点 D ，过点 D 作 CA 的平行线，交边 AB 于点 E .



(1) 求线段 DE 的长；

(2) 取线段 AD 的中点 M ，连接 BM ，交线段 DE 于点 F ，延长线段 BM 交边 AC 于点 G ，求 $\frac{EF}{DF}$ 的值.

【答案】(1)4

(2) $\frac{2}{3}$

【分析】(1) 根据平行线分线段成比例定理，列出比例式求解即可；

(2) 根据平行线分线段成比例定理，列出比例式求解即可.

(1)

解：∵ AD 平分 $\angle BAC$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ，

∴ $\angle DAC=30^\circ$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\angle ACD=90^\circ$ ，

$\angle DAC=30^\circ$ ， $AC=6$ ，

∴ $CD=2\sqrt{3}$ ，

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=60^\circ$, $AC=6$,

$$\therefore BC=6\sqrt{3},$$

$$\therefore BD=BC-CD=4\sqrt{3},$$

$$\because DE\parallel CA,$$

$$\therefore \frac{DE}{CA} = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DE=4;$$

(2)

解: 如图.

$\because$ 点 M 是线段 AD 的中点,

$$\therefore DM=AM,$$

$$\because DE\parallel CA,$$

$$\therefore \frac{DF}{AG} = \frac{DM}{AM}.$$

$$\therefore DF=AG.$$

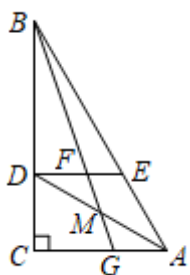
$$\because DE\parallel CA,$$

$$\therefore \frac{EF}{AG} = \frac{BF}{BG}, \quad \frac{BF}{BG} = \frac{BD}{BC}.$$

$$\therefore \frac{EF}{AG} = \frac{BD}{BC}.$$

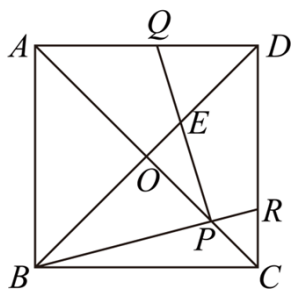
$$\because BD=4\sqrt{3}, \quad BC=6\sqrt{3}, \quad DF=AG,$$

$$\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{2}{3}.$$



【点睛】考查了平行线分线段成比例定理, 注意线段之间的对应关系.

13. (2022·上海市罗星中学模拟预测) 如图, 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 Q 、 R 分别在边 AD 、 DC 上, BR 交线段 OC 于点 P , $QP \perp BP$, QP 交 BD 于点 E .



(1) 求证: $\triangle APQ \sim \triangle DBR$;

(2) 当 $\angle QED$ 等于 60° 时, 求 $\frac{AQ}{DR}$ 的值.

【答案】(1) 见解析

(2) $\frac{3+\sqrt{3}}{6}$

【分析】(1) 根据正方形的性质, 可得 $\angle CAD = \angle BDC = 45^\circ$, $\angle OBP + \angle OPB = 90^\circ$, 再由 $QP \perp BP$, 可得 $\angle OBP = \angle OPE$, 即可求证;

(2) 设 $OE = a$, 根据 $\angle QED$ 等于 60° , 可得 $\angle BEP = 60^\circ$, 然后利用锐角三角函数, 可得 $BD = 2OB = 6a$, $AP = OA + OP = (3 + \sqrt{3})a$, 然后根据相似三角形的对应边成比例, 即可求解.

(1)

证明: 在正方形 $ABCD$ 中,

$\angle CAD = \angle BDC = 45^\circ$, $BD \perp AC$,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle OBP + \angle OPB = 90^\circ$,

$\because QP \perp BP$,

$\therefore \angle BPQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle OPE + \angle OPB = 90^\circ$,

$\therefore \angle OBP = \angle OPE$,

$\therefore \triangle APQ \sim \triangle DBR$;

(2)

解: 设 $OE = a$,

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle POE = 90^\circ$, $OA = OB = OD$,

