

河北省衡水市冀州名校 2024 年高考冲刺数学模拟试题

考生请注意：

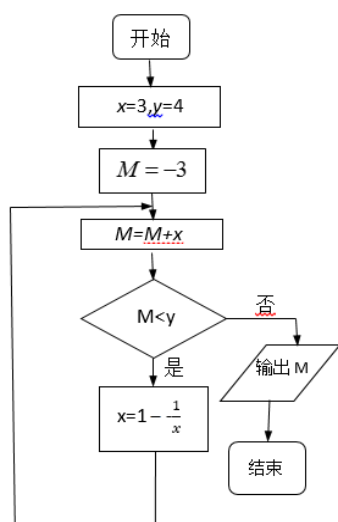
1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 A ，集合 $B = \{x | \log_2(x+1) > 1\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | -2 < x < 3\}$ D. $\{x | 1 < x < 3\}$

2. 执行如图所示的程序框图，输出的结果为 ()



- A. $\frac{19}{3}$ B. 4 C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{13}{2}$

3. 若函数 $f(x) = a^{|2x-4|}$ ($a > 0, a \neq 1$) 满足 $f(1) = \frac{1}{9}$ ，则 $f(x)$ 的单调递减区间是 ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $[2, +\infty)$
C. $[-2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2]$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_4 = -3$ ， $S_{12} = 24$ ，若 $a_i + a_j = 0$ ($i, j \in \mathbf{N}^*$ ，且 $1 \leq i < j$)，则 i 的取值集合是 ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{6, 7, 8\}$ C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{6, 7, 8, 9, 10\}$

5. 已知点 $A(2, 0)$ 、 $B(0, -2)$ 。若点 P 在函数 $y = \sqrt{x}$ 的图象上，则使得 $\triangle PAB$ 的面积为 2 的点 P 的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

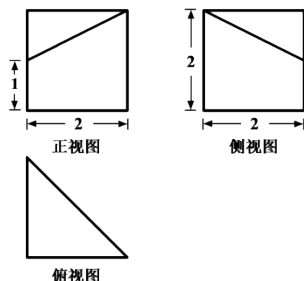
6. 设 i 是虚数单位，若复数 $a + \frac{5i}{2+i}$ ($a \in \mathbf{R}$) 是纯虚数，则 a 的值为 ()

- A. -3 B. 3 C. 1 D. -1

7. 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$, $B=\{x|x>1\}$, 则 $A\cup B=$

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

8. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- A. $\frac{10}{3}$ B. 3
C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{7}{3}$

9. 记集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 16\}$ 和集合 $B=\{(x,y)|x+y\leq 4, x\geq 0, y\geq 0\}$ 表示的平面区域分别是 Ω_1 和 Ω_2 , 若在区域 Ω_1 内任取一点, 则该点落在区域 Ω_2 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4\pi}$ B. $\frac{1}{\pi}$ C. $\frac{1}{2\pi}$ D. $\frac{\pi-2}{4\pi}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=2$, 且 a_1, a_3, a_4 成等比数列. 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_n 的最小值为 ()

- A. -10 B. -14 C. -18 D. -20

11. 椭圆是日常生活中常见的图形, 在圆柱形的玻璃杯中盛半杯水, 将杯体倾斜一个角度, 水面的边界即是椭圆. 现有一高度为 12 厘米, 底面半径为 3 厘米的圆柱形玻璃杯, 且杯中所盛水的体积恰为该玻璃杯容积的一半 (玻璃厚度忽略不计), 在玻璃杯倾斜的过程中 (杯中的水不能溢出), 杯中水面边界所形成的椭圆的离心率的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{5}}{6}\right]$ B. $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}, 1\right)$ C. $\left[0, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$ D. $\left[\frac{2\sqrt{5}}{5}, 1\right)$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} (x-2)(x-e^x)+3, & (x\geq \ln 2) \\ 3-2x, & (x< \ln 2) \end{cases}$, 当 $x\in[m, +\infty)$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $(-\infty, e+2]$, 则实数 m

的取值范围是 ()

- A. $\left[-\infty, \frac{1-e}{2}\right]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$ D. $[\ln 2, 1]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

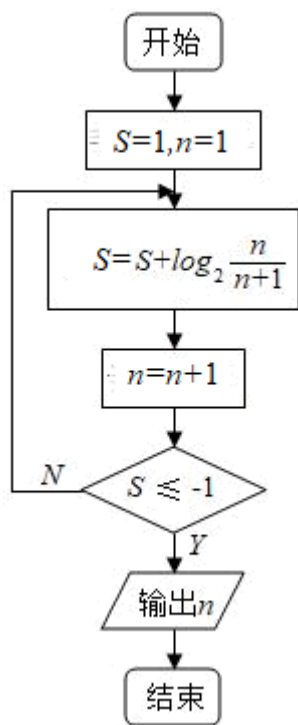
13. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 已知 $BC=CD=BD=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}AD=6$, 且平面 $ABD\perp$ 平面 BCD , 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为_____.

14. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点, 直线 l 过 F_1 交椭圆 C 于 A, B 两点, 交 y 轴

于 E 点, 若满足 $\overline{F_1E} = 2\overline{AF_1}$, 且 $\angle EF_1F_2 = 60^\circ$, 则椭圆 C 的离心率为_____.

15. 若点 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 在直线 $y = 2x$ 上, 则 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{2})$ 的值等于_____.

16. 如图所示的流程图中, 输出 n 的值为_____.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 证明: 当 $0 < a \leq \frac{e}{2}$ 时, $f(x) > \frac{e^{1-x}}{2}$.

18. (12 分) “绿水青山就是金山银山”, 为推广生态环境保护意识, 高二一班组织了环境保护兴趣小组, 分为两组, 讨论学习. 甲组一共有 4 人, 其中男生 3 人, 女生 1 人, 乙组一共有 5 人, 其中男生 2 人, 女生 3 人, 现要从这 9 人的两个兴趣小组中抽出 4 人参加学校的环保知识竞赛.

(1) 设事件 A 为 “选出的这 4 个人中要求两个男生两个女生, 而且这两个男生必须来自不同的组”, 求事件 A 发生的概率;

(2) 用 X 表示抽取的 4 人中乙组女生的人数, 求随机变量 X 的分布列和期望

19. (12 分) 已知 $f(x) = ax^2 - 2x$ ($0 \leq x \leq 1$), 求 $f(x)$ 的最小值.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/255042111301012101>