$\because \angle QED$ 等于 60° ,

$$\therefore \angle BEP = 60^\circ,$$

在 $Rt\triangle OEP$ 中,

$$PE = \frac{OE}{\cos 60^\circ} = 2a, \quad OP = OE \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a,$$

$$\because QP \perp BP, \quad \angle BEP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PBE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2PE = 4a, \quad BP = PE \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a,$$

$$\therefore OA = OB = BE - OE = 3a,$$

$$\therefore BD = 2OB = 6a,$$

$$\therefore AP = OA + OP = 3a + \sqrt{3}a = (3 + \sqrt{3})a,$$

$$\because \triangle APQ \sim \triangle DBR,$$

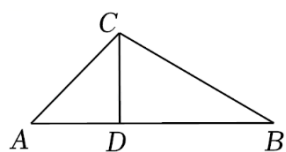
$$\therefore \frac{AQ}{DR} = \frac{AP}{BD} = \frac{(3 + \sqrt{3})a}{6a} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}.$$

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定和性质，解直角三角形，熟练掌握相似三角形的判定和性质定理，特殊角锐角三角函数值是解题的关键。

【能力提升】

一、填空题

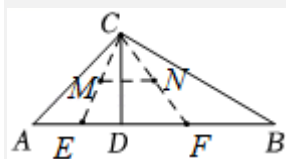
1. (2022·上海·九年级专题练习) 我们把两个三角形的重心之间的距离叫做重心距. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, CD 是 $\triangle ABC$ 中边 AB 上的高, 如果 $BC = 6$, 那么 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 的重心距是 _____.



【答案】 $1 + \sqrt{3}$

【分析】设 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 的重心分别为 M 、 N , 连接 CM 、 CN 并延长交 AB 于 E 、 F 点, 首先解直角三角形, 可得 AB 的长, 再根据重心的性质说明 $\triangle MCN \sim \triangle ECF$, 得 $MN = \frac{2}{3}EF = 1 + \sqrt{3}$.

【详解】解: 如图, 设 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 的重心分别为 M 、 N , 连接 CM 、 CN 并延长交 AB 于 E 、 F 点,



在 $Rt\triangle CBD$ 中, $\because \angle B=30^\circ$,

$$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = 3, \quad BD = \sqrt{3} CD = 3\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\because \angle A=45^\circ$,

$$\therefore AD = CD = 3,$$

$$\therefore AB = AD + BD = 3 + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2} AB = \frac{3 + 3\sqrt{3}}{2},$$

$\because \triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 的重心分别为 M 、 N ,

$$\therefore \frac{CM}{CE} = \frac{CN}{CF} = \frac{2}{3},$$

$$\because \angle MCN = \angle ECF,$$

$$\therefore \triangle MCN \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore MN = \frac{2}{3} EF = 1 + \sqrt{3},$$

故答案为: $1 + \sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了重心的性质, 三角形相似的判定与性质, 解直角三角形等知识, 熟练掌握重心的性质是解题的关键.

2. (2022·上海市罗山中学九年级期中) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 3)$, 将 $\triangle OAB$ 沿 AB 翻折得到 $\triangle ABC$, 点 O 与点 C 对应, 再将 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C'$, 点 A, B, C 分别与点 A', B', C' 对应. 当边 $A'C'$ 在第一象限内, 且 $A'C'$ 与 x 轴垂直时, 点 B' 的横坐标是 ____.

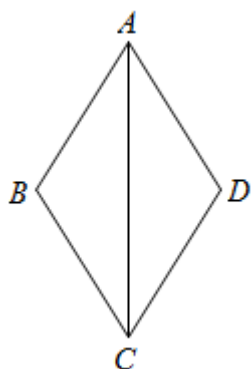
【答案】 $-\frac{15}{13}$

【分析】如图, 延长 $C'A'$ 交 x 轴于点 D , 连接 OC' 交 $A'B'$ 于点 E , 连接 OA' , 则 $\angle ODC' = 90^\circ$, 由翻折和旋转求得 $C'A'$ 和 $C'B'$ 的长度, $\angle A'C'B' = 90^\circ$, 由勾股定理求得 $A'B'$ 的长, 由点 C' 与点 O 关于直线 $A'B'$ 对称, 得 $A'B'$ 垂直平分 OC' , 由 $\frac{1}{2} A'B' \cdot CE = \frac{1}{2} C'A' \cdot C'B'$ 列方程求出 CE 的长, 得到 OC' 的长, 再由锐角三角函数, 求得 OD 的长和 CD 的长, 得到点 C' 的坐标, 再证明 $B'C' \parallel x$ 轴, 进而求得点 B' 的横坐标即可.

【详解】解: 如图, $\because$ 延长 $C'A'$ 交 x 轴于点 D , 连接 OC' 交 $A'B'$ 于点 E , 连接 OA' ,
 $\because A'C' \perp x$ 轴,
 $\therefore \angle ODC' = 90^\circ$,
 $\because A(2, 0), (0, 3)$,
 $\therefore OA = 2, OB = 3$,

3. (2022·上海金山·二模) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $AC=8$, 把菱形 $ABCD$ 绕 A 点逆时针旋转得到菱

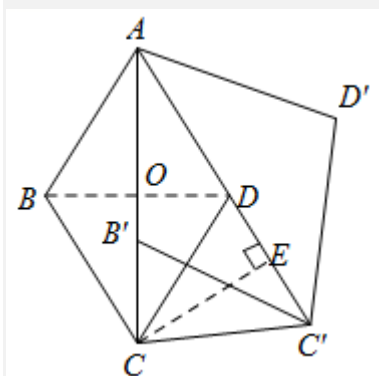
形 $AB'CD'$ ，其中点 B' 正好在 AC 上，那么点 C 和点 C' 之间的距离等于_____.



【答案】 $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

【分析】连接 BD ，交 AC 于点 O ，过点 C 作 $CE \perp AC$ 于点 E ，先利用勾股定理求得 $OD=3$ ，利用三角函数的定义求得 $CE=\frac{24}{5}$ ， $AE=\frac{32}{5}$ ，再利用勾股定理即可求解.

【详解】解：连接 BD ，交 AC 于点 O ，过点 C 作 $CE \perp AC$ 于点 E ，



$\because$ 菱形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $AC=8$ ，

$\therefore AO \perp BD$ ， $AO=OC=4$ ， $AD=AB=5$ ，

由勾股定理得 $OD=3$ ，

由旋转的性质得 $AC'=AC=8$ ，

$$\sin \angle OAD = \frac{OD}{AD} = \frac{CE}{AC}, \quad \cos \angle OAD = \frac{AO}{AD} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{CE}{8}, \quad \frac{4}{5} = \frac{AE}{8},$$

$$\therefore CE = \frac{24}{5}, \quad AE = \frac{32}{5},$$

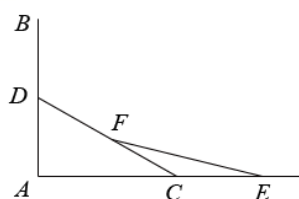
$$\therefore EC' = 8 - \frac{32}{5} = \frac{8}{5},$$

$$\therefore CC' = \sqrt{\left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{10}}{5},$$

故答案为: $\frac{8\sqrt{10}}{5}$.

【点睛】本题考查了旋转的性质，菱形的性质，勾股定理，三角函数的定义，熟记锐角三角函数的定义是解答此题的关键.

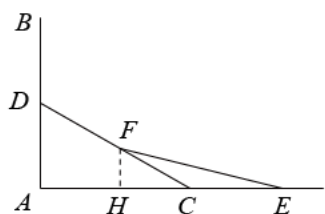
4. (2022·上海黄浦·二模) 如图，已知三根长度相等的木棍，现将木棍 AB 垂直立于水平的地面上，把木棍 CD 斜钉在木棍 AB 上，点 D 是木棍 AB 的中点，再把木棍 EF 斜钉在木棍 CD 上，点 F 是木棍 CD 的中点，如果 A 、 C 、 E 在一条直线上，那么 $\frac{AC}{AE}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【分析】如图，过 F 作 $FH \perp AC$ 于 H ，设 $AD = BD = x$ ，则 $AB = CD = EF = 2x$ ， $AD = BD = DF = CF = x$ ，再证明 $\angle ACD = 30^\circ$ ，再利用含 30° 的直角三角形的性质与勾股定理求解 AC ， AE ，从而可得答案.

【详解】解：如图，过 F 作 $FH \perp AC$ 于 H ，



由题意可得: $AB = CD = EF$, $AD = BD$, $DF = CF$,

设 $AD = BD = x$,

则 $AB = CD = EF = 2x$, $AD = BD = DF = CF = x$,

$\therefore AB \perp AE$,

$$\sin \angle ACD = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2},$$

$\angle ACD = 30^\circ$,

$$AE = AC + CE = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{15}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{15}}{2}x,$$

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{\sqrt{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{15}}{2}x} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{15}} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}},$$

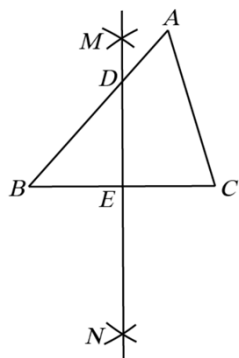
$$= \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点睛】本题考查的是锐角三角函数的应用，含 30° 的直角三角形的性质，勾股定理的应用，二次根式的除法运算，求解 $\angle ACD = 30^\circ$ 是解本题的关键.

二、解答题

5. (2022·上海普陀·二模) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}$, $BC = 8$, $AB = 9$. 分别以点 B 、 C 为圆心、大于 $\frac{1}{2}BC$ 的同样长为半径作弧，两弧相交于点 M 、 N ，直线 MN 分别交 AB 、 BC 于点 D 、 E .



(1) 直线 MN 是线段 BC 的 _____, $BE =$ _____;

(2) 求点 A 到直线 MN 的距离.

【答案】(1) 垂直平分线, 4

(2) 2

【分析】(1) 根据作图可得直线 MN 是线段 BC 的垂直平分线，再根据垂直平分线的定义可得 BE 的长度；

(2) 过点 A 作 $AH \perp MN$ ，垂足为点 H . 先证明 $\angle DBE = \angle HAD$ ，再在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中，求解

$$BD = \frac{4}{\cos \angle ABC} = 6, \text{ 利用 } \cos \angle HAD = \cos \angle DBE = \frac{2}{3} = \frac{AH}{AD}, \text{ 从而可得答案.}$$

(1)

由作图可得：直线 MN 是线段 BC 的垂直平分线，

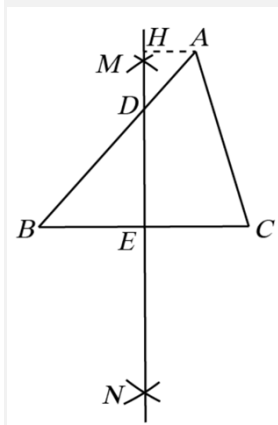
$$\because BC = 8,$$

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 4.$$

故答案为：垂直平分线，4；

(2)

过点 A 作 $AH \perp MN$ ，垂足为点 H 。



$QMN \perp BC$,

$\backslash AH \parallel BC$,

$\backslash \angle DBE = \angle HAD$,

在 $Rt\triangle DBE$ 中， $\because \cos \angle ABC = \frac{2}{3}$, $BE = 4$,

$$\therefore BD = \frac{4}{\cos \angle ABC} = 6.$$

由 $AB = 9$ ，得 $AD = 3$ 。

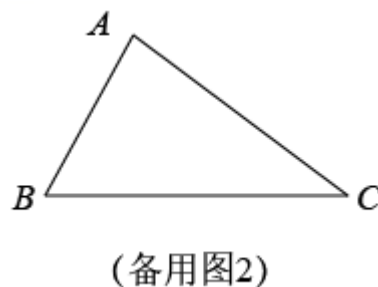
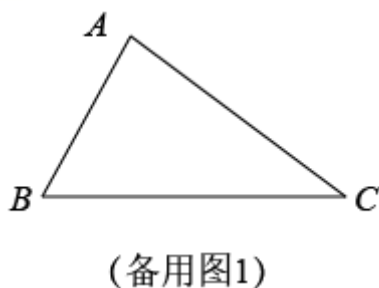
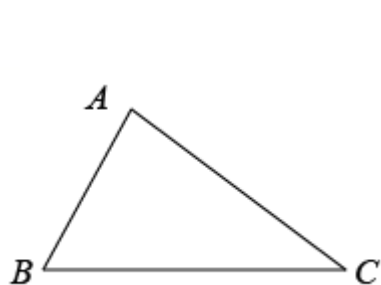
$$\backslash \cos \angle HAD = \cos \angle DBE = \frac{2}{3} = \frac{AH}{AD},$$

$$\therefore AH = 2.$$

即点 A 到直线 MN 的距离为 2。

【点睛】本题考查的是线段的垂直平分线的作图理解，锐角三角函数的应用，熟练的利用锐角三角函数求解直角三角形的边长是解本题的关键。

6. （2022·上海·九年级单元测试）如图，已知在锐角三角形 ABC 中， $AB = 5$, $AC = 7$, $\angle B = 60^\circ$ 。



(1)求点 C 到直线 AB 的距离；

(2)将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转,点 B 落在点 D 处,点 C 落在点 E 处.

①当点 D 在边 BC 上时,联结 CE ,求 $\angle CED$ 的正弦值;

②当 $AD \parallel BC$ 时,求点 B 与点 E 的距离.

【答案】(1) $4\sqrt{3}$;

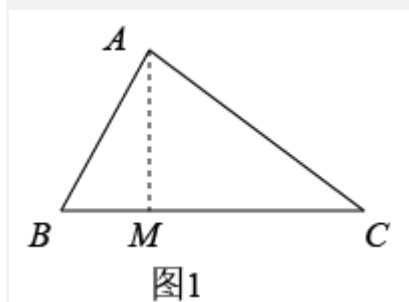
(2)① $\frac{3\sqrt{3}}{14}$; ② $\sqrt{139}$ 或3.

【分析】(1)过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M ,如图1,在 $Rt\triangle ABM$ 中,求得 AM 和 BM 的值,在 $Rt\triangle ACM$ 中,由勾股定理得,求得 CM 的值,进而得到 BC 的值,利用等积法即可得到点 C 到直线 AB 的距离;

(2)①由旋转的性质可知: $\triangle ADE \cong \triangle ABC$, 则 $AD = AB = 5$, $\angle ADE = \angle B = 60^\circ$, $DE = BC = 8$, 当点 D 落在边 BC 上时, 可得 $\angle ADB = \angle B = 60^\circ$, 则 $\angle CDE = 60^\circ$, 由等腰三角形三线合一得 $DM = BM = \frac{5}{2}$, 求得 $CD = 3$, 过点 C 作 $CN \perp DE$ 于点 N , 在 $Rt\triangle CDN$ 中, 求得 $CN = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $DN = \frac{3}{2}$, 进一步得 $EN = \frac{13}{2}$, 在 $Rt\triangle CEN$ 中, 由勾股定理得, $CE = 7$, 进一步得到 $\angle CED$ 的正弦值; ②当 $AD \parallel BC$ 时, 过点 E 作 $EP \perp BC$ 于点 P , 交 AD 于点 Q , 则四边形 $AMPQ$ 是矩形, $PQ = AM = \frac{5\sqrt{3}}{2}$, $PM = AQ$, 在 $Rt\triangle DEQ$ 中, 得到 EQ 和 DQ 的值, 进一步得到 $PM = 1$, 分点 D 在点 A 的右侧和点 D 在点 A 的左侧两种情况进行求解即可.

(1)

解: 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M , 如图1,



$\therefore \angle AMB = \angle AMC = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ABM$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 5$,

$\therefore AM = AB \cdot \sin B = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$, $BM = AB \cdot \cos B = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$,

在 $Rt\triangle ACM$ 中, $AC = 7$, 由勾股定理得,

$$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{11}{2},$$

$$\therefore BC = BM + CM = \frac{5}{2} + \frac{11}{2} = 8,$$

设点 C 到直线 AB 的距离为 h ,

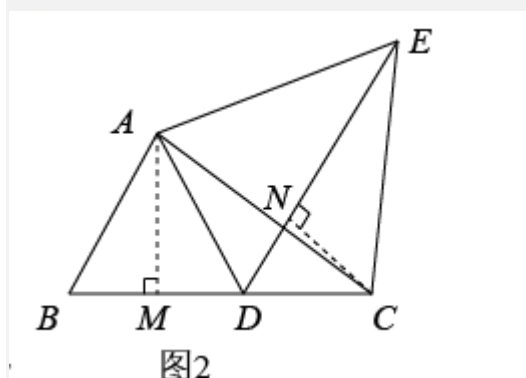
$$\text{由 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{2} BC \cdot AM, \text{ 得}$$

$$h = \frac{BC \cdot AM}{AB} = \frac{8 \times \frac{5\sqrt{3}}{2}}{5} = 4\sqrt{3},$$

即点 C 到直线 AB 的距离为 $4\sqrt{3}$;

(2)

解: ①将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 点 B 落在点 D 处, 点 C 落在点 E 处, 如图 2,



由旋转的性质可知: $\triangle ADE \cong \triangle ABC$,

$$\therefore AD = AB = 5, \angle ADE = \angle B = 60^\circ, DE = BC = 8,$$

当点 D 落在边 BC 上时, $\angle ADB = \angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \angle CDE = 180^\circ - \angle ADE - \angle ADB = 60^\circ,$$

$$\because AM \perp BD,$$

$$\therefore DM = BM = \frac{5}{2},$$

$$\therefore CD = BC - BM - DM = 3,$$

过点 C 作 $CN \perp DE$ 于点 N ,

$$\text{则 } \angle CND = \angle CNE = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle CDN$ 中,

$$CN = CD \cdot \sin \angle CDE = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad DN = CD \cdot \cos \angle CDE = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EN = DE - DN = \frac{13}{2},$$

在 $Rt\triangle CEN$ 中, 由勾股定理得,

$$CE = \sqrt{CN^2 + EN^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2} = 7,$$

$$\therefore \sin \angle CED = \frac{CN}{CE} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{7} = \frac{3\sqrt{3}}{14},$$

即 $\angle CED$ 的正弦值为 $\frac{3\sqrt{3}}{14}$;

②当 $AD \parallel BC$ 时, 过点 E 作 $EP \perp BC$ 于点 P , 交 AD 于点 Q , 则 $\angle EQD = \angle EPC = \angle EPB = 90^\circ = \angle AMP$,

$\therefore$ 四边形 $AMPQ$ 是矩形,

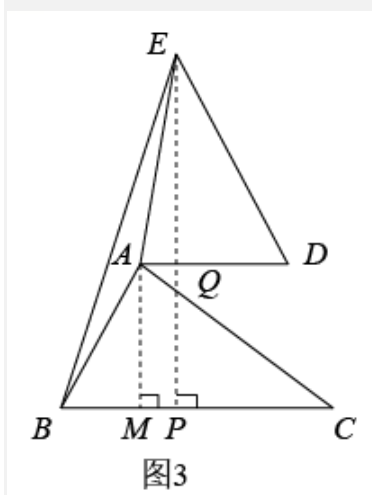
$$\therefore PQ = AM = \frac{5\sqrt{3}}{2}, \quad PM = AQ,$$

在 $Rt\triangle DEQ$ 中,

$$EQ = DE \cdot \sin D = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}, \quad DQ = DE \cdot \cos D = 8 \times \frac{1}{2} = 4,$$

$$\therefore PM = AQ = AD - DQ = 1,$$

若点 D 在点 A 的右侧, 如图 3,



$$\text{则 } EP = EQ + PQ = \frac{13\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BP = BM + PM = \frac{7}{2},$$

在 $Rt\triangle BPE$ 中, 由勾股定理得,

$$BE = \sqrt{BP^2 + EP^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{13\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{139};$$

若点 D 在点 A 的左侧, 如图 4,

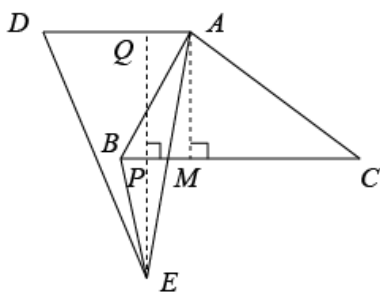


图4

则 $EP = EQ - PQ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$$\therefore BP = BM - PM = \frac{3}{2},$$

在 $Rt\triangle BPE$ 中, 由勾股定理得,

$$BE = \sqrt{BP^2 + EP^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 3,$$

综上所述, 点 B 到点 E 的距离为 $\sqrt{139}$ 或 3 .

【点睛】此题考查了图形的旋转、解直角三角形、勾股定理、矩形的判定和性质、三角形的面积等知识，根据题意作出正确的图形和辅助线是解题的关键.

7. (2022·上海·中考真题) 一个一次函数的截距为 1, 且经过点 $A(2, 3)$.

(1)求这个一次函数的解析式;

(2) 点 A, B 在某个反比例函数上, 点 B 横坐标为 6, 将点 B 向上平移 2 个单位得到点 C , 求 $\cos \angle ABC$ 的值.

【答案】 (1) $y=x+1$

$$(2) \frac{\sqrt{5}}{5}$$

【解析】(1)

解：设这个一次函数的解析式 $y=kx+1$,

把 $A(2, 3)$ 代入, 得 $3=2k+1$,

解得: $k=1$,

∴这个一次函数的解析式为 $v=x+1$;

(2)

解：如图，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/255033240103011223